

제2교시

수학 영역

1. [2025년 9월 (공통) 1번]

$5^{\sqrt{2}+1} \times \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{25}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ 1
 ④ 5 ⑤ 25



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$$\begin{aligned} 5^{\sqrt{2}+1} \times \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}} &= 5^{\sqrt{2}+1} \times (5^{-1})^{\sqrt{2}} \\ &= 5^{\sqrt{2}+1} \times 5^{-\sqrt{2}} = 5 \end{aligned}$$

2. [2025년 9월 (공통) 2번]

함수 $f(x) = x^2 - 4x + 2$ 에 대하여

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$$f'(x) = 2x - 4$$

$$\therefore \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{4+h-4} = f'(4) = 4$$

3. [2025년 9월 (공통) 3번]

수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^6 (2a_k - 1) = 30$ 일 때,

$\sum_{k=1}^6 a_k$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 6 ③ 10
 ④ 14 ⑤ 18



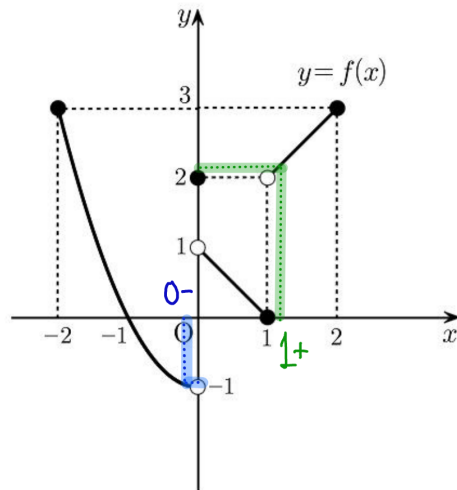
수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$$\sum_{k=1}^6 (2a_k - 1) = 2 \sum_{k=1}^6 a_k + \sum_{k=1}^6 (-1) = 2 \sum_{k=1}^6 a_k - 6 = 30$$

$$\therefore \sum_{k=1}^6 a_k = 18$$

4. [2025년 9월 (공통) 4번]

닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
 ④ 4 ⑤ 5



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$$\lim_{x \rightarrow 0-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1+} f(x) = -1 + 2 = 1$$

제2교시

수학 영역

5. [2025년 9월 (공통) 5번]

함수 $f(x) = (x^2 + 2)(x^2 + x - 3)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$$f'(x) = 2x(x^2 + x - 3) + (x^2 + 2)(2x + 1)$$

$$f'(1) = 2 \times (-1) + 3 \times 3 = 7$$

6. [2025년 9월 (공통) 6번]

$\cos(\theta - \pi) = \frac{3}{5}$ 이고 $\tan \theta < 0$ 일 때, $\sin \theta$ 의 값은?

[3점]

- ① $-\frac{4}{5}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $\frac{1}{5}$
④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{4}{5}$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$\tan \theta < 0 \rightarrow \theta$ 는 2사분면 or 4사분면

$$\cos(\theta - \pi) = \cos\{-(\pi - \theta)\} = \cos(\pi - \theta)$$

$$= -\cos \theta = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \cos \theta = -\frac{3}{5} < 0 \rightarrow \theta$$
는 2사분면 or 3사분면

$$\therefore \theta$$
는 2사분면

$$\therefore \sin \theta > 0$$

$$\therefore \sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - \left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{4}{5}$$

7. [2025년 9월 (공통) 7번]

곡선 $y = x^3 - 5x^2 + 6x$ 위의 점 $(3, 0)$ 에서의 접선이 점 $(5, a)$ 를 지날 때, a 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8
④ 9 ⑤ 10



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$$f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x \text{라 하자.}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 10x + 6$$

$$f'(3) = 3 \times 3^2 - 10 \times 3 + 6 = 3$$

점 $(3, 0)$ 에서의 접선의 방정식은

$$y - 0 = f'(3)(x - 3)$$

$$\therefore y = 3(x - 3)$$

$$\therefore a = 3(5 - 3) = 6$$

8. [2025년 9월 (공통) 8번]

두 양수 a, b 가

$$\log \sqrt{2} a + \log_2 b = 2, \log_2 a + \log_2 b^2 = 7$$

을 만족시킬 때, $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 8
④ 16 ⑤ 32



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$$\log \sqrt{2} a + \log_2 b = \log_2 a^2 + \log_2 b = \log_2 a^2 b = 2$$

$$\therefore a^2 b = 2^2$$

$$\log_2 a + \log_2 b^2 = \log_2 ab^2 = 7$$

$$\therefore ab^2 = 2^7$$

$$(a^2 b) \times (ab^2) = 2^2 \times 2^7$$

$$\Leftrightarrow a^3 b^3 = 2^9$$

$$\therefore ab = 2^{\frac{9}{3}} = 2^3 = 8$$

제2교시

수학 영역

9. [2025년 9월 (공통) 9번]

다항함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하고, 함수 $2f(x)+1$ 의 한 부정적분을 $G(x)$ 라 하자.

$G(3)=2F(3)$ 일 때, $G(5)-2F(5)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

함수 $2f(x)+1$ 의 한 부정적분이 $G(x)$ 이므로

$$G'(x)=2f(x)+1$$

$$G(x)=2F(x)+x+C \text{ (단, } C \text{는 적분상수)}$$

$$\Leftrightarrow G(x)-2F(x)=x+C$$

$$\therefore G(3)-2F(3)=3+C$$

$$\Leftrightarrow 0=3+C \text{ (}\because G(3)=2F(3)\text{)}$$

$$\therefore C=-3$$

$$\therefore G(5)-2F(5)=5-3=2$$

10. [2025년 9월 (공통) 10번]

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_2=1, \sum_{k=1}^6 (-1)^k S_k = 21$$

일 때, S_2+S_7 의 값은? [4점]

- ① 61 ② 63 ③ 65
④ 67 ⑤ 69



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$$\sum_{k=1}^6 (-1)^k S_k = -S_1 + S_2 - S_3 + S_4 - S_5 + S_6$$

$$= (S_2 - S_1) + (S_4 - S_3) + (S_6 - S_5)$$

$$= a_2 + a_4 + a_6$$

$$= a_2(1+r^2+r^4)$$

$$= 1+r^2+r^4 = 21 \text{ (}\because a_2=1\text{)}$$

$$\Leftrightarrow r^4+r^2-20=0$$

$$\Leftrightarrow (r^2+5)(r^2-4)=0$$

$$\therefore r^2=4, r=2 \text{ (}\because r>0\text{)}$$

$$a_2=a_1r$$

$$\Leftrightarrow 1=2a_1$$

$$\therefore a_1=\frac{1}{2}$$

$$\therefore S_2+S_7=(a_1+a_2)+\frac{a_1(r^7-1)}{r-1}$$

$$= \left(\frac{1}{2}+1\right)+\frac{\frac{1}{2}(2^7-1)}{2-1}=1+2^6=65$$

제2교시

수학 영역

11. [2025년 9월 (공통) 11번]

시각 $t=0$ 일 때 원점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각이 t ($t \geq 0$)일 때 점 P의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 10t + 7$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

< 보 기 >

- ㉠. 시각 $t=1$ 일 때 점 P의 운동 방향이 바뀐다.
- ㉡. 시각 $t=1$ 일 때 점 P의 위치는 3이다.
- ㉢. 시각 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지 점 P가 움직인 거리는 4이다.

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
 ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

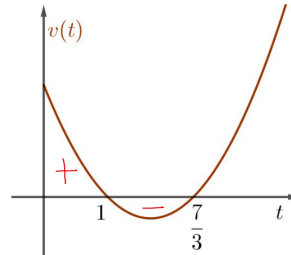


수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

㉠. (참)

[개념] 운동 방향 = 속도 부호

$$v(t) = 3t^2 - 10t + 7 = (3t - 7)(t - 1)$$



시각 $t=1$ 에서 속도의 부호가 바뀌므로
 $t=1$ 일 때 점 P의 운동 방향이 바뀐다.

㉡. (참)

점 P의 시각 t 에서의 위치를 $S(t)$ 라 하면

$$S(1) = S(0) + \int_0^1 v(t) dt$$

$$\begin{aligned} S(1) &= 0 + \int_0^1 (3t^2 - 10t + 7) dt \\ &= \left[t^3 - 5t^2 + 7t \right]_0^1 = 1 - 5 + 7 = 3 \end{aligned}$$

㉢. (참)

시각 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지 점 P가 움직인 거리는

$$\int_0^2 |v(t)| dt = \int_0^2 |3t^2 - 10t + 7| dt$$

구간 $[0, 1]$ 일 때 $v(t) \geq 0$ 이고,

구간 $[1, 2]$ 일 때 $v(t) \leq 0$ 이므로

$$\begin{aligned} &= \int_0^1 (3t^2 - 10t + 7) dt + \int_1^2 \{-(3t^2 - 10t + 7)\} dt \\ &= \left[t^3 - 5t^2 + 7t \right]_0^1 - \left[t^3 - 5t^2 + 7t \right]_1^2 \\ &= (1 - 5 + 7) - \{(8 - 20 + 14) - (1 - 5 + 7)\} \\ &= 3 - (2 - 3) = 3 - (-1) = 4 \end{aligned}$$

제2교시

수학 영역

12. [2025년 9월 (공통) 12번]

상수 a ($a > 1$)과 양수 t 에 대하여 곡선 $y = a^x$ 과
두 직선 $x = t$, $x = 2t$ 가 만나는 점을 각각 A,
B라 하고, 점 B에서 x 축에 내린 수선의 발을 C라
하자. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 삼각형 ACB의 넓이가 8일
때, $a \times t$ 의 값은? [4점]

① $2^{\frac{9}{4}}$

② $2^{\frac{23}{8}}$

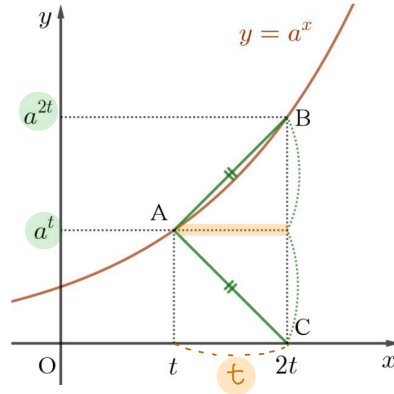
③ $2^{\frac{7}{2}}$

④ $2^{\frac{33}{8}}$

⑤ $2^{\frac{19}{4}}$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설



$\overline{AB} = \overline{AC}$ 이므로

$$a^{2t} = 2a^t$$

$$\therefore a^t = 2, a^{2t} = 4$$

$\triangle ACB$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times a^{2t} \times t = 8$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2} \times 4 \times t = 8$$

$$\therefore t = 4$$

$$\therefore a^4 = 2, a = 2^{\frac{1}{4}}$$

$$\therefore a \times t = 2^{\frac{1}{4}} \times 4 = 2^{\frac{1}{4}} \times 2^2 = 2^{\frac{9}{4}}$$

제2교시

수학 영역

13. [2025년 9월 (공통) 13번]

함수 $f(x)=x^2+6x+12$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k 의 개수는? [4점]

모든 실수 a 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2}{(f(x))^2 - k(x+2)f(x)}$ 의 값이 존재한다.

- ① 5 ② 6 ③ 7
 ④ 8 ⑤ 9



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2}{(f(x))^2 - k(x+2)f(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2}{f(x)\{f(x) - k(x+2)\}}$$

$$f(x)=x^2+6x+12=(x+3)^2+3 \text{ 이므로 } f(x)>0$$

i) 분모=0이 성립하지 않는 경우

→ 극한값은 반드시 존재

$f(x) \neq 0$ 이므로 $f(x) - k(x+2) \neq 0$ 이면 된다.

$$f(x) - k(x+2) = x^2 + (6-k)x + 12 - 2k$$

$$D = (6-k)^2 - 4 \times 1 \times (12-2k) < 0$$

$$\Leftrightarrow k^2 - 4k - 12 < 0$$

$$\Leftrightarrow (k-6)(k+2) < 0$$

$$\therefore -2 < k < 6$$

ii) 분모=0이 성립하는 경우

→ 분자 x^2 에 의하여 약분되어야 한다.

→ 분모는 $x=0$ 만을 실근으로 가질 수 있다.

→ $f(x) - k(x+2)$ 가 이차식이므로 $x=0$ 을 중근으로 갖는다.

$$\therefore f(x) - k(x+2) = x^2$$

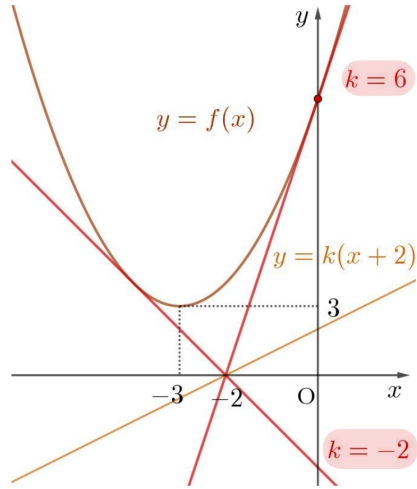
$$\Leftrightarrow x^2 + (6-k)x + 12 - 2k = x^2$$

$$\therefore k = 6$$

$$\therefore -2 < k \leq 6$$

∴ 조건을 만족시키는 모든 정수 k 는 8개

[참고]



i) $-2 < k < 6$ 일 때

$y=k(x+2)$ 가 $y=f(x)$ 와 만나지 않는다.

$$\rightarrow f(x) - k(x+2) \neq 0$$

ii) $k=6$ 일 때

$y=k(x+2)$ 가 $y=f(x)$ 와 $x=0$ 에서 접한다.

$$\rightarrow f(x) - k(x+2) = x^2$$

제2교시

수학 영역

14. [2025년 9월 (공통) 14번]

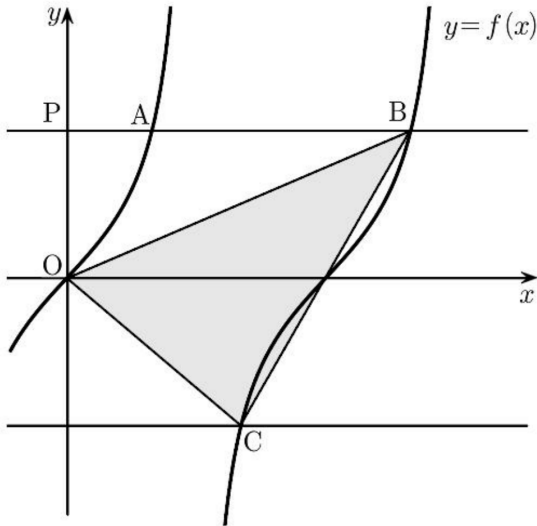
양수 k 에 대하여 집합

$$\left\{x \mid 0 \leq x < \frac{3k\pi}{2}, x \neq \frac{k\pi}{2}\right\} \text{에서 정의된 함수}$$

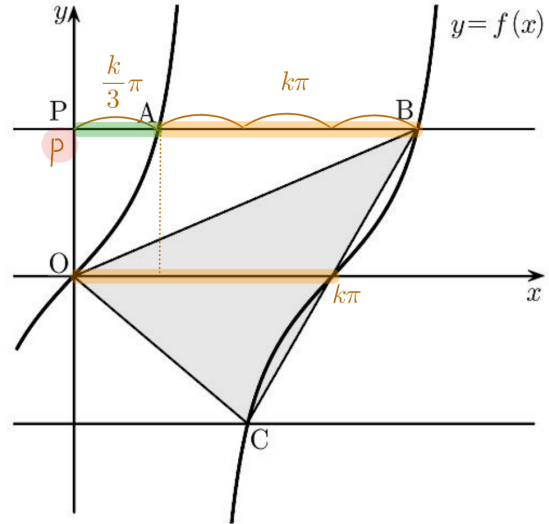
$f(x) = \tan \frac{x}{k}$ 가 있다. 점 $P(0, p)$ ($p > 0$)을 지나며 x 축에 평행한 직선이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 두 점을 A, B ($\overline{PA} < \overline{PB}$)라 하고, 직선 $y = -p$ 가 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 C 라 하자. $\overline{AB} = 3\overline{PA}$ 이고 삼각형 OCB 의 넓이가 $\frac{5\pi}{3}$ 일 때, $k+p$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.)

[4점]

- ① $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{13\sqrt{3}}{9}$ ③ $\frac{14\sqrt{3}}{9}$
 ④ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{16\sqrt{3}}{9}$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설



함수 $y = \tan \frac{x}{k}$ 의 주기는 $k\pi$

$$\therefore \overline{AB} = k\pi$$

$$\Leftrightarrow 3\overline{PA} = k\pi$$

$$\Leftrightarrow \overline{PA} = \frac{k}{3}\pi$$

$$\therefore p = f\left(\frac{k\pi}{3}\right) = \tan\left(\frac{1}{k} \cdot \frac{k\pi}{3}\right) = \tan \frac{\pi}{3} = \sqrt{3}$$

$$\triangle OBC = \triangle OBD + \triangle OCD$$

$$= \frac{1}{2} \times k\pi \times \sqrt{3} + \frac{1}{2} \times k\pi \times \sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3}k\pi = \frac{5\pi}{3}$$

$$\therefore k = \frac{5}{3\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{9}$$

$$\therefore k+p = \frac{5\sqrt{3}}{9} + \sqrt{3} = \frac{14\sqrt{3}}{9}$$

제2교시

수학 영역

15. [2025년 9월 (공통) 15번]

최고차항의 계수가 양수이고 $f(0)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x (|f(t)| - |t|) dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $g'(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

(나) 함수 $g(x)$ 는 $x=2$, $x=6$ 에서 극값을 갖는다.

$f(6) \times g(2) < 0$ 일 때, $f(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 16 ② 22 ③ 28
④ 34 ⑤ 40



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

(step1) $g(x) = \int_0^x (|f(t)| - |t|) dt$ 활용하기

- ① $x=0$ 을 대입: $g(0)=0$
② 미분: $g'(x) = |f(x)| - |x|$

(step2) 조건 (가) 활용하기

$g'(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4

$$g'(x)=0$$

$$\Leftrightarrow |f(x)| = |x|$$

$$\Leftrightarrow f(x) = x \text{ or } f(x) = -x$$

의 서로 다른 실근의 개수는 4

$f(0)=0$ 이므로

$x=0$ 에서 $g'(x)=0$ 은 실근을 갖는다.

(step3) 조건 (나) 활용하기

함수 $g(x)$ 는 $x=2$, 6에서 극값을 가지므로

$x=2$, 6에서 $g'(x)=0$ 은 실근을 갖는다.

$$\Leftrightarrow |f(2)| = |2|, |f(6)| = |6|$$

$$\Leftrightarrow f(2) = \pm 2, f(6) = \pm 6$$

$x=2$, 6에서 $g'(x)$ 는 부호가 변한다.

$\Leftrightarrow x=2$, 6에서 $|f(x)|$, $|x|$ 의 대소관계가 변한다.

$\therefore x=2$, 6에서

$f(x)$ 의 그래프가 $y=x$ or $y=-x$ 그래프와

만나기는 하지만 접하지 않고 뚫고 지나간다.

(step4) $f(6) \times g(2) < 0$ 조건

$$g(2) = \int_0^2 (|f(t)| - |t|) dt \text{ 이므로}$$

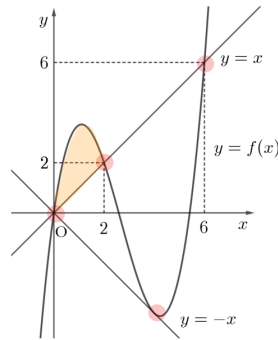
$0 < x < 2$ 에서

$|f(x)| > |x|$ 이면 $g(2) > 0$

$|f(x)| < |x|$ 이면 $g(2) < 0$

(step5) 그래프 개형 찾기

i) $f(2)=2$, $f(6)=6$ 인 경우

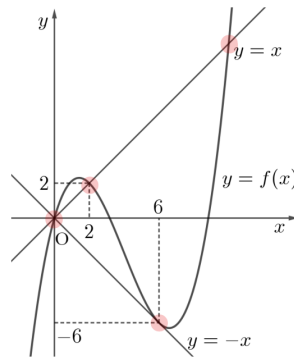


$g(2) > 0$ ($\because 0 < x < 2$ 에서 $|f(x)| > |x|$)

$f(6) > 0$ 이므로 모순

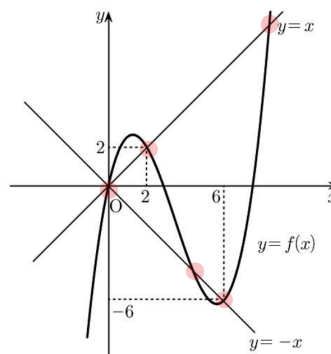
($\because f(6) \times g(2) < 0$)

ii) $f(2)=2$, $f(6)=-6$ 인 경우



$x=6$ 에서 $f(x)$ 의 그래프가 $y=-x$ 를 뚫고 지나가지 않고 접하므로 모순

[참고] $x=6$ 에서 뚫고 지나가면?

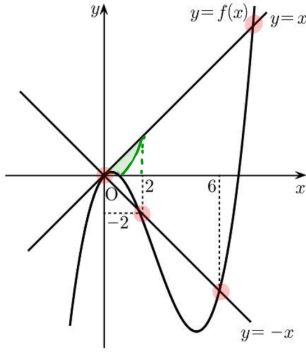


$g'(x)=0$ 실근의 개수가 5개이므로 모순

제2교시

수학 영역

iii) $f(2) = -2, f(6) = -6$ 인 경우

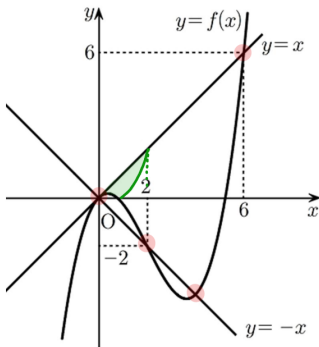


$g(2) < 0$ ($\because 0 < x < 2$ 에서 $|f(x)| < |x|$)

$f(6) < 0$ 이므로 모순

($\because f(6) \times g(2) < 0$)

iv) $f(2) = -2, f(6) = 6$ 인 경우



$y = f(x)$ 의 그래프가 $(0, 0)$ 에서 $y = x$ 에 접하면

$g'(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4 성립

$g(2) < 0$ ($\because 0 < x < 2$ 에서 $|f(x)| < |x|$)

$f(6) > 0$ 이므로 $f(6) \times g(2) < 0$ 성립

$$\therefore f(x) - x = kx^2(x - 6)$$

$$\Leftrightarrow f(x) = kx^2(x - 6) + x$$

$$f(2) = -2 \text{ 이므로}$$

$$-2 = k \times 2^2 \times (2 - 6) + 2$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{1}{4}$$

$$\therefore f(x) = \frac{1}{4}x^2(x - 6) + x$$

$$\therefore f(8) = \frac{1}{4} \times 8^2 \times (8 - 6) + 8 = 40$$

16. [2025년 9월 (공통) 16번]

수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = na_n + 2$$

를 만족시킨다. a_3 의 값을 구하시오. [3점]



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

8

$$a_2 = 1 \times a_1 + 2 = 1 \times 1 + 2 = 3$$

$$a_3 = 2 \times a_2 + 2 = 2 \times 3 + 2 = 8$$

17. [2025년 9월 (공통) 17번]

다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 + 2x + 1$ 이고

$f(1) = 6$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

17

$$f(x) = x^3 + x^2 + x + C \text{ (단, } C \text{는 적분상수)}$$

$$f(1) = 1 + 1 + 1 + C = 6$$

$$\therefore C = 3$$

$$\therefore f(2) = 8 + 4 + 2 + 3 = 17$$



풀컬리 손해설 기술문제집

과목별 6일완성 수능한권



제2교시

수학 영역

18. [2025년 9월 (공통) 18번]

등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 = 6, 2a_5 - a_4 = 15$$

일 때, a_{11} 의 값을 구하시오. [3점]



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

30

$$2a_5 - a_4 = 15$$

$$\Leftrightarrow 2(a_3 + 2d) - (a_3 + d) = 15$$

$$\Leftrightarrow a_3 + 3d = 6 + 3d = 15$$

$$\therefore d = 3$$

$$\therefore a_{11} = a_3 + 8d = 6 + 8 \times 3 = 30$$

19. [2025년 9월 (공통) 19번]

함수 $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 5a$ 의 극솟값이 a 일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [3점]



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

10

$f(x)$ 의 극값을 파악해야 한다

→ $f(x)$ 의 증가, 감소를 파악해야 한다.

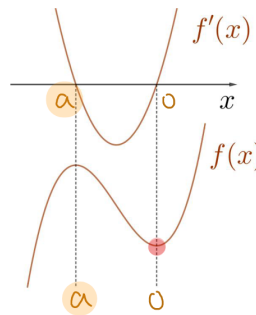
→ $f'(x)$ 의 $\oplus$, $\ominus$ 를 파악해야 한다.

$$f'(x) = 6x^2 - 6ax = 6x(x - a)$$

$$a = 0 \text{ 이면 } f'(x) = 6x^2 \geq 0 \text{ 이므로}$$

$f(x)$ 가 단조증가하므로 극값을 갖지 않는다.

i) $a < 0$ 일 때



i) $a < 0$ 일 때

$$\text{극소 } f(0) = 5a = a$$

$$\therefore a = 0 \text{ (모순)}$$

ii) $a > 0$ 일 때

$$\text{극소 } f(a) = -a^3 + 5a = a$$

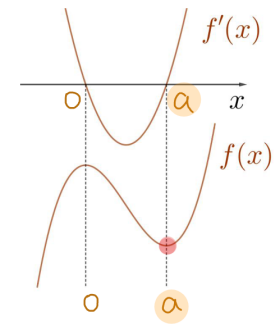
$$\Leftrightarrow a^3 - 4a = 0$$

$$\Leftrightarrow a(a+2)(a-2) = 0$$

$$\therefore a = 2 \text{ (} \because a > 0 \text{)}$$

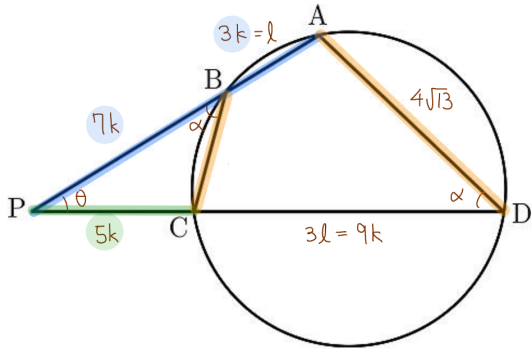
$$\therefore \text{극대 } f(0) = 5a = 5 \times 2 = 10$$

ii) $a > 0$ 일 때



제2교시

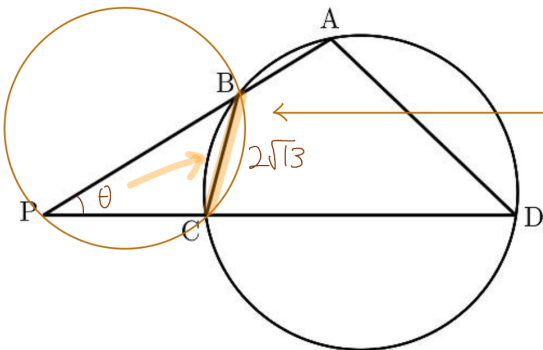
수학 영역



삼각형 BPC와 삼각형 DPA의 닮음비가
1 : (나) 이므로

$$\overline{PC} : \overline{PA} = 5k : 7k + l = 5k : 10k \\ = 1 : \boxed{2}$$

$$\overline{BC} = \frac{1}{2} \overline{AD} = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{13} = 2\sqrt{13}$$



사인법칙에 의하여

$$2\sqrt{13} = 2R \sin \theta$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{13} = 2R \frac{\sqrt{13}}{7}$$

$$(\because \sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{6}{7}\right)^2} = \frac{\sqrt{13}}{7})$$

$$\therefore R = \boxed{7}$$

$$\therefore p + q + r = 3 + 2 + 7 = 12$$

필연성 08

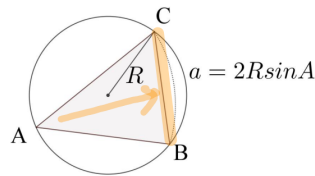
사인법칙 활용법 (각이 많을 때)

[단서] → [답]

- ✓ 2변 1각 → 1각
- ✓ 1변 2각 → 1변
- ✓ 외접원 등장

Skill 사인법칙 실전용 (2)

- ✓ 외접원 있을 때



9모 도형이 어려웠다면?
(독학) 도형의 필연성
풀컬러 도형문제집
전자책 1,000원! (한정판매)



제2교시

수학 영역

21. [2025년 9월 (공통) 21번]

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

0이 아닌 모든 실수 x 에 대하여

$$\frac{f'(x)}{2} + x^2 - 2 \leq \frac{f(2x) - f(0)}{2x} \leq x^4$$

이다.



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

296

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 라고 하자.

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left\{ \frac{f'(x)}{2} + x^2 - 2 \right\} \leq \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x) - f(0)}{2x} \leq \lim_{x \rightarrow 0} x^4$$

$$\Leftrightarrow \frac{f'(0)}{2} - 2 \leq f'(0) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -4 \leq f'(0) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -4 \leq b \leq 0$$

$$\frac{f(2x) - f(0)}{2x} \leq x^4$$

$$\Leftrightarrow \frac{(2x)^3 + a(2x)^2 + b(2x) + c - c}{2x} \leq x^4$$

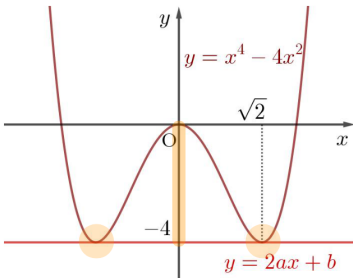
$$\Leftrightarrow 4x^2 + 2ax + b \leq x^4$$

$$\Leftrightarrow 2ax + b \leq x^4 - 4x^2$$

$g(x) = x^4 - 4x^2 = x^2(x+2)(x-2)$ 라고 하면

$\sqrt{2}$: 1비례관계에 의해 $x = \pm \sqrt{2}$ 에서 극소를 갖는다.

$$g(\sqrt{2}) = 4 - 4 \cdot 2 = -4$$



직선 $y = 2ax + b$ ($-4 \leq b \leq 0$)가

곡선 $g(x) = x^4 - 4x^2$ 보다 위에 있으면 안 된다.

$$a = 0, b = -4$$

$$\therefore f'(x) = 3x^2 - 4$$

$$\therefore f'(10) = 3 \times 10^2 - 4 = 300 - 4 = 296$$

[다른 풀이]

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 라고 하자.

$$f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$\frac{f'(x)}{2} + x^2 - 2 \leq \frac{f(2x) - f(0)}{2x} \leq x^4$$

$$\Leftrightarrow \frac{3x^2 + 2ax + b}{2} + x^2 - 2$$

$$\leq \frac{(2x)^3 + a(2x)^2 + b(2x) + c - c}{2x} \leq x^4$$

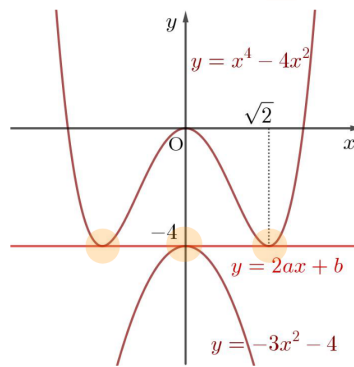
$$\Leftrightarrow \frac{3x^2 + 2ax + b}{2} + x^2 - 2 \leq 4x^2 + 2ax + b \leq x^4$$

$$\Leftrightarrow -3x^2 - 4 \leq 2ax + b \leq x^4 - 4x^2$$

$g(x) = x^4 - 4x^2 = x^2(x+2)(x-2)$ 라고 하면

$\sqrt{2}$: 1비례관계에 의해 $x = \pm \sqrt{2}$ 에서 극소를 갖는다.

$$g(\sqrt{2}) = 4 - 4 \cdot 2 = -4$$



$$a = 0, b = -4$$

$$\therefore f'(x) = 3x^2 - 4$$

$$\therefore f'(10) = 3 \times 10^2 - 4 = 300 - 4 = 296$$



풀컬리 손해설 기술문제집

과목별 6일완성 수능한권



제2교시

수학 영역

22. [2025년 9월 (공통) 22번]

곡선 $y = \log_2 x$ 위에 서로 다른 두 점 A, B가 있다. 점 A에서 직선 $y = x$ 에 내린 수선의 발을 P라 하고, 점 B를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 Q라 할 때, 네 점 A, B, P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) (직선 AP의 y 절편)-(직선 BQ의 y 절편)

$$= \frac{13}{2}$$

(나) 직선 AB의 기울기는 $\frac{6}{7}$ 이다.

사각형 APQB의 넓이가 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

Analysis^{WR}

기울기로 직각삼각형 활용하기

기울기는 직각삼각형에서의 $\frac{\text{세로}}{\text{가로}}$ 비율

(세로는 y 좌표 단서, 가로는 x 좌표 단서)

→ 도형적 접근

→ 직각삼각형 닮음 활용



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

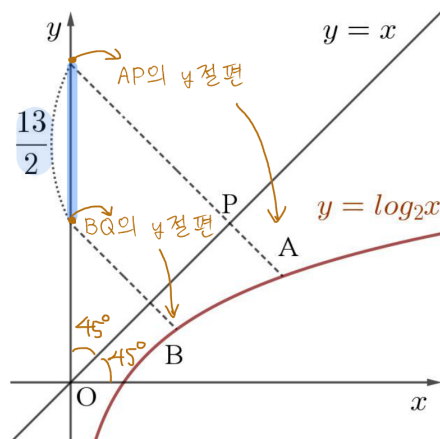
73

(step1) 점의 위치 파악하기

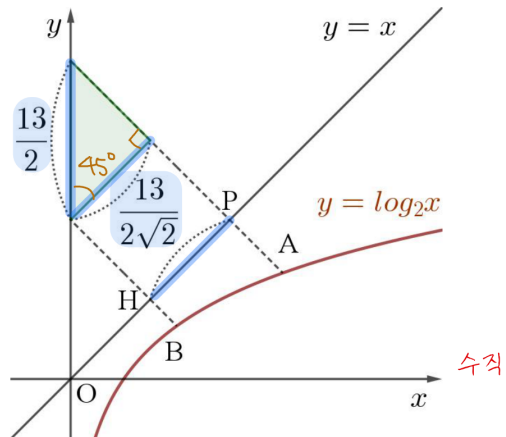
직선 AP는 $y=x$ 와 수직이고

직선 BQ도 $y=x$ 와 수직이므로

직선 AP와 직선 BQ는 모두 기울기가 -1 인 직선으로
평행하다.



점 B의 $y=x$ 위로의 수선의 발을 H라 하자



$$\therefore \overline{HP} = \frac{13}{2\sqrt{2}}$$

제2교시

수학 영역

(Step2) 기울기와 대칭성 활용하기

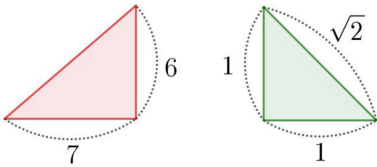
기울기는 단순한 숫자가 아니라

기울기의 근본 개념을 활용하여

직각삼각형 변 길이의 비율로 해석할 수 있어야 한다!

$$\text{기울기} = \frac{6}{7}$$

$$\text{기울기} = -1$$

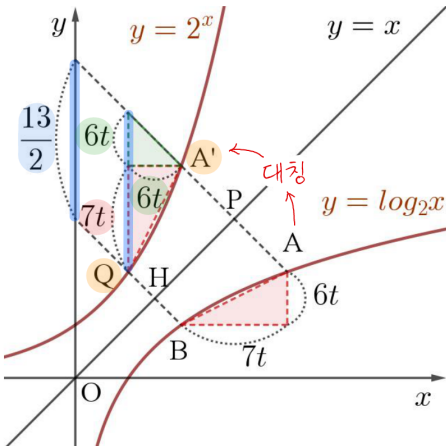


$y = \log_2 x$ 위의 점을 $y = x$ 에 대해
대칭시키는 단서가 있다.

[개념] $y = \log_2 x$ 와 $y = 2^x$ 의 그래프는
 $y = x$ 대칭관계다.

→ $y = 2^x$ 의 그래프를 활용하자.

점 A의 $y=x$ 에 대하여 대칭된 점을 A'이라고 하자.



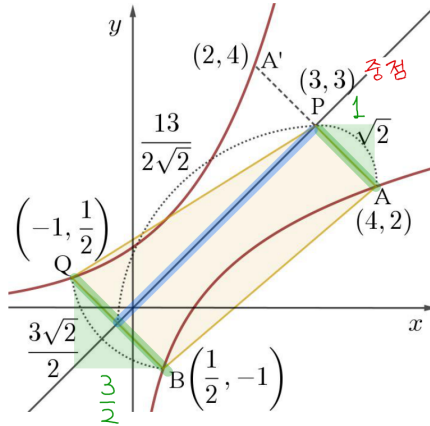
$$\therefore 7t + 6t = 13t = \frac{13}{2}, t = \frac{1}{2}, 6t = 3 \quad [\text{계산 1줄}]$$

점 Q의 x 좌표를 α 라고 하면, 점 A'의 x 좌표는 $\alpha + 3$

$$2^{\alpha+3} - 2^\alpha = 7t \Leftrightarrow 7 \cdot 2^\alpha = \frac{7}{2}, \alpha = -1 \quad [\text{계산 2줄}]$$

$$\therefore Q\left(-1, \frac{1}{2}\right), A'(2, 4)$$

(Step3) $\square APQB$ 의 넓이 구하기



$\square APQB$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times \left(\frac{3\sqrt{2}}{2} + \sqrt{2} \right) \times \frac{13}{2\sqrt{2}} = \frac{65}{8} \quad [\text{계산 3줄}]$$

$$\therefore p + q = 8 + 65 = 73$$

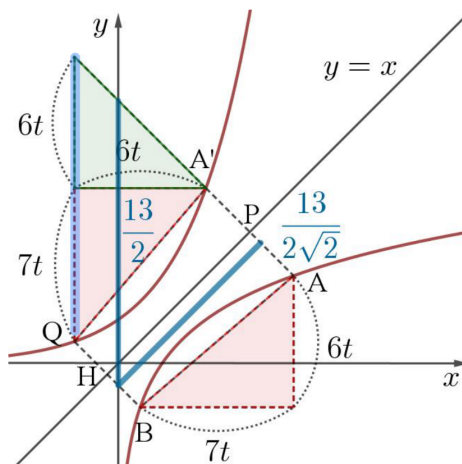
[참고]

계산을 해보면 처음 그래프와는 달리

점 Q가 제1사분면이 아니라 제2사분면에 있다는 걸
뒤늦게 알게 되는데, 그렇다 하더라도

$$\overline{HP} = \frac{13}{2\sqrt{2}}, 7t + 6t = 13t = \frac{13}{2} \text{ 식은 변하지 않고}$$

폴이에는 아무런 지장이 없다.



폴컬리 손해설 기술문제집

과목별 6일완성 수능한권



제2교시

수학 영역 (확률과 통계)

23. [2025년 9월 (확률과 통계) 23번]

세 문자 a, b, c 중에서 중복을 허락하여 4개를 택해 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

- ① 72 ② 75 ③ 78
 ④ 81 ⑤ 84



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$${}_3\Pi_4 = 3^4 = 81$$

24. [2025년 9월 (확률과 통계) 24번]

두 사건 A, B 에 대하여

$$P(A \cup B) = \frac{5}{6} = \frac{20}{24} \quad P(A^c \cap B) = \frac{1}{4} = \frac{6}{24}$$

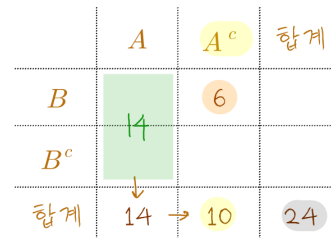
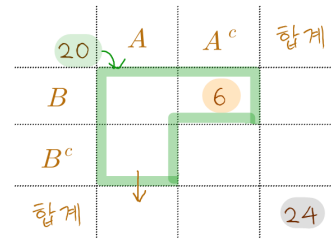
일 때, $P(A^c)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{5}{12}$
 ④ $\frac{11}{24}$ ⑤ $\frac{1}{2}$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

전체 집합의 원소의 개수를 24라고 예를 들어보자.



$$\therefore P(A^c) = \frac{10}{24} = \frac{5}{12}$$

[다른 풀이]

$$P(A) = P(A \cup B) - P(A^c \cap B)$$

$$= \frac{5}{6} - \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

$$\therefore P(A^c) = 1 - P(A)$$

$$= 1 - \frac{7}{12} = \frac{5}{12}$$

제2교시

수학 영역 (확률과 통계)

25. [2025년 9월 (확률과 통계) 25번]

1학년 학생 1명, 2학년 학생 3명, 3학년 학생 4명이 있다. 이 8명의 학생 중 임의로 5명의 학생을 선택할 때, 선택된 2학년 학생 수와 선택된 3학년 학생 수가 서로 같을 확률은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{15}{56}$ ③ $\frac{2}{7}$
 ④ $\frac{17}{56}$ ⑤ $\frac{9}{28}$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

2학년, 3학년 학생 수가 같도록 5명이 되는 케이스

1학년	2학년	3학년	
3	1	1	→ 불가능
1	2	2	→ 가능

전체 8명 중 임의로 5명을 선택하는 방법의 수

▶ ${}_8C_5$

1학년 1명, 2학년 2명, 3학년 2명 선택하는 방법의 수

▶ $1 \times {}_3C_2 \times {}_4C_2$

$$\therefore \frac{1 \times {}_3C_2 \times {}_4C_2}{{}_8C_5} = \frac{9}{28}$$

26. [2025년 9월 (확률과 통계) 26번]

평균이 m 이고 표준편차가 $2\sqrt{2}$ 인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 128인 표본을 임의추출하여 얻은 표본평균의 값이 $\bar{x}$ 일 때, 이를 이용하여 구한 모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간이 $\bar{x} - c \leq m \leq \bar{x} + c$ 이다. c 의 값은? (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때, $P(|Z| \leq 1.96) = 0.95$ 로 계산한다.) [3점]

- ① 0.47 ② 0.49 ③ 0.51
 ④ 0.53 ⑤ 0.55



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

모평균 m 에 대한 신뢰도 95%의 신뢰구간은

$$\bar{x} - 1.96 \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{128}} \leq m \leq \bar{x} + 1.96 \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{128}}$$

$$\therefore c = 1.96 \times \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{128}} = 1.96 \times \frac{1}{4} = 0.49$$

제2교시

수학 영역 (확률과 통계)

27. [2025년 9월 (확률과 통계) 27번]

각 면에 숫자 1, 2, 2, 3이 하나씩 적혀 있는 정사면체 모양의 서로 다른 상자 2개가 있다. 이 두 상자를 동시에 던져서 바닥에 닿은 면에 적혀 있는 두 수의 차를 확률변수 X 라 할 때, $V(X)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{5}{16}$ ③ $\frac{3}{8}$
 ④ $\frac{7}{16}$ ⑤ $\frac{1}{2}$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

4면체 주사위 2개 → 표를 그린다.

전체 경우가 $4 \times 4 = 16$ 이기 때문에

모든 경우를 다 해버리는 게 가장 쉽고 빠르다.

두 수의 차는 아래 표와 같다.

	1	2	2	3
1	0	1	1	2
2	1	0	0	1
2	1	0	0	1
3	2	1	1	0

확률 변수 X 의 확률분포 표는 아래와 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{6}{16}$	$\frac{8}{16}$	$\frac{2}{16}$	1

$$V(X) = E(X^2) - \{E(X)\}^2$$

$$= 0^2 \times \frac{6}{16} + 1^2 \times \frac{8}{16} + 2^2 \times \frac{2}{16}$$

$$- \left(0 \times \frac{6}{16} + 1 \times \frac{8}{16} + 2 \times \frac{2}{16} \right)^2$$

$$= 1 - \left(\frac{3}{4} \right)^2$$

$$= \frac{7}{16}$$

제2교시

수학 영역 (확률과 통계)

28. [2025년 9월 (확률과 통계) 28번]

빨간색 카드 1장, 파란색 카드 1장, 노란색 카드 3장, 보라색 카드 3장이 있다. 이 8장의 카드를 세 학생 A, B, C에게 다음 규칙에 따라 남김없이 나누어 주는 경우의 수는? (단, 같은 색 카드끼리는 서로 구별하지 않는다.) [4점]

- (가) 두 학생 A, B는 각각 1장 이상의 카드를 받고, 학생 C는 카드를 받지 못할 수 있다.
(나) 학생 A가 받는 카드의 색의 가짓수는 3 이하이다.

- ① 730 ② 746 ③ 762
④ 778 ⑤ 794



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설



여사건의 경우의 수를 (돼=전체-안돼) 구하는 방법을 활용하자.

(step1) 전체 경우의 수

	A	B	C
■			
■			
■ ■ ■			
■ ■ ■			

빨간 카드 1장, 파란 카드 1장, 노란 카드 3장, 보라 카드 3장을 세 학생 A, B, C에게 남김없이 나누어주는 경우의 수
▶ $3 \times 3 \times {}_3H_3 \times {}_3H_3$



물결리 손해설 기술문제집

과목별 6일완성 수능한권



(step2) 조건 (가)를 만족하지 않는 경우의 수

	A	B	C
■	0		
■	0		
■ ■ ■	0		
■ ■ ■	0		

학생 A가 카드를 받지 못하는 경우의 수
= 모든 카드를 학생 B, C 두 명만 받기
▶ $2 \times 2 \times {}_2H_3 \times {}_2H_3$

학생 B가 카드를 받지 못하는 경우의 수
= 모든 카드를 학생 A, C 두 명만 받기
▶ $2 \times 2 \times {}_2H_3 \times {}_2H_3$

학생 A, B 모두 카드를 받지 못하는 경우의 수
= 모든 카드를 학생 C만 받기
▶ 1

$$\therefore (2 \times 2 \times {}_2H_3 \times {}_2H_3) \times 2 - 1$$

(step3) 조건 (가)를 만족하는 것 중에 조건 (나)를 만족하지 않는 경우의 수

	A	B	C
■	1	0	0
■	1	0	0
■ ■ ■	1이상		
■ ■ ■	1이상		

학생 A가 받는 카드의 색의 가짓수가 4인 경우의 수
▶ ${}_3H_2 \times {}_3H_2$

학생 A가 받는 카드의 색의 가짓수가 4이고 B가 카드를 받지 못하는 경우의 수
▶ ${}_2H_2 \times {}_2H_2$
 $\therefore {}_3H_2 \times {}_3H_2 - {}_2H_2 \times {}_2H_2$

$$\begin{aligned} &\therefore \text{문제에서 구하는 경우의 수는} \\ &3 \times 3 \times {}_3H_3 \times {}_3H_3 \\ &- \{(2 \times 2 \times {}_2H_3 \times {}_2H_3) \times 2 - 1\} \\ &- \{{}_3H_2 \times {}_3H_2 - {}_2H_2 \times {}_2H_2\} \\ &= 746 \end{aligned}$$

제2교시

수학 영역 (확률과 통계)

29. [2025년 9월 (확률과 통계) 29번]

두 집합 $A = \{2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3\}$ 에 대하여 다음 시행을 한다.

집합 A 의 모든 부분집합 8개 중에서 임의로 한 개를 선택하고,
 집합 B 의 모든 부분집합 4개 중에서 임의로 한 개를 선택한다.
 선택한 두 집합의 교집합의 원소의 개수를 기록한다.

이 시행을 15360번 반복하여 기록한 수가 1인 횟수가 5880 이상일 확률을 표준정규분포표를 이용하여 구한 값이 k 일 때, $1000 \times k$ 의 값을 구하시오. [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477
2.5	0.494
3.0	0.499



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

23

집합 A , B 의 선택된 부분집합마다 교집합 원소의 개수는 아래와 같다.

B A	$\{2, 3\}$	$\{2\}$	$\{3\}$	$\emptyset$
$\{2, 3, 4\}$	2	1	1	0
$\{2, 3\}$	2	1	1	0
$\{2, 4\}$	1	1	0	0
$\{3, 4\}$	1	0	1	0
$\{2\}$	1	1	0	0
$\{3\}$	1	0	1	0
$\{4\}$	0	0	0	0
$\emptyset$	0	0	0	0

교집합의 원소의 개수가 1일 확률을 p 라 하면

$$p = \frac{12}{32} = \frac{3}{8}$$

이 시행을 15360번 반복할 때 기록한 수가 1인 횟수를 확률변수 X 라 하면

X 는 이항분포 $B\left(15360, \frac{3}{8}\right)$ 을 따른다.

$$E(X) = 15360 \times \frac{3}{8} = 5760$$

$$V(X) = 15360 \times \frac{3}{8} \times \frac{5}{8} = 3600 = 60^2$$

시행 횟수 15360은 충분히 크므로

확률 변수 X 는 정규분포 $N(5760, 60^2)$ 을 근사적으로 따른다.

$$\begin{aligned} P(X \geq 5880) &= P\left(Z \geq \frac{5880 - 5760}{60}\right) \\ &= P(Z \geq 2) \\ &= 0.5 - P(0 \leq Z \leq 2) \\ &= 0.5 - 0.477 \\ &= 0.023 \end{aligned}$$

$$\therefore 1000k = 1000 \times 0.023 = 23$$

제2교시

수학 영역 (확률과 통계)

30. [2025년 9월 (확률과 통계) 30번]

학생 A는 숫자 1, 8이 각각 하나씩 적혀 있는 2장의 카드 중 임의로 한 장의 카드를 선택하여 선택한 카드에 적힌 수가 8일 때만 선택한 카드를 바닥에 내려놓고, 학생 B는 숫자 2, 3, 4, 5, 6, 7이 각각 하나씩 적혀 있는 6장의 카드 중 임의로 한 장의 카드를 선택하여 선택한 카드에 적힌 수가 자연수 n 보다 작거나 같을 때만 선택한 카드를 바닥에 내려놓는다.

다음 규칙에 따라 학생 A가 굴을 받을 확률을 p , 학생 B가 굴을 받을 확률을 q 라 하자.

- 카드를 내려놓은 학생이 2명이면 더 큰 수가 적힌 카드를 내려놓은 학생만 굴을 받는다.
- 카드를 내려놓은 학생이 1명이면 카드를 내려놓지 않은 학생만 굴을 받는다.
- 카드를 내려놓은 학생이 없으면 어느 학생도 굴을 받지 못한다.

$p = q$ 일 때, $24(n+p)$ 의 값을 구하시오. (단, n 은 7 이하의 자연수이다.) [4점]



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

80

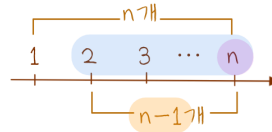
A의 선택 \ B의 선택	A 카드 놓기	A 카드 안 놓기
B의 선택	[8]	[1]
B 카드 놓기 [n이하]	(2명) A 승리	(1명) A 승리
B 카드 안 놓기 [n초과]	(1명) B 승리	(0명) 없음

i) 학생 A가 굴을 받을 확률

B가 카드를 놓으면 A가 어떤 카드를 놓든 안 놓든 A가 반드시 승리한다.

B가 n 이하의 수를 선택할 확률

$$p = \frac{n-1}{6}$$



ii) 학생 B가 굴을 받을 확률

A가 8을 선택 & B가 n 초과 수를 선택할 확률

$$q = \frac{1}{2} \times \frac{6-(n-1)}{6} = \frac{7-n}{12}$$

$p = q$ 이므로

$$\frac{n-1}{6} = \frac{7-n}{12}$$

$$\Leftrightarrow 2n-2 = 7-n$$

$$\therefore n=3, p = \frac{3-1}{6} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore 24(n+p) = 24 \times \left(3 + \frac{1}{3}\right) = 80$$



풀컬리 손해설 기출문제집

과목별 6일완성 수능한권



제2교시

수학 영역 (미적분)

31. [2025년 9월 (미적분) 23번]

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1}$ 의 값은? [2점]

- ① ☒ e ② $2e$ ③ $3e$
④ $4e$ ⑤ $5e$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$x - 1 = t$ 로 치환하면

$x \rightarrow 1$ 일 때 $t \rightarrow 0$ 이고 $x = t + 1$ 이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1} = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{e^{t+1} - e}{t}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 0} \left(\frac{e^t - 1}{t} \times e \right)$$

$$= 1 \times e$$

$$= e$$

32. [2025년 9월 (미적분) 24번]

$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) e^{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $e - 2$ ② $\frac{e - 1}{2}$ ③ $\frac{e}{2}$
④ ☒ $e - 1$ ⑤ $\frac{e + 1}{2}$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) = t$ 로 치환하면 $\frac{dt}{dx} = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) e^{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} dx = \int_0^1 e^t dt$$

$$= \left[e^t \right]_0^1$$

$$= e - 1$$

[다른 풀이]

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) e^{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} dx$$

$$= \left[e^{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} \right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} = e^1 - e^0 = e - 1$$

제2교시

수학 영역 (미적분)

33. [2025년 9월 (미적분) 25번]

두 실수 a, b 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^b}{\sqrt{n^4+4n} - \sqrt{n^4+n}} = 6 \text{ 일 때, } a+b \text{의}$$

값은? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10
④ 12 ⑤ 14



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

$$\begin{aligned} & \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^b}{\sqrt{n^4+4n} - \sqrt{n^4+n}} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^b(\sqrt{n^4+4n} + \sqrt{n^4+n})}{(\sqrt{n^4+4n} - \sqrt{n^4+n})(\sqrt{n^4+4n} + \sqrt{n^4+n})} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^b(\sqrt{n^4+4n} + \sqrt{n^4+n})}{(n^4+4n) - (n^4+n)} \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^b n^2 \left(\sqrt{1+\frac{4}{n^3}} + \sqrt{1+\frac{1}{n^3}} \right)}{3n} \end{aligned}$$

0 아닌 극한값이 존재하므로 분자와 분모의 차수가 같아야 한다.

$$\therefore b = -1$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a \left(\sqrt{1+\frac{4}{n^3}} + \sqrt{1+\frac{1}{n^3}} \right)}{3} = \frac{2a}{3} = 6$$

$$\therefore a = 9$$

$$\therefore a+b = 9+(-1) = 8$$

34. [2025년 9월 (미적분) 26번]

곡선 $y = \frac{3}{x-1}$ ($x > 1$)이 두 직선 $y=1$, $y=3$ 과

만나는 점을 각각 A, B라 하자. 곡선

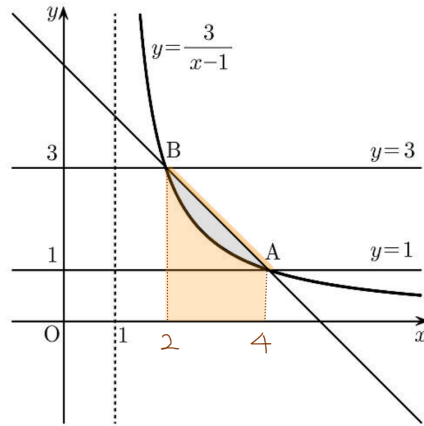
$y = \frac{3}{x-1}$ ($x > 1$)과 직선 AB로 둘러싸인 부분의

넓이는? [3점]

- ① 4-3ln3 ② 3-3ln2 ③ 4-2ln3
④ 3+3ln2 ⑤ 3+3ln3



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설



$$1 = \frac{3}{x-1} \Leftrightarrow x-1 = 3$$

$$\therefore x = 4$$

$$3 = \frac{3}{x-1} \Leftrightarrow 3x-3 = 3$$

$$\therefore x = 2$$

$\therefore$ 둘러싸인 부분의 넓이는

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \times (1+3) \times 2 - \int_2^4 \frac{3}{x-1} dx \\ &= 4 - [3\ln|x-1|]_2^4 \\ &= 4 - 3\ln 3 \end{aligned}$$

제2교시

수학 영역 (미적분)

35. [2025년 9월 (미적분) 27번]

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이다. 함수 $f(x^3+x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $f(2)=1$, $f'(2)=8g'(1)-1$ 이다. $g(1)+g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{11}{8}$ ③ $\frac{3}{2}$
④ $\frac{13}{8}$ ⑤ $\frac{7}{4}$



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

함수 $g(x)$ 와 $f(x^3+x)$ 가 역함수 관계이므로
 $g(f(x^3+x)) = x$

$x=1$ 을 대입하면
 $g(f(1+1)) = 1$
 $\Leftrightarrow g(f(2)) = 1$
 $\therefore g(1) = 1$

x 에 대하여 미분하면
 $g'(f(x^3+x))f'(x^3+x)(3x^2+1) = 1$
 $x=1$ 을 대입하면
 $g'(f(1+1))f'(1+1) \cdot 4 = 1$
 $\Leftrightarrow g'(f(2))f'(2) \cdot 4 = 1$
 $\Leftrightarrow g'(1)\{8g'(1)-1\} \cdot 4 = 1$
 $\Leftrightarrow 32\{g'(1)\}^2 - 4g'(1) - 1 = 0$
 $\Leftrightarrow (4g'(1)-1)(8g'(1)+1) = 0$
 $\therefore g'(1) = \frac{1}{4} \quad (\because g'(x) > 0)$

$\therefore g(1)+g'(1) = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$

[참고]

$f'(x) > 0$ 이므로
 $\{f(x^3+x)\}' = f'(x^3+x)(3x^2+1) > 0$
 $f(x^3+x)$ 가 증가함수이므로
그 역함수 $g(x)$ 도 증가함수이다.
 $\therefore g'(x) > 0$

[다른 풀이]

함수 $h(x) = f(x^3+x)$ 라고 하면 $h(x) = g^{-1}(x)$
 $h(1) = f(1+1) = f(2) = 1$

$\therefore g(1) = 1$
 $\therefore h(1) = \frac{1}{g'(1)}$

$h'(x) = f'(x^3+x)(3x^2+1)$
 $h'(1) = 4f'(2) = 4\{8g'(1)-1\} = \frac{1}{g'(1)}$

$\Leftrightarrow 32\{g'(1)\}^2 - 4g'(1) - 1 = 0$
 $\Leftrightarrow (4g'(1)-1)(8g'(1)+1) = 0$
 $\therefore g'(1) = \frac{1}{4} \quad (\because g'(x) > 0)$

$\therefore g(1)+g'(1) = 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4}$

제2교시

수학 영역 (미적분)

36. [2025년 9월 (미적분) 28번]

삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = g(x) - \tan g(x)$$

이고 다음 조건을 만족시킬 때, $g'(0) \times (g(0))^2$ 의 값은? [4점]

(가) $f(0)=0$, $f''(\pi)=0$

(나) $\sin g(\pi)=0$, $\lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \frac{3\pi}{2}$

- ① -12 ② -6 ③ -1
④ 3 ⑤ 9



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

(step1) 문제에서 구하는 것 파악

$$f(0) = g(0) - \tan g(0) = 0$$

$$\Leftrightarrow \tan g(0) = g(0)$$

$$f'(x) = g'(x) \{1 - \sec^2 g(x)\} = -g'(x) \tan^2 g(x)$$

$$(\because 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta \Leftrightarrow 1 - \sec^2 \theta = -\tan^2 \theta)$$

$$f'(0) = -g'(0) \tan^2 g(0) = -g'(0) \{g(0)\}^2$$

$$\therefore g'(0) \times (g(0))^2 = -f'(0)$$

(step2) 삼차함수 $f(x)$ 의 변곡점 파악

삼차함수 $f(x)$ 는 $f''(\pi)=0$ 이므로 $x=\pi$ 에서 변곡점을 갖는다.

$$f(\pi) = g(\pi) - \tan g(\pi) = n\pi \quad (\text{단, } n \text{은 정수})$$

$$(\because \sin g(\pi) = 0 \Leftrightarrow g(\pi) = n\pi)$$

$$(\because \tan g(\pi) = \frac{\sin g(\pi)}{\cos g(\pi)} = 0)$$

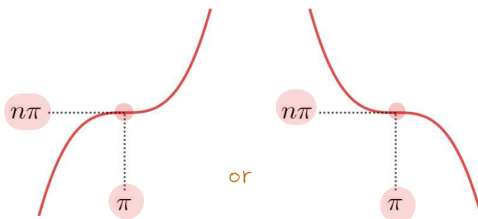
$$f'(x) = g'(x) \{1 - \sec^2 g(x)\} = -g'(x) \tan^2 g(x)$$

$$f'(\pi) = 0$$

삼차함수 $f(x)$ 의 변곡점에서의

좌표는 $(0, n\pi)$ 이고, 접선의 기울기가 0이다.

$f(x)$ 의 그래프의 개형은 아래와 같다.



풀컬리 손해설 기출문제집

과목별 6일완성 수능한권



제2교시

수학 영역 (미적분)

(Step3) 합성함수의 그래프 개형 활용하기

함수 $h(x) = x - \tan x$ 라고 하면

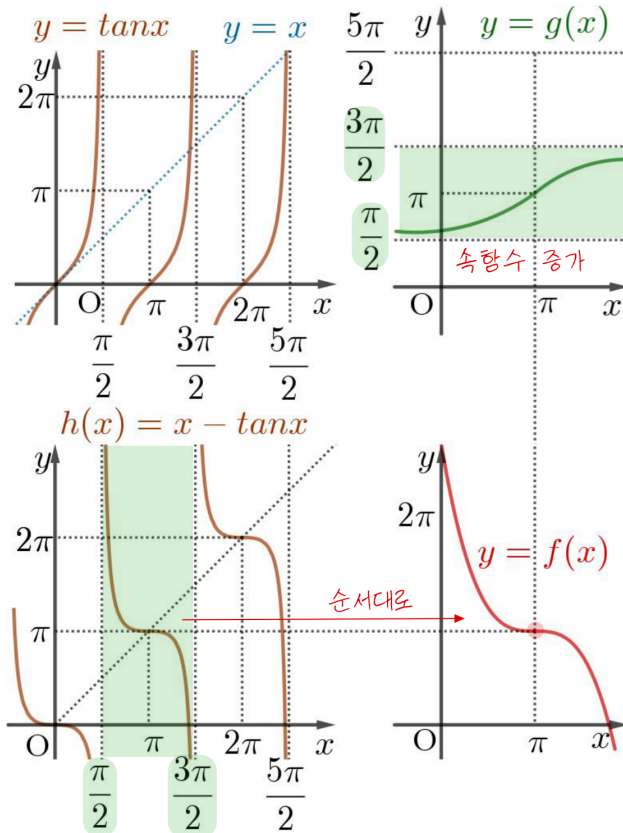
$f(x) = h(g(x))$ 인 합성함수이다.

i) $x \rightarrow \infty$ 일 때 $g(x) \rightarrow \frac{3\pi}{2}$ -인 경우

$g(x)$ 의 치역이 $(\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2})$ 이고 증가함수이다.

[그래프 테크닉]

그래프 뺄셈



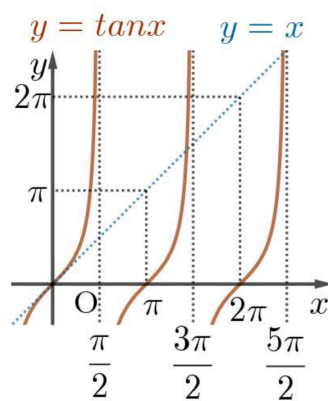
$f(0) \neq 0$ 이므로 모순이다.

ii) $x \rightarrow \infty$ 일 때 $g(x) \rightarrow \frac{3\pi}{2} +$ 인 경우

$g(x)$ 의 치역이 $(\frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2})$ 이고 감소함수이다.

[그래프 테크닉]

그래프 뺄셈



$$f(x) = a(x - \pi)^3 + 2\pi$$

$$\therefore f(0) = -a\pi^3 + 2\pi = 0$$

$$\therefore a = \frac{2}{\pi^2}$$

$$\therefore f'(x) = 3 \frac{2}{\pi^2} (x - \pi)^2$$

$$\therefore g'(0) \times (g(0))^2 = -f'(0) = -\frac{6}{\pi^2} (0 - \pi)^2 = -6$$

제2교시

수학 영역 (미적분)

37. [2025년 9월 (미적분) 29번]

첫째항이 양수이고 공비가 유리수인 등비수열

$\{a_n\}$ 에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하고, 수열

$\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 + a_2 < 10$

(나) 수열 $\{a_n\}$ 의 정수인 항의 개수는 3이고,
이 세 항의 곱은 216이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

91

등비수열 $\{a_n\}$ 의 공비를 r 이라 하면

급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하므로 $-1 < r < 1$

공비 r 이 유리수이므로 서로소인 두 정수 k, m 에 대하여

$$r = \frac{l}{m}$$

수열 $\{a_n\}$ 의 일반항은 $a_n = a_1 r^{n-1} = \frac{a_1 \cdot l^{n-1}}{m^{n-1}}$

$\frac{a_1 \cdot l^{n-1}}{m^{n-1}}$ 는 분모의 m^{n-1} 이 충분히 커지면

정수가 될 수 없고,

어떤 항이 정수가 안 되면

그 다음 항부터는 분모가 더욱 커지므로

절대로 다시 정수가 될 수 없다.

$\therefore$ 정수인 항 3개는 연달아 있다.

($\because$ 정수 $0 \rightarrow$ 정수 $\times \rightarrow$ 정수 0 는 불가능)

$\therefore$ 어떤 자연수 k 에 대하여

a_k, a_{k+1}, a_{k+2} 는 정수이고

$$a_k \times a_{k+1} \times a_{k+2} = 216$$

$$\Leftrightarrow \frac{a_{k+1}}{r} \times a_{k+1} \times a_{k+1} r = 2^3 3^3$$

$$\Leftrightarrow (a_{k+1})^3 = 6^3$$

$$\therefore a_{k+1} = 6$$

$$a_k = 6 \frac{m}{l}, a_{k+1} = 6, a_{k+2} = 6 \frac{l}{m} \quad (\because r = \frac{l}{m})$$

모두 정수이므로 l, m 은 모두 6의 약수이다.

$$\text{i) } r = \pm \frac{1}{6}$$

$$\text{ii) } r = \pm \frac{2}{6} = \pm \frac{1}{3}$$

$$\text{iii) } r = \pm \frac{3}{6} = \pm \frac{1}{2}$$

$$\text{iv) } r = \pm \frac{4}{6} = \pm \frac{2}{3}$$

(1) 공비가 양수일 때

r	a_k	a_{k+1}	a_{k+2}
i) $\frac{1}{6}$	36	6	1
ii) $\frac{1}{3}$	18	6	2
iii) $\frac{1}{2}$	12	6	3
iv) $\frac{2}{3}$	9	6	4

그 어떤 경우도 $a_1 + a_2 < 10$ 를 만족할 수 없다.

($\because 0 < r < 1$ 이므로 $a_1 \geq a_k$)

(2) 공비가 음수일 때

$a_1 > 0$ 이므로 a_k 는 첫째항이 아니다.

r	a_{k-1}	a_k	a_{k+1}	a_{k+2}
i) $-\frac{1}{6}$	216	-36	6	-1
ii) $-\frac{1}{3}$	54	-18	6	-2
iii) $-\frac{1}{2}$	24	-12	6	-3
iv) $-\frac{2}{3}$	$\frac{27}{2}$	-9	6	-4

이 중에서 $a_1 + a_2 < 10$ 를 만족하는 건

iv) $r = -\frac{2}{3}, a_1 = \frac{27}{2}$ 인 경우 뿐이다.

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{a_1}{1-r} = \frac{\frac{27}{2}}{1 - \left(-\frac{2}{3}\right)} = \frac{81}{10}$$

$$\therefore p+q = 10 + 81 = 91$$

제2교시

수학 영역 (미적분)

38. [2025년 9월 (미적분) 30번]

실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 와
실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 는 모든
실수 x 에 대하여

$$f(x) = \ln \left(\frac{g(x)}{1 + xf'(x)} \right)$$

를 만족시킨다. $f(1) = 4\ln 2$ 이고

$$\int_1^2 g(x) dx = 34, \quad \int_1^2 xg(x) dx = 53$$

일 때, $\int_1^2 xe^{f(x)} dx$ 의 값을 구하시오. [4점]



수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

31

식의 특징: 단서가 $g(x)$ 의 적분값이므로
식을 $g(x)$ 기준으로 변형하자.

식의 특징: 문제에서 구하는 답이 $xe^{f(x)}$ 의 적분인 것에
착안하여, $e^{f(x)} + xf'(x)e^{f(x)} = \{xe^{f(x)}\}'$ 라는 생각을
할 수 있어야 한다.

식의 특징: 문제에서 구하는 답이 $xe^{f(x)}$ 의 적분인데
 $xe^{f(x)}$ 의 미분에 대한 단서가 있으므로

$$(\{xe^{f(x)}\})' = g(x)$$

부분적분을 해야 한다는 생각을 할 수 있어야 한다.

$$f(x) = \ln \left\{ \frac{g(x)}{1 + xf'(x)} \right\}$$

$$\Leftrightarrow e^{f(x)} = \frac{g(x)}{1 + xf'(x)}$$

$$\Leftrightarrow g(x) = e^{f(x)} \{1 + xf'(x)\} = e^{f(x)} + xf'(x)e^{f(x)} \\ = \{xe^{f(x)}\}'$$

$$\int_1^2 g(x) dx = [xe^{f(x)}]_1^2 = 2e^{f(2)} - e^{f(1)} \\ = 2e^{f(2)} - e^{\ln 16} = 2e^{f(2)} - 16 = 34 \\ \therefore e^{f(2)} = 25$$

$$\int_1^2 xe^{f(x)} \times 1 dx \\ = [xe^{f(x)}x]_1^2 - \int_1^2 \{xe^{f(x)}\}' x dx \\ = \{4e^{f(2)} - e^{f(1)}\} - \int_1^2 xg(x) dx \\ = 4 \times 25 - 16 - 53 = 31$$



풀컬리 손해설 기출문제집

과목별 6일완성 수능한권

