

Calculus. Ch① 등비급수

2023. 6월 평가원

1. 수열 $\{a_n\}$ 은 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 을 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} -1 & (a_n \leq -1) \\ a_n & (a_n > -1) \end{cases}$$

이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n-1}$ 은 수렴하고 그 합은 -3 이다.

(나) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n}$ 은 수렴하고 그 합은 8 이다.

$b_3 = -1$ 일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ 의 값을 구하시오. [4점]

2025. 9월 평가원

2. 첫째항이 양수이고 공비가 유리수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하고, 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 + a_2 < 10$

(나) 수열 $\{a_n\}$ 의 정수인 항의 개수는 3 이고, 이 세 항의 곱은 216 이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

3. 두 정수 α, β ($\alpha > \beta$)에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \alpha \times \sin \frac{n}{2} \pi + \beta \times \cos \frac{n}{2} \pi$$

이고, $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 = 4$ 이다.

수열 $\{a_n\}$ 과 $b_1 > 0$ 인 등비수열 $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_{4n-2} b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_{4n-3} b_{2n}) = 6$$

일 때, $b_1 \times b_3 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

4. 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty} (|a_n| + a_n) = \frac{40}{3}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} (|a_n| - a_n) = \frac{20}{3}$$

을 만족시킨다. 부등식

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^{2n} \left((-1)^{\frac{k(k+1)}{2}} \times a_{m+k} \right) > \frac{1}{700}$$

을 만족시키는 모든 자연수 m 의 값의 합을 구하시오. [4점]

5. 첫째항과 공비가 각각 0이 아닌 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에

대하여 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 이 각각 수렴하고

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = \left(\sum_{n=1}^{\infty} a_n \right) \times \left(\sum_{n=1}^{\infty} b_n \right),$$

$$3 \times \sum_{n=1}^{\infty} |a_{2n}| = 7 \times \sum_{n=1}^{\infty} |a_{3n}|$$

이 성립한다. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_{2n-1} + b_{3n+1}}{b_n} = S$ 일 때, $120S$ 의 값을 구하시

오. [4점]

6. 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 항이 양수인 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 을 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} (-1)^n & (a_n < 1) \\ a_n & (a_n \geq 1) \end{cases}$$

이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} (3b_{3n-2} - 7b_{3n-1} + 2b_{3n})$ 은 수렴한다.

(나) $b_5^2 = b_4 b_6 - \frac{9}{4}$

$90a_3$ 의 값을 구하시오.

7. 첫째항이 자연수이고 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty} (|a_n + 1| - a_n - 1) = 26$$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값을 구하시오.

8. 첫째항이 1이고 공비가 0이 아닌 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하고

$$\sum_{n=1}^{\infty} (20a_{2n} + 21|a_{3n-1}|) = 0$$

이다. 첫째항이 0이 아닌 등비수열 $\{b_n\}$ 에 대하여

급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3|a_n| + b_n}{a_n}$ 이 수렴할 때, $b_1 \times \sum_{n=1}^{\infty} b_n$ 의 값을 구하시오.

[4점]

9. 수열 $\{a_n\}$ 은 공비가 0이 아닌 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 을 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} a_n & (|a_n| < \alpha) \\ -\frac{5}{a_n} & (|a_n| \geq \alpha) \end{cases} \quad (\alpha \text{는 양의 상수})$$

라 할 때, 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 과 자연수 p 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = 4$

(나) $\sum_{n=1}^m \frac{a_n}{b_n}$ 의 값이 최소가 되도록 하는 자연수 m 은

p 이고, $\sum_{n=1}^p b_n = 51$, $\sum_{n=p+1}^{\infty} b_n = \frac{1}{64}$ 이다.

$32 \times (a_3 + p)$ 의 값을 구하시오. [4점]

Ch① 등비급수

1. [정답] 24
2. [정답] 91
3. [정답] 109
4. [정답] 25
5. [정답] 162
6. [정답] 12
7. [정답] 14
8. [정답] 12
9. [정답] 138