

29.

[정답] 63

[출제 의도] 중복조합을 이용하여 구하는 값을 계산한다.

(가)의 등식에서 18은 짝수이고,  $2b$ 는 항상 짝수이므로,  $a+3c+d+e$ 의 값이 짝수여야 한다.

즉,  $a, c, d, e$  중에서 홀수의 개수는 0, 2, 4 중 하나이다.

그러나 (나)를 만족시키기 위하여,

$a, c, d, e$  중에서 홀수의 개수는 2이어야 하고,

$b$ 는 짝수여야 한다.

계수가 다른  $c$ 를 기준으로 경우를 나누어 판단하면,

(i)  $c$ 가 짝수인 경우

$a, d, e$  중에서 홀수의 개수는 2이어야 하므로,

짝수의 개수는 1이어야 한다.

$a, d, e$  중 무엇이 짝수여도 구조는 같으므로,

$a$ 가 짝수일 때의 경우의 수에  ${}_3C_1$ 을 곱해주면 된다.

음이 아닌 정수  $a', b', c', d', e'$ 에 대하여,

$$a=2a'+2, b=2b'+2, c=2c'+2, d=2d'+1, e=2e'+1$$

라 하면,

$$a'+2b'+3c'+d'+e'=2 \text{ 이고, } c'=0 \text{ 이다.}$$

(a)  $b'=0$ 인 경우

$$a'+d'+e'=2 \text{ 이므로 } {}_3H_2 = {}_4C_2 = 6 \text{ 이다.}$$

(b)  $b'=1$ 인 경우

$$a'+d'+e'=0 \text{ 이므로 } {}_3H_0 = {}_2C_0 = 1 \text{ 이다.}$$

그러므로 구하는 경우의 수는  ${}_3C_1 \times (6+1) = 21$ 이다.

(ii)  $c$ 가 홀수인 경우

$a, d, e$  중에서 홀수의 개수는 1이어야 한다.

$a, d, e$  중 무엇이 홀수여도 구조는 같으므로,

$a$ 가 홀수일 때의 경우의 수에  ${}_3C_1$ 을 곱해주면 된다.

음이 아닌 정수  $a', b', c', d', e'$ 에 대하여,

$$a=2a'+1, b=2b'+2, c=2c'+1, d=2d'+2, e=2e'+2$$

라 하면,

$$a'+2b'+3c'+d'+e'=3 \text{ 이다.}$$

(a)  $c'=0, b'=0$ 인 경우

$$a'+d'+e'=3 \text{ 이므로 } {}_3H_3 = {}_5C_3 = 10 \text{ 이다.}$$

(b)  $c'=0, b'=1$ 인 경우

$$a'+d'+e'=1 \text{ 이므로 } {}_3H_1 = {}_3C_1 = 3 \text{ 이다.}$$

(c)  $c'=1, b'=0$ 인 경우

$$a'+d'+e'=0 \text{ 이므로 } {}_3H_0 = {}_2C_0 = 1 \text{ 이다.}$$

그러므로 구하는 경우의 수는  ${}_3C_1 \times (10+3+1) = 42$ 이다.

(i), (ii)에 의하여 구하는 모든 순서쌍  $(a, b, c, d, e)$ 의 개수는  $21+42=63$ 이다.