

제 2 교시

수학 영역

K S M

5지선다형

1. $2^3 \times 4^{-\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x+2}{(x+1)^2 - x^2}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

3. 공차가 5인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_1 + a_3 = 16$ 일 때, a_4 의 값은? [2점]

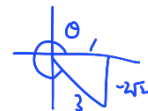
- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

$$a_2 = 8$$

$$a_4 = 8 + 10 = 18$$

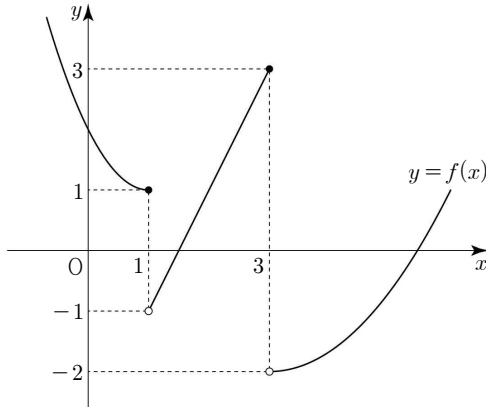
4. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos \theta = \frac{1}{3}$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-2\sqrt{2}$ ② $-\sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2}$
④ $2\sqrt{2}$ ⑤ $3\sqrt{2}$



$$\tan \theta = -2\sqrt{2}$$

5. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

$$1 + (-2) = -1$$

6. 반지름의 길이가 6이고 넓이가 15π 인 부채꼴의 중심각의 크기는? [3점]

- ① $\frac{\pi}{6}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2}{3}\pi$ ⑤ $\frac{5}{6}\pi$

$$\frac{1}{2}r^2\theta = S$$

$$\frac{1}{2} \cdot 36\theta = 15\pi, \theta = \frac{5}{6}\pi$$

7. $0 < a < 1$ 인 상수 a 에 대하여 곡선 $y = \log_a x$ 위에 두 점 $A(2, \log_a 2)$, $B(4, \log_a 4)$ 가 있다.

직선 AB의 기울기가 $-\frac{1}{4}$ 일 때, a 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

$$\frac{\log_a 4 - \log_a 2}{4 - 2} = \frac{\log_a 2}{2} = -\frac{1}{4}$$

$$\log_a 2 = -\frac{1}{2}$$

$$a^{-\frac{1}{2}} = 2, a = \frac{1}{4}$$

8. 수열 $\{a_n\}$ 의 일반항이 $a_n = \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}$ 일 때,

$\sum_{k=1}^8 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{6}{25}$ ③ $\frac{7}{25}$ ④ $\frac{8}{25}$ ⑤ $\frac{9}{25}$

$$\begin{aligned} \sum_{k=1}^8 \frac{1}{3} \left(\frac{1}{3k-2} - \frac{1}{3k+1} \right) \\ = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{1}{25} \right) = \frac{8}{25} \end{aligned}$$

9. 부등식 $\log(x-1) + \log(x+2) \leq 1$ 을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$$\begin{aligned} x > 1, \quad \log(x+2) &\leq \log 10 \\ x+2 &\leq 10 \\ (x+4)(x-3) &\leq 0 \\ \begin{cases} -4 \leq x \leq 3 \\ x > 1 \end{cases} &, \quad 1 < x \leq 3 \\ &\quad 2+3=5 \end{aligned}$$

10. 함수 $y = \sin \frac{x}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ ($0 \leq x < 4\pi$)의 그래프와 x 축이

만나는 서로 다른 두 점을 A, B라 할 때, 선분 AB의 길이는? [3점]

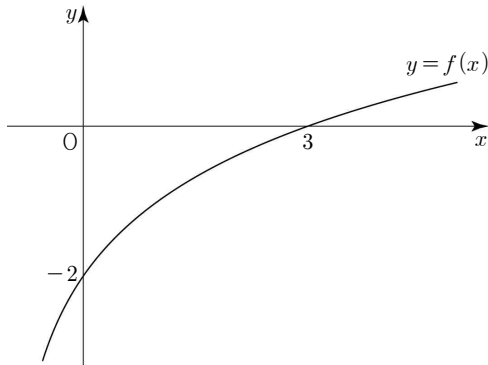
- ① $\frac{2}{3}\pi$ ② π ③ $\frac{4}{3}\pi$ ④ $\frac{5}{3}\pi$ ⑤ 2π

$$\sin \frac{x}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad 0 \leq \frac{x}{2} < 2\pi$$

$$\frac{x}{2} = \frac{4}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi$$

$$x = \frac{8}{3}\pi, \frac{10}{3}\pi \quad \therefore \frac{10}{3}\pi - \frac{8}{3}\pi = \frac{2}{3}\pi$$

11. 함수 $f(x) = \log_2(x+a) + b$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $f(15)$ 의 값은? (단, a , b 는 상수이다.) [3점]



- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$

$$(3, 0) \rightarrow \log_2(3+a) + b = 0$$

$$(0, -2) \rightarrow \log_2 a + b = -2$$

$$\log_2(3+a) - \log_2 a = 2$$

$$\log_2 \frac{3+a}{a} = 2$$

$$4 = \frac{3+a}{a}, \quad 4a = 3+a, \quad a = 1$$

$$b = -2$$

$$\therefore f(15) = \log_2 16 - 2 = 2$$

12. 공차가 -4 인 등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. $S_{12} = 0$ 일 때, S_n 의 최댓값은? [3점]

- ① 60 ② 66 ③ 72 ④ 78 ⑤ 84

$$\frac{12(2a - 4)}{2} = 0, \quad a = 22$$

$$a_n = -4n + 26$$

$$a_6 > 0, \quad a_7 < 0$$

$$\therefore S_6 : \text{최대}$$

$$S_6 = \frac{6(44 - 20)}{2} = 72$$

13. 1 이 아닌 세 양수 a, b, c 가

$a^3 = b^2, \log_a c = \log_b c + 1$

을 만족시킬 때, $\log_c ab$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$a^3 = b^2 = k$
 $a = k^{\frac{1}{3}}, b = k^{\frac{2}{3}} \Rightarrow 3 \log_k c = 2 \log_k c + 1$
 $\therefore \log_k c = 1, c = k$
 $\log_c ab = \log_k k^{\frac{5}{3}} = \frac{5}{6}$

14. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 $n^2 - 12n + 27$ 의 n 제곱근 중
음의 실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $\sum_{n=2}^{20} f(n)$ 의 값은?

[4점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$n^2 = (n-3)(n-9)$

n	$(n-3)(n-9)$
2	+
3	0
4	+
5	+
6	+
7	+
8	+
9	0
10	-
11	-
12	-
13	-
14	-
15	-
16	-
17	-
18	-
19	-
20	-

$n = 2, 10, 12, 14, 16, 18, 20$
 $\Rightarrow 14$
 $\therefore 9$

15. 자연수 n 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

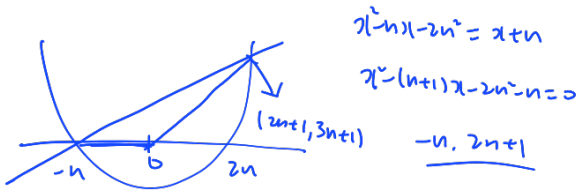
$$f(x) = x^2 - nx - 2n^2 = (x-2n)(x+n)$$

이라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=x+n$ 이 만나는 서로 다른 두 점을 A_n, B_n 이라 하자. 삼각형 A_nOB_n 의

넓이를 S_n 이라 할 때, $\sum_{k=1}^4 S_k$ 의 값은? (단, 0 는 원점이다.)

[4점]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50



$$S = \frac{1}{2} \times n \times (3n+1) = S_n$$

$$\sum_{k=1}^4 S_k = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^4 (3k^2 + k)$$

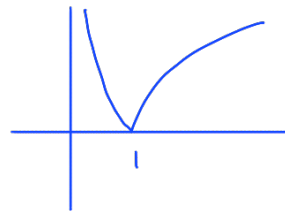
$$= \frac{1}{2} \left(3 \cdot \frac{4 \cdot 5 \cdot 9}{6} + \frac{4 \cdot 5}{2} \right) = \frac{1}{2} \times 100 = 50$$

16. 함수

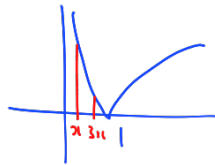
$$f(x) = \begin{cases} \log_{\frac{1}{3}} x & (0 < x \leq 1) \\ \log_3 x & (x > 1) \end{cases}$$

에 대하여 방정식 $f(x) + f(3x) = 3$ 의 모든 실근의 합은? [4점]

- ① $\frac{8}{3}$ ② $\frac{26}{9}$ ③ $\frac{28}{9}$ ④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{32}{9}$



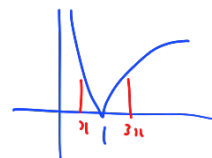
i) $0 < x < \frac{1}{3}$



$$\begin{aligned} f(x) + f(3x) &= \log_{\frac{1}{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} 3x \\ &= \log_{\frac{1}{3}} 3x^2 = 3 \\ 3x^2 &= \frac{1}{27} \\ x &= \frac{1}{9} \end{aligned}$$

$$\boxed{x = \frac{1}{9}}$$

ii) $\frac{1}{3} < x < 1$



$$\begin{aligned} f(x) + f(3x) &= \log_{\frac{1}{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} 3x \\ &= \log_{\frac{1}{3}} x + \log_3 3x \\ &= 1 \neq 3 \end{aligned}$$

(*)

iii) $x > 1$



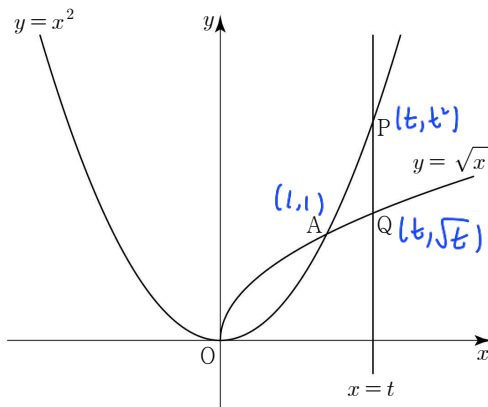
$$\begin{aligned} f(x) + f(3x) &= \log_{\frac{1}{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} 3x \\ &= \log_{\frac{1}{3}} x + \log_3 3x \\ &= \log_3 3x^2 = 3 \\ 3x^2 &= 27 \\ x &= 9 \end{aligned}$$

$$\boxed{x = 9}$$

$$\therefore \frac{1}{9} + 3 = \frac{28}{9}$$

17. 실수 t ($t > 1$)에 대하여 직선 $x=t$ 가 두 곡선 $y=x^2$, $y=\sqrt{x}$ 와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 점 A(1, 1)에 대하여 삼각형 APQ의 넓이를 $S(t)$ 라 할 때, $\lim_{t \rightarrow 1+} \frac{S(t)}{(t-1)^2}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$



$$S(t) = \frac{1}{2}(t-1)(t^2 - \sqrt{t})$$

$$\lim_{t \rightarrow 1+} \frac{S(t)}{(t-1)^2} = \lim_{t \rightarrow 1+} \frac{1}{2} \cdot \frac{t^2 - \sqrt{t}}{t-1}$$

$$= \lim_{t \rightarrow 1+} \frac{1}{2} \cdot \frac{t(\sqrt{t-1})(\sqrt{t} + \sqrt{t+1})}{(\sqrt{t}-1)(\sqrt{t}+1)}$$

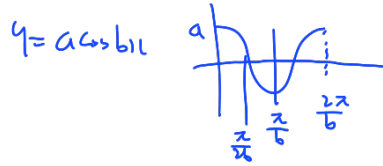
$$= \frac{3}{4}$$

18. 두 양수 a, b 에 대하여 함수

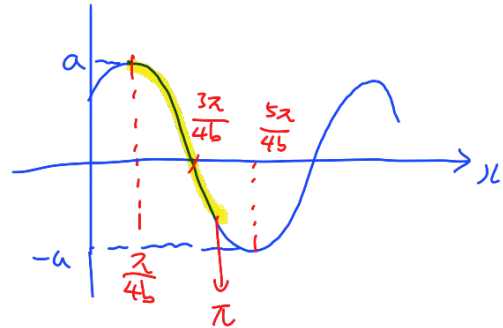
$$f(x) = a \cos\left(bx - \frac{\pi}{4}\right) = a \cos b\left(x - \frac{\pi}{4b}\right)$$

가 $0 \leq x \leq \pi$ 에서 최댓값 4, 최솟값 $-2\sqrt{2}$ 를 가질 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{7}{2}$ ② 4 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 5 ⑤ $\frac{11}{2}$



$$y = a \cos b\left(x - \frac{\pi}{4b}\right)$$



$$\begin{cases} \frac{3\pi}{4b} + \frac{5\pi}{4b} \neq 0 \\ \frac{3\pi}{4b} < \pi < \frac{5\pi}{4b} \end{cases} \Rightarrow \frac{3\pi}{4b} < \pi < \frac{5\pi}{4b}$$

$$\frac{3}{4} < b < \frac{5}{4}$$

$$\frac{3}{4} < b < \frac{5}{4} \quad a=4, \quad f(x) = 4 \cos\left(b - \frac{\pi}{4}\right)\pi = -2\sqrt{2}$$

$$\cos\left(b - \frac{\pi}{4}\right)\pi = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

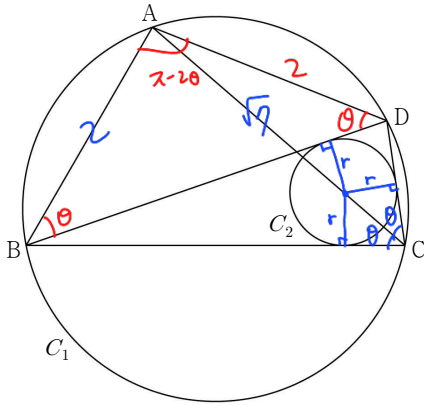
$$\frac{3}{4} < b - \frac{\pi}{4} < 1$$

$$\therefore b - \frac{\pi}{4} = \frac{3}{4}, \quad b=1$$

$$a+b=5$$

21. 그림과 같이 반지름의 길이가 $\frac{\sqrt{21}}{3}$ 인 원 C_1 에 내접하고

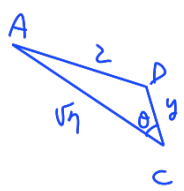
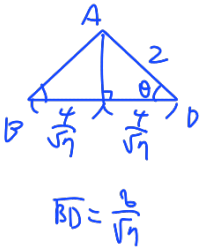
$\overline{AB}=2$, $\overline{AC}=\sqrt{7}$ 인 사각형 ABCD가 있다. 선분 AC가 삼각형 BCD에 내접하는 원 C_2 의 넓이를 이등분할 때, 원 C_2 의 반지름의 길이는? (단, $\overline{BC} > \overline{CD}$) [4점]



- ① $\sqrt{3} - \frac{2}{7}\sqrt{21}$ ② $\sqrt{3} - \frac{5}{21}\sqrt{21}$ ③ $\sqrt{3} - \frac{4}{21}\sqrt{21}$
 ④ $2\sqrt{3} - \frac{5}{9}\sqrt{21}$ ⑤ $2\sqrt{3} - \frac{4}{9}\sqrt{21}$

$\angle BCA = \angle DCA = \angle ADB = \angle ABD = \theta \therefore \overline{AD} = 2$

$$\frac{2}{8\sin\theta} = \frac{2\sqrt{21}}{3}, \sin\theta = \frac{3}{\sqrt{21}}, \cos\theta = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{21}} = \frac{2}{\sqrt{7}}$$



$$4 = 4^2 + 1 - 2\sqrt{7} \cdot \frac{2}{\sqrt{7}} \\ y^2 - 4y + 3 = 0 \\ \therefore y = 1$$

$$\triangle ABD \rightarrow \cos(\pi - 2\theta) = \frac{4 + 4 - \frac{64}{7}}{2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{-8}{8} = -1$$

$$\therefore \cos 2\theta = \frac{1}{7}, \sin 2\theta = \frac{4\sqrt{3}}{7}$$

$$\overline{BC} = x, \triangle BCD \rightarrow \frac{64}{7} = x^2 + 1 - 2x \cdot \frac{1}{7}, 7x^2 - 2x - 57 = 0$$

$$7x^2 - 2x - 57 = 0 \\ 7x^2 + 19x - 3 = 0$$

$$\therefore \frac{1}{2}r \left(\frac{8}{\sqrt{7}} + 3 + 1 \right) = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 3 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{7}$$

$$r = \frac{\frac{6\sqrt{3}}{7}}{\frac{8}{\sqrt{7}} + 4} = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{7} + 7} = \frac{3\sqrt{3}}{-21(2\sqrt{7} - 1)} = \sqrt{3} - \frac{2}{7}\sqrt{21}$$

단답형

22. 방정식 $25^x = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-9}$ 을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

3

$$5^{2x} = 5^{9-x}$$

$$2x = 9 - x, x = 3$$

23. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

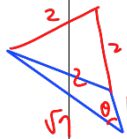
$$\sum_{k=1}^{10} (2a_k - b_k) = 80, \sum_{k=1}^{10} b_k = 30$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

55

$$2 \sum a_k - 30 = 80$$

$$\therefore \sum a_k = 55$$



24. $\log_3 25 \times (\log_5 9 + \log_{25} 3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$2\log_5 3 + \frac{1}{2}\log_5 3 = \frac{5}{2}\log_5 3$$

$$2\log_3 5 \times \frac{5}{2}\log_5 3 = 5$$

5

25. $\overline{AB}=8$, $\overline{BC}=12$ 이고 $\angle B > \frac{\pi}{2}$ 인 삼각형 ABC 가 있다.

삼각형 ABC의 넓이가 $12\sqrt{15}$ 일 때, 선분 AC의 길이를 구하시오. [3점]

16

$$\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 \cdot \sin B = 12\sqrt{15}$$

$$\sin B = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

$$\cos B = -\frac{1}{4} \quad (\because \angle B > \frac{\pi}{2})$$

$$b^2 = 64 + 144 - 2 \cdot 8 \cdot 12 \cdot (-\frac{1}{4})$$

$$= 208 + 48 = 256, \quad b = 16$$

26. 첫째항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_2 = -54, \quad 6S_1 + S_2 + S_4 = 0$$

일 때, a_5 의 값을 구하시오. [4점]

432

$$ar = -54,$$

$$6a + \frac{a(r^2-1)}{r-1} + \frac{a(r^4-1)}{r-1} = 0$$

$$6a + a(r+1) + a(r^3+r^2+r+1) = 0$$

$$6 + r + 1 + r^3 + r^2 + r + 1 = 0$$

$$r^3 + r^2 + 2r + 8 = 0$$

$$(r+2)(r^2-r+4) = 0 \quad r = -2$$

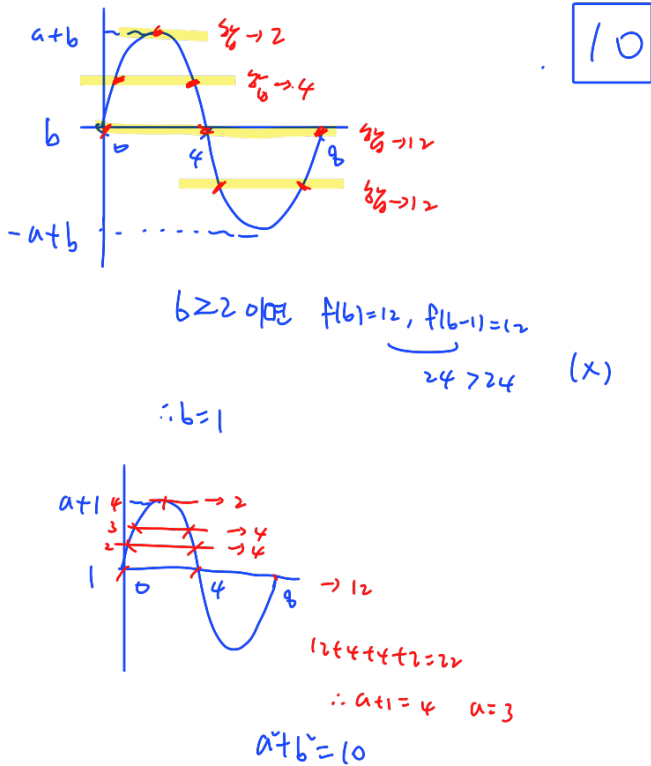
$$a = 27$$

$$a_5 = 27(-2)^4 = 432$$

27. 두 자연수 a, b 에 대하여 $0 \leq x \leq 8$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = a \sin \frac{\pi}{4} x + b$$

이다. 집합 $\{x | f(x) = n, n \text{은 자연수}\}$ 의 모든 원소의 합이 22일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



28. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을

$$b_n = a_{3n-2} + a_{3n-1} + a_{3n}$$

이라 할 때, 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{3n-2} + a_{3n} = 2a_{3n-1}$ 이다.
(나) 수열 $\{b_n\}$ 은 공비가 3인 등비수열이다.

$\sum_{k=1}^{14} a_k = 500$ 일 때, a_{13} 의 값을 구하시오. [4점]

Handwritten solution for problem 28. It shows the sequence $\{a_n\}$ and the sequence $\{b_n\}$. The sequence $\{b_n\}$ is an arithmetic sequence with a common ratio of 3. The sum of the first 14 terms of $\{a_n\}$ is 500. The solution involves finding the values of $a_1, a_2, a_3, \dots$ and then calculating a_{13} .

Handwritten solution for problem 28. It shows the sequence $\{a_n\}$ and the sequence $\{b_n\}$. The sequence $\{b_n\}$ is an arithmetic sequence with a common ratio of 3. The sum of the first 14 terms of $\{a_n\}$ is 500. The solution involves finding the values of $a_1, a_2, a_3, \dots$ and then calculating a_{13} .

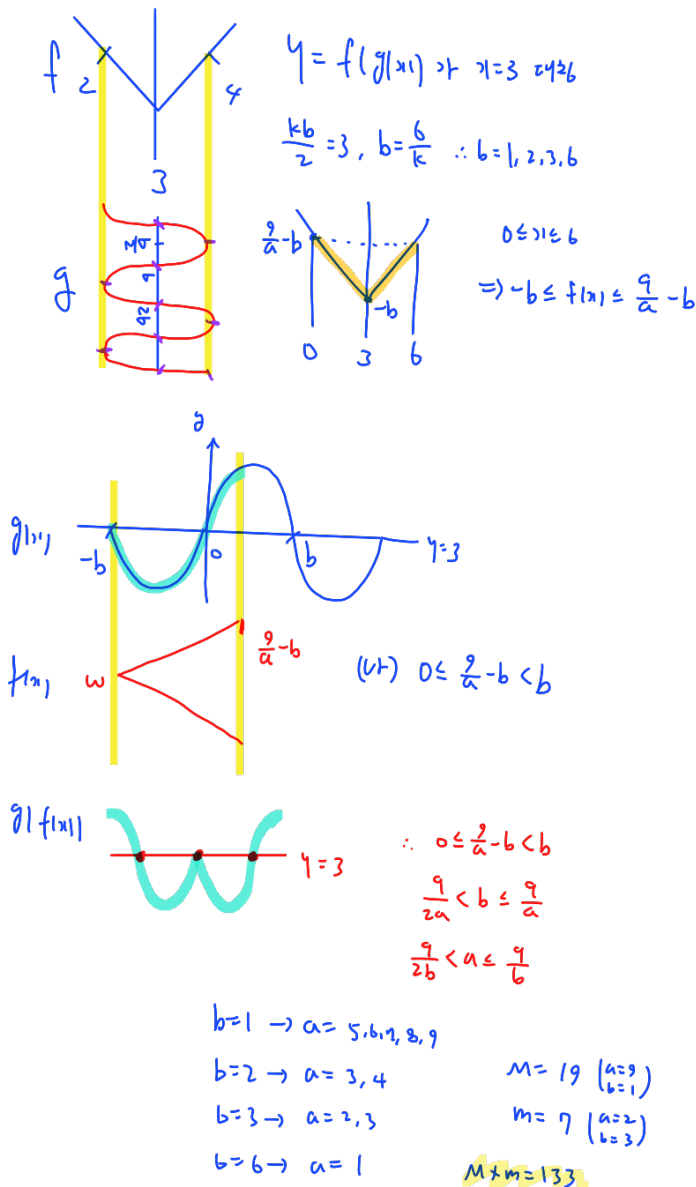
29. 두 함수

$$f(x) = \frac{3}{a}|x-3|-b, \quad g(x) = \sin \frac{\pi}{b}x + 3$$

이 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 자연수 a, b 의 순서쌍 (a, b) 에 대하여 $2a+b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M \times m$ 의 값을 구하시오. [4점]

133

- (가) 함수 $y=f(g(x))$ 의 그래프는 직선 $x=3$ 에 대하여 대칭이다.
 (나) $0 \leq x \leq 6$ 일 때, 함수 $y=g(f(x))$ 의 그래프가 직선 $y=3$ 과 만나는 점의 개수는 3이다.

30. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 와

함수 $g(x) = \frac{1}{3}x + a$ 에 대하여 함수

$$h(x) = \begin{cases} g(x) + f(x) & (f(x) \geq g(x)) \\ g(x) - f(x) & (f(x) < g(x)) \end{cases}$$

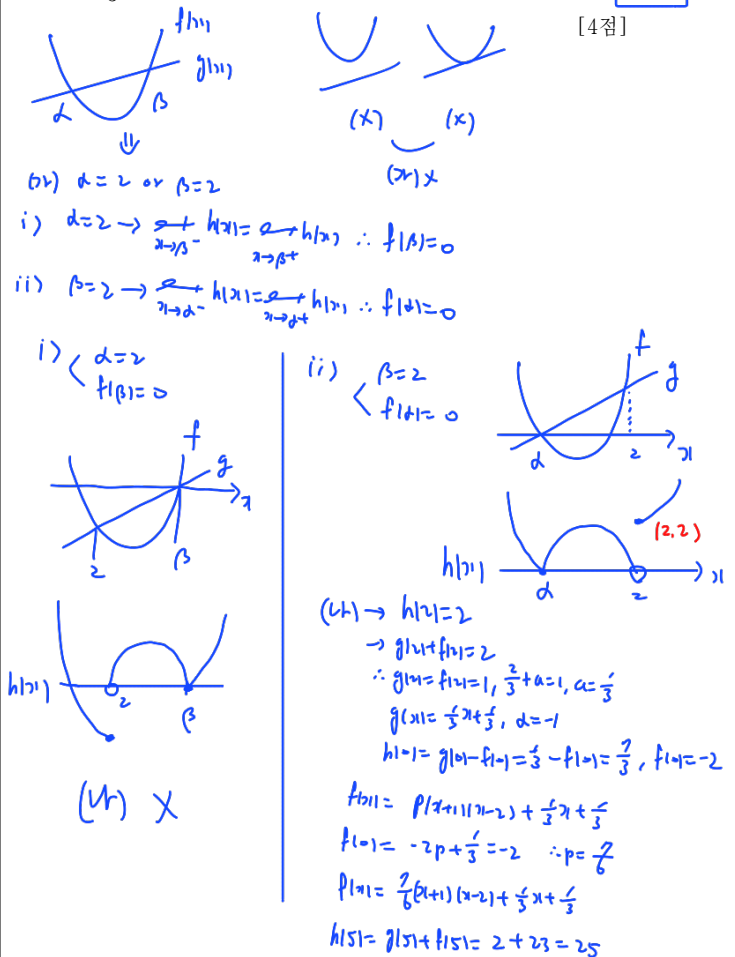
가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\lim_{x \rightarrow \alpha^-} h(x) \neq \lim_{x \rightarrow \alpha^+} h(x)$ 를 만족시키는 실수 α 의 값은 2뿐이다.
 (나) 모든 실수 k 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow k} |h(x) - 1|$ 의 값이 존재한다.

$h(0) = \frac{7}{3}$ 일 때, $h(5)$ 의 값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.)

25

[4점]



* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.