

11.

[정답] ①

[출제 의도] 함수의 연속을 이용해 문제를 해결한다.

함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이므로

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x-1)}{f(x)} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{f(x)} = a+1 \quad \text{이다.}$$

따라서 $f(x)$ 는 x 와 $x-1$ 을 인수로 가지므로,

$$f(x) = x(x-1)(x^2 + px + q) \quad \text{라고 하자.}$$

$$\text{이때 } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x(x-1)}{f(x)} = \frac{1}{q} = 1 \quad \text{이므로 } q=1,$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{f(x)} = \frac{1}{p+2} = a+1 \quad \text{이므로 } (a+1)(p+2) = 1$$

$$f(2) = 22 = 2 \times (4 + 2p + 1) \quad \text{이므로 } p=3 \text{이고, 따라서 } a = -\frac{4}{5} \text{이다.}$$

따라서 $f(x) = x(x-1)(x^2 + 3x + 1)$ 이고,

$$f(5a) = f(-4) = (-5) \times (-4) \times (16 - 12 + 1) = 100$$