제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $5^{\sqrt{2}+1} \times \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{25}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ 1 ④ 5 ⑤ 25

$5^{\sqrt{2}+1} \times 5^{-\sqrt{2}} = 5$

2. 함수 $f(x) = x^2 - 4x + 2$ 에 대하여 $\lim_{h \to 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

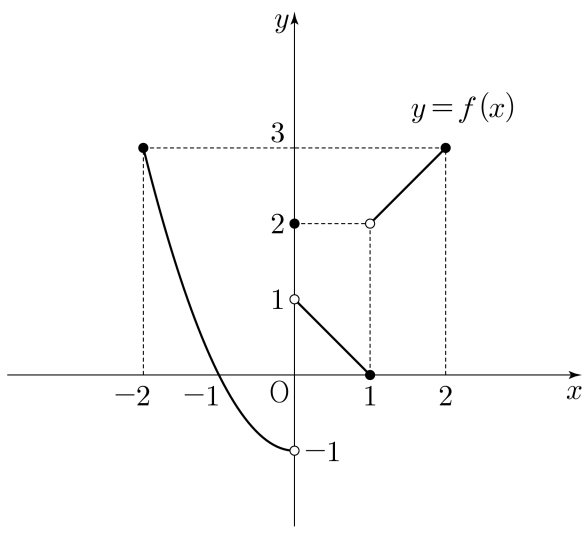
$f'(4) = (2x-4)_{x=4} = 4$

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^{6}(2a_k - 1) = 30$ 일 때, $\sum_{k=1}^{6} a_k$ 의 값은? [3점]

① 2 ② 6 ③ 10 ④ 14 ⑤ 18

$\sum_{k=1}^{6} a_k = S$ $2S = 36$ $S = 18$

4. 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \to 0-} f(x) + \lim_{x \to 1+} f(x)$ 의 값은? [3점]

-1 2

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

5. 함수 $f(x)=(x^2+2)(x^2+x-3)$에 대하여 $f'(1)$의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$f(x)=x^4+x^3-3x^2$
$2x^2+2x-6$

$f(x)=x^4+x^3-x^2+2x-6$

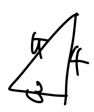
$f'(x)=4x^3+3x^2-2x+2$

$f'(1)=7$

6. $\cos(\theta-\pi)=\dfrac{3}{5}$이고 $\tan\theta<0$일 때, $\sin\theta$의 값은? [3점]

① $-\dfrac{4}{5}$ ② $-\dfrac{3}{5}$ ③ $\dfrac{1}{5}$ ④ $\dfrac{3}{5}$ ⑤ $\dfrac{4}{5}$

$\cos\theta=-\frac{3}{5}$ $\tan\theta<0$ ⇒ 2사분면!!



$s=\frac{4}{5}$

7. 곡선 $y=x^3-5x^2+6x$ 위의 점 $(3,0)$에서의 접선이 점 $(5,a)$를 지날 때, a의 값은? [3점]

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$y'=3x^2-10x+6$ $y'(3)=3$ 접선: $3x-9$ ~ $(5,a)$ $15-9=a$ $a=6$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

8. 두 양수 a, b가

$$\log_{\sqrt{2}} a + \log_2 b = 2, \quad \log_2 a + \log_2 b^2 = 7$$

을 만족시킬 때, $a \times b$의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

$\log_2 a^2 + \log_2 b = 2$ $\quad a^2 b = 2^2$

$\log_2 a + \log_2 b^2 = 7$ $\quad ab^2 = 2^7$

$a^3 b^3 = 2^9$ $\quad ab = 2^3$

9. 다항함수 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하고, 함수 $2f(x)+1$의 한 부정적분을 $G(x)$라 하자. $G(3) = 2F(3)$일 때, $G(5) - 2F(5)$의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$G(x) - 2F(x)$는 $2f(x)+1-2f(x)$ → 1의 부정적분

$G(x) - 2F(x) = x + \cancel{C}$ -3

3일 때 0 $\quad C = -3$

$G(5) - 2F(5) = 5 - 3 = 2$

10. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$$a_2 = 1, \quad \sum_{k=1}^{6} (-1)^k S_k = 21$$

일 때, $S_2 + S_7$의 값은? [4점]

① 61 ② 63 ③ 65 ④ 67 ⑤ 69

$\sum_{k=1}^{6} (-1)^k S_k = -S_1 + S_2 \cdots \quad = a_2 + a_4 + a_6 = 21$

		2		4		6
$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16	32

등비 합 21

$S_2 = 2 - \frac{1}{2}$ $\quad S_7 = 64 - \frac{1}{2}$ $\quad S_2 + S_7 = 66 - 1 = 65$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

11. 시각 $t=0$일 때 원점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각이 $t\,(t \geq 0)$일 때 점 P의 속도 $v(t)$가

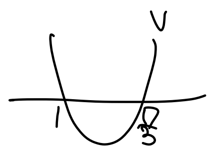
$$v(t) = 3t^2 - 10t + 7$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

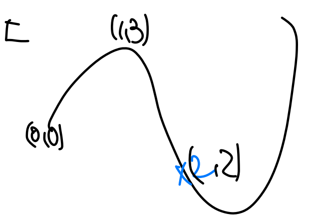
<보 기>

ㄱ. 시각 $t=1$일 때 점 P의 운동 방향이 바뀐다.
ㄴ. 시각 $t=1$일 때 점 P의 위치는 3이다.
ㄷ. 시각 $t=0$에서 $t=2$까지 점 P가 움직인 거리는 4이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

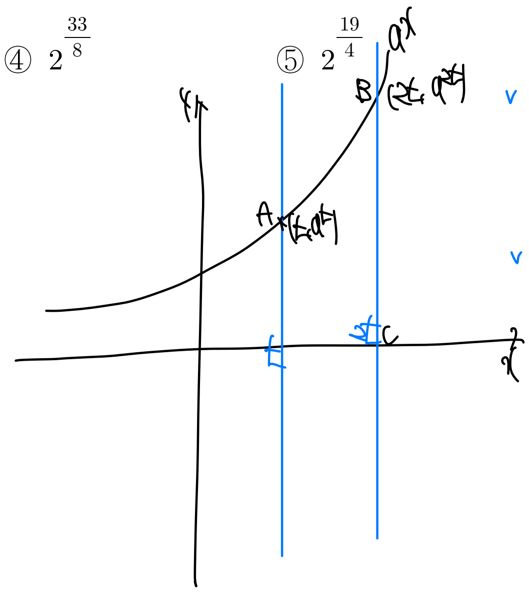
ㄱ

(o)

ㄴ $x(t) = t^3 - 5t^2 + 7t$ $x(1)=3$ (o)

ㄷ

(o)

12. 상수 $a\,(a>1)$과 양수 t에 대하여 곡선 $y=a^x$과 두 직선 $x=t$, $x=2t$가 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 B에서 x축에 내린 수선의 발을 C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$이고 삼각형 ACB의 넓이가 8일 때, $a \times t$의 값은? [4점]

① $2^{\frac{9}{4}}$ ② $2^{\frac{23}{8}}$ ③ $2^{\frac{7}{2}}$
④ $2^{\frac{33}{8}}$ ⑤ $2^{\frac{19}{4}}$



$\overline{AB}=\overline{AC}$
$2a^t = a^{2t}$ $a^t = 2$

$\triangle ACB = 8$
$t \times a^{2t} = 8$ ... $t = 4$ $a = 2^{\frac{1}{4}}$
$ta = 2^{2} \cdot 2^{\frac{1}{4}} = 2^{\frac{9}{4}}$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

13. 함수 $f(x)=x^2+6x+12$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k의 개수는? [4점]

> 모든 실수 a에 대하여
>
> $\lim_{x\to a}\dfrac{x^2}{(f(x))^2-k(x+2)f(x)}$ 의 값이 존재한다.

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$\lim_{x\to a}\dfrac{x^2}{\{f(x)\}\{f(x)-k(x+2)\}}$ 가 존재

($f(x)$는 0되는 점 X) $\boxed{f(x)-k(x+2)\ \text{0 되는 점이 없거나, 있더라도 0에서 접하는 경우}\cdots(o)}$

$x^2+6x+12=kx+2k$

$x^2+(6-k)x+12-2k=0$

$D:\ k^2-12k+36-4(12-2k)$

$D:\ k^2+4k-12<0$

$-2<k<6$

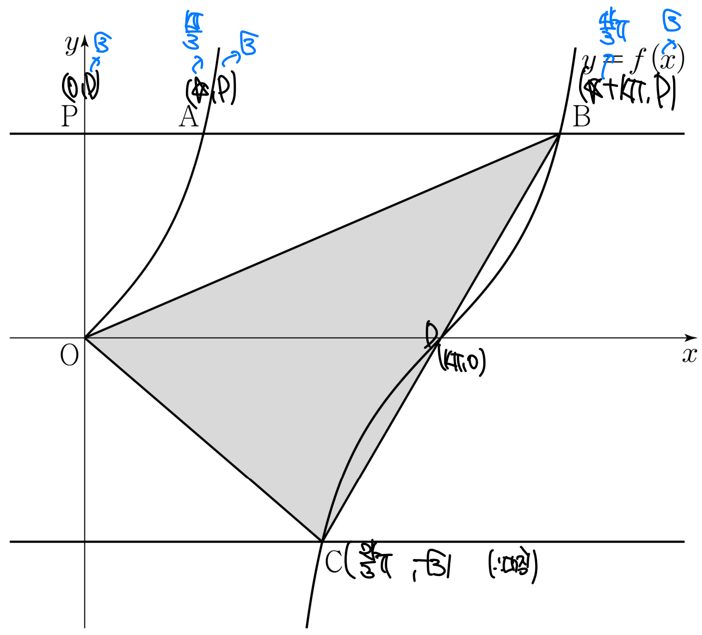
$k=6$일 때 $x^2+6x+12$와 $6x+12$는 0에서 접함 $k=6$ (o)

-2일 때는 -2에서 접함 (X)

Possible k: $-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$ 8개

14. 양수 k에 대하여 집합 $\left\{x \,\middle|\, 0\le x<\dfrac{3k\pi}{2},\ x\ne\dfrac{k\pi}{2}\right\}$에서 정의된 함수 $f(x)=\tan\dfrac{x}{k}$가 있다. 점 $\mathrm{P}(0,\ p)\ (p>0)$을 지나며 x축에 평행한 직선이 함수 $y=f(x)$의 그래프와 만나는 두 점을 A, B $(\overline{\mathrm{PA}}<\overline{\mathrm{PB}})$라 하고, 직선 $y=-p$가 함수 $y=f(x)$의 그래프와 만나는 점을 C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=3\overline{\mathrm{PA}}$이고 삼각형 OCB의 넓이가 $\dfrac{5\pi}{3}$일 때, $k+p$의 값은? (단, O는 원점이다.) [4점]

① $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$ ② $\dfrac{13\sqrt{3}}{9}$ ③ $\dfrac{14\sqrt{3}}{9}$ ④ $\dfrac{5\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\dfrac{16\sqrt{3}}{9}$



P, A, B 좌표 setting → $\overline{AB}=3\overline{PA}$ $x=\frac{k\pi}{3}$ → $p=\sqrt{3}$

$\triangle OCB=\overline{OD}\times(\overline{BC}의\ y좌표차)\times\frac{1}{2}=k\pi\times\sqrt{3}=\frac{5\pi}{3}$ $k=\frac{5}{3\sqrt{3}}$ $k=\frac{5\sqrt{3}}{9}$

$p+k=\sqrt{3}+\frac{5\sqrt{3}}{9}=\frac{14\sqrt{3}}{9}$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

15. 최고차항의 계수가 양수이고 $f(0)=0$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^x (|f(t)|-|t|)\,dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 방정식 $g'(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.
> (나) 함수 $g(x)$는 $x=2,\ x=6$에서 극값을 갖는다.

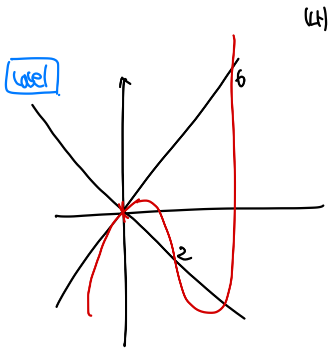
$f(6)\times g(2)<0$일 때, $f(8)$의 값은? [4점]

① 16 ② 22 ③ 28 ④ 34 ⑤ 40

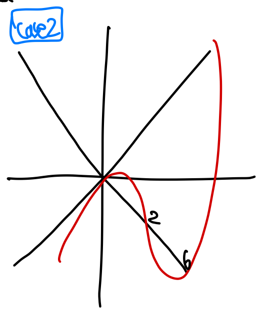
$g'(x)=|f(x)|-|x|$ → (가) 서로다른 실근이 4 ⟺ $f(x)$가 $\pm x$와 만나는 점의 개수가 4 (0, 2, 6)이 이미 확정

(나) 극값 at 2, 6 ⟺ $f(x)$와 $\pm x$는 $x=2, 6$에서 부호변동 → 2에서 부호변하려면 4점이 모두 $x>0$

case1



case2



→ $f(6)<0$ ($|f(x)|$보다 $|x|$가 $0<x<2$에서 더 크다 ∴ $g(2)<0$) $f(6)g(2)>0$ 모순!

$f(x)=ax(x-2)(x-k)-x$ with $f'(0)=1$, $f(6)=6$

$f'(0)=1$ 미분계수정의 $1=2ak-1$ $ak=1$

$f(6)=6$ $24a(6-k)=12$ $6a-ak=\frac{1}{2}$ $6a=\frac{3}{2}$ ⇒ $a=\frac{1}{4}$ $k=4$

$f(x)=\frac{1}{4}x(x-2)(x-4)-x$ $f(8)=\frac{1}{4}(8)(6)(4)-8=40$

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$은 $a_1=1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=na_n+2$$

를 만족시킨다. a_3의 값을 구하시오. [3점]

$a_2=1\cdot1+2=3$

$a_3=2\cdot3+2=8$ 8

17. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=3x^2+2x+1$이고 $f(1)=6$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

$f(x)=x^3+x^2+x+3$

$f(2)=8+4+2+3=17$ 17

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

18. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_3 = 6, \quad 2a_5 - a_4 = 15$$

일 때, a_{11}의 값을 구하시오. [3점]

$a_4 = 6+d \quad a_5 = 6+2d$

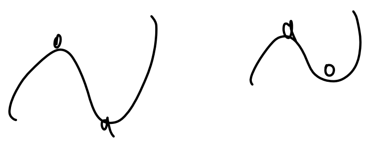
$2(6+2d)-(6+d) = 3d+6 = 15 \quad d=3$

$a_{11} = a_3 + 8d = 6+24 = 30$ 　 30

19. 함수 $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 5a$의 극솟값이 a일 때, 함수 $f(x)$의 극댓값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [3점]

$f'(x) = 6x^2 - 6ax$

$a>0$ 　 $(a<0)$ 　 $(a=0$이면 극값X$)$



$f(a) = 2a^3 - 3a^3 + 5a = a$ 　 극소: $f(0) = 5a = 4a$ 　 $a=0$ (모순)

$a^3 = 4a$

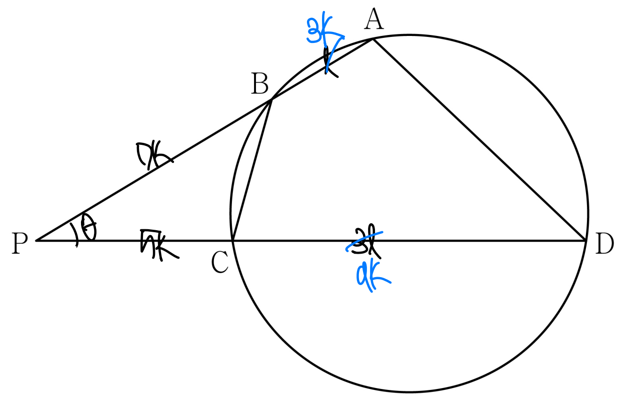
$a = 2 \ (a>0)$

$f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 10$

극대 $f(0) = 10$

10

20. 그림과 같이 사각형 ABCD가 한 원에 내접하고 $\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{CD}} = 1:3$, $\overline{\mathrm{BC}} < \overline{\mathrm{AD}}$일 때, 직선 AB와 직선 CD가 만나는 점을 P라 하자.



다음은 $\overline{\mathrm{PB}} : \overline{\mathrm{PC}} : \overline{\mathrm{BC}} = 7:5:\sqrt{14}$이고 $\overline{\mathrm{AD}} = 4\sqrt{13}$일 때, 삼각형 BPC의 외접원의 반지름의 길이를 구하는 과정이다.

> $\angle \mathrm{BPC} = \theta$라 할 때, $\overline{\mathrm{PB}} : \overline{\mathrm{PC}} : \overline{\mathrm{BC}} = 7:5:\sqrt{14}$이므로
> 삼각형 BPC에서 코사인법칙에 의하여 $\cos\theta = \dfrac{6}{7}$이다.
> $\overline{\mathrm{PB}} : \overline{\mathrm{PC}} = 7:5$에서 $\overline{\mathrm{PB}} = 7k$, $\overline{\mathrm{PC}} = 5k$,
> $\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{CD}} = 1:3$에서 $\overline{\mathrm{AB}} = l$, $\overline{\mathrm{CD}} = 3l$이라 하자.
> 원의 성질에 의하여
> 삼각형 BPC와 삼각형 DPA가 서로 닮음이므로
> $7k \quad 5k \quad 5k+3l \quad 7k+l$
> $\overline{\mathrm{PB}} : \overline{\mathrm{PC}} = \overline{\mathrm{PD}} : \overline{\mathrm{PA}}$이고, $l = \boxed{(\text{가})}\ 3 \times k$이다.
> 삼각형 BPC와 삼각형 DPA의 닮음비가 $1 : \boxed{(\text{나})}\ 2$이므로
> $\overline{\mathrm{BC}} = \dfrac{1}{\boxed{(\text{나})}\ 2} \times \overline{\mathrm{AD}}$이다. $= \sqrt{13}$
> 따라서 삼각형 BPC의 외접원의 반지름의 길이를 R이라 할 때,
> 삼각형 BPC에서 사인법칙에 의하여 $R = \boxed{(\text{다})}\ 7$이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r이라 할 때, $p+q+r$의 값을 구하시오. [4점]

3, 2, 7

12

(가): $25k^2+15kl = 49k^2+7kl$ 　 $24k^2 = 8kl$ 　 $3k = l$

(다) $\sqrt{13} = 2R\sin\theta$ 　 $\dfrac{\sqrt{13}}{7}$ 　 $R=7$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(10)$의 값을 구하시오. [4점]

> 0이 아닌 모든 실수 x에 대하여
> $$\frac{f'(x)}{2}+x^2-2 \le \frac{f(2x)-f(0)}{2x} \le x^4$$
> 이다.

v 고차원적으로 해석할 길이 도무지 보이지 않네..

v $f(x)$, $f(2x)-f(0)$, 적는 게 $f'(x)$를 고려할 때 상수항이 안 적혀한 것 같 ?? (feat. 240021)

⇒ 미지수 2개 [$f(x)=x^3+ax^2+bx+?$] 나가 내려놓자 정리!!

v 0이 아닌 모든 실수에서

$\frac{5}{2}x^2+ax+\frac{b}{2}-2 \le 4x^2+2ax+b \le x^4$

① 다항함수 ⇝ 0에서도 성립 $\frac{b}{2}-2 \le b \le 0$ ⇝ $-4 \le b \le 0$

$\boxed{A \le B \le C \Leftrightarrow A \le B \text{ and } B \le C}$

$\forall x$

② $\frac{5}{2}x^2+ax+\frac{b}{2}-2 \le 4x^2+2ax+b$

$\frac{3}{2}x^2+ax+\frac{b}{2}+2 \ge 0$ D: $a^2-4\left(\frac{3}{2}\right)\left(\frac{b}{2}+2\right) \le 0$

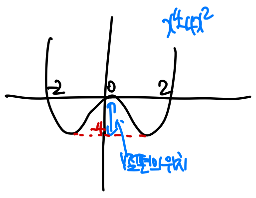
$a^2-3b-12 \le 0$ $a^2 \le 3b+12$

$\forall x$

③ $4x^2+2ax+b \le x^4$

$2ax+b \le x^4-4x^2$

x^4-4x^2



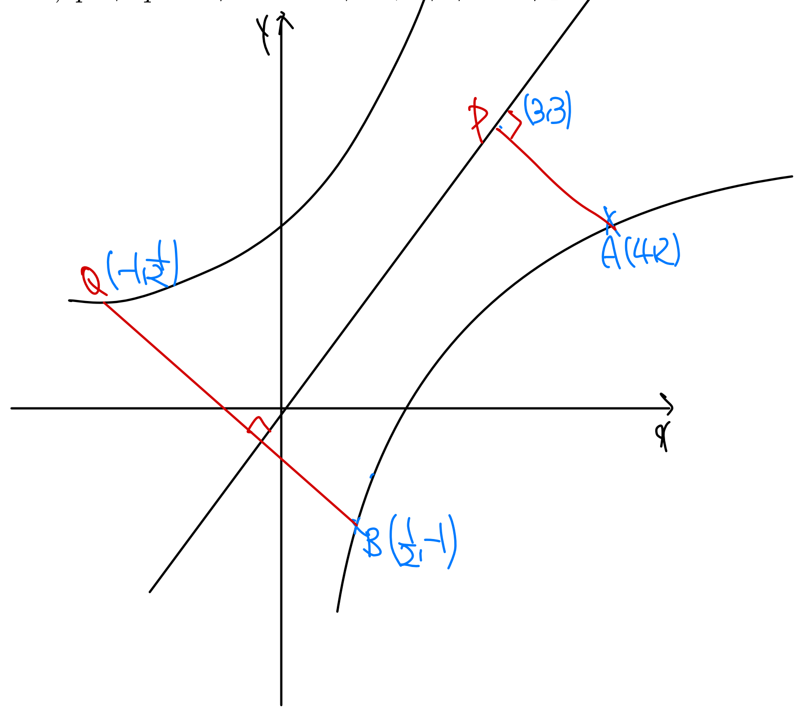
접선 $y=-4$일때 안됨!!

$a=0$ $b=-4$ $f'(x)=3x^2-4$ $f'(10)=296$ $\boxed{296}$

22. 곡선 $y=\log_2 x$ 위에 서로 다른 두 점 A, B가 있다. 점 A에서 직선 $y=x$에 내린 수선의 발을 P라 하고, 점 B를 직선 $y=x$에 대하여 대칭이동한 점을 Q라 할 때, 네 점 A, B, P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) (직선 AP의 y절편) $-$ (직선 BQ의 y절편) $= \frac{13}{2}$
>
> (나) 직선 AB의 기울기는 $\frac{6}{7}$이다.

사각형 APQB의 넓이가 $\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



직선 AP → $x+y=k_1$ 직선 BQ → $x+y=k_2$ $k_1-k_2=\frac{13}{2}$, 같은 직선의 모든 점에서 $x+y$ 합 일정

$\boxed{\text{A의 }(x+y)\text{합} - \text{B의 }(x+y)\text{합} = \frac{13}{2}}$

AB의 기울기가 $\frac{6}{7}$이므로 A를 B에 비해 x → $7p$만큼, y → $6p$만큼 평행이동으로 보면 $p=\frac{1}{2}$

$\frac{7}{2}$ 3

$B(2^k, k)$ $A(2^k+\frac{7}{2}, k+3)$ ⇝ $\log_2 x$ 위의 점 $k+3=\log_2\left(2^k+\frac{7}{2}\right)$ $8\times 2^k=2^k+\frac{7}{2}$ $7\times 2^k=\frac{7}{2}$

$k=-1$

$B(\frac{1}{2}, -1)$ $A(4, 2)$

합 6, $x=y$

$Q(-1, \frac{1}{2})$ $P(3,3)$

사다리꼴 $\square APQB = \left(\frac{3}{2}\sqrt{2}+\sqrt{2}\right)\times\frac{13}{2\sqrt{2}}\times\frac{1}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}\times\frac{13}{2\sqrt{2}}\times\frac{1}{2} = \frac{65}{8}$ $\boxed{73}$

($x+y$의 y절편 차가 $\frac{13}{2}$ → 직선 거리 $\frac{13}{2\sqrt{2}}$)

> * 확인 사항
>
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
>
> ○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

(P.S 저는 1에서 원 나타내 관찰적으로 $_A{}^B$로 표시(여기서))

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \to 1} \dfrac{e^x - e}{x-1}$ 의 값은? [2점]

① e ② $2e$ ③ $3e$ ④ $4e$ ⑤ $5e$

24. $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) e^{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} dx$ 의 값은? [3점]

① $e-2$ ② $\dfrac{e-1}{2}$ ③ $\dfrac{e}{2}$ ④ $e-1$ ⑤ $\dfrac{e+1}{2}$

$x - \frac{\pi}{4} = t$ $dx = dt$ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos t\, e^{\sin t} = \left[e^{\sin t}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = e-1$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

25. 두 실수 a, b에 대하여 $\lim_{n\to\infty} \frac{an^b}{\sqrt{n^4+4n}-\sqrt{n^4+n}} = 6$일 때, $a+b$의 값은? [3점]

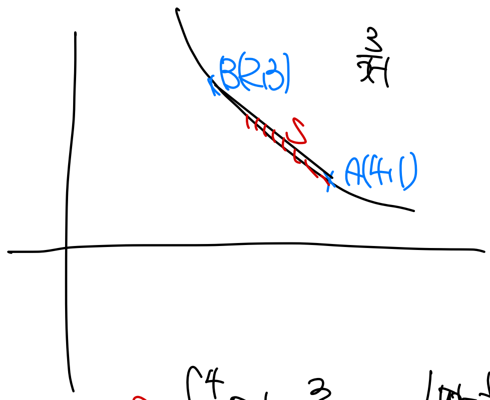
① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

$\lim_{n\to\infty} \frac{an^b(\ 2n^2\ )}{(\sqrt{n^4+4n}-\sqrt{n^4+n})(\sqrt{n^4+4n}+\sqrt{n^4+n})} = \lim_{n\to\infty} \frac{2an^{2+b}}{3n} = 6$

$b=-1$ $a=9$

26. 곡선 $y=\frac{3}{x-1}$ $(x>1)$이 두 직선 $y=1$, $y=3$과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 곡선 $y=\frac{3}{x-1}$ $(x>1)$과 직선 AB로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $4-3\ln 3$ ② $3-3\ln 2$ ③ $4-2\ln 3$
④ $3+3\ln 2$ ⑤ $3+3\ln 3$



$S=\int_2^4 5-x-\frac{3}{x-1} = \left[5x-\frac{1}{2}x^2-3\ln(x-1)\right]_2^4 = 10-6-3\ln 3 = 4-3\ln 3$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

27. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)>0$이다. 함수 $f(x^3+x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $f(2)=1$, $f'(2)=8g'(1)-1$이다. $g(1)+g'(1)$의 값은? [3점]

① $\frac{5}{4}$　② $\frac{11}{8}$　③ $\frac{3}{2}$　④ $\frac{13}{8}$　⑤ $\frac{7}{4}$

$g\circ f(x^3+x)=x$

$x=1$대입　$g(\underbrace{f(2)}_{1})=1$　$g(1)=1$

미분　$(3x^2+1)\times f'(x^3+x)\times g'(f(x^3+x))=1$

$x=1$대입　$4f'(2)\times g'(\underbrace{f(2)}_{1})=1$

$\begin{cases} f'(2)\times g'(1)=\frac{1}{4} \\ f'(2)=8g'(1)-1 \end{cases}$　$f'(2)=A$　$g'(1)=B$　$f'(x)>0$이므로 $A>0$

$\left(AB=\frac{1}{4},\ A=8B-1\right)$

$(8B-1)B=\frac{1}{4}$　$32B^2-4B-1=0$
$8B$　1
$4B$　-1

$B=-\frac{1}{8}$　$A=-2$　$\boxed{B=\frac{1}{4}\ \ A=1}$

$g'(1)=\frac{1}{4}$

$1+\frac{1}{4}=\frac{5}{4}$

28. 삼차함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여

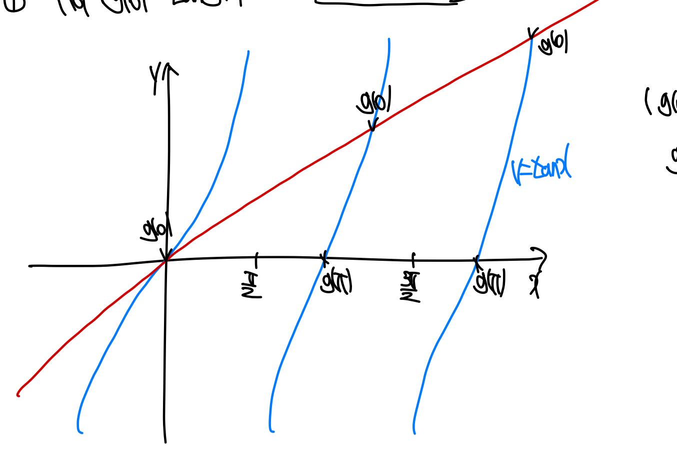
$$f(x)=g(x)-\tan g(x)$$

이고 다음 조건을 만족시킬 때, $g'(0)\times\left(g(0)\right)^2$의 값은? [4점]

(가) $f(0)=0$, $f''(\pi)=0$
(나) $\sin g(\pi)=0$, $\lim_{x\to\infty} g(x)=\frac{3\pi}{2}$

① -12　② -6　③ -1　④ 3　⑤ 9

① $f(0)=g(0)-\tan g(0)=0$　$\boxed{g(0)=\tan g(0)}$



($g(0)\neq0$ 경우를 보면..
$g(0)\neq0$이면 $g(0)$ 직접 구할 수 없음 → 최종계산: 이런 관계 이용!

② $f''(\pi)=0$은 $g(x)$가 이계미분가능 조건X → 보류 / $f(x)$를 확정하는 조건으로 쓰일 듯?

③ $\sin g(\pi)=0$　$g(\pi)=A\pi$　$f(\pi)=A\pi$

④ $\lim_{x\to\infty} g(x)=\frac{3\pi}{2}$ → $g(x)$가 놓일 범위를 확정 $\frac{\pi}{2}<g(x)<\frac{3\pi}{2}$ 이나 $\frac{3\pi}{2}<g(x)<\frac{5\pi}{2}$　// (가)와 (나)의 해석
$A=1$　$A=2$
($g(x)$는 연속!!)　f 최고차 음수　최고차 양수

⑤ 항등식 → 미분　$f'(x)=g'(x)(1-\sec^2 g(x))$
$g(\pi)=A\pi$이므로 $f'(\pi)=0$

⇝ $f(x)$: $f''(\pi)=0$　$f'(\pi)=0$, $f(\pi)=A\pi$, $f(0)=0$

$f(x)=a(x-\pi)^3+a\pi^3$　$A\pi=a\pi^3$　$a=\frac{A}{\pi^2}$

④에서 A는 1 or 2이고 $a>0$ ⇒ $A=2$　$f(x)=\frac{2}{\pi^2}(x-\pi)^3+2\pi$

$\begin{cases} g(0)=\tan g(0) \\ f'(0)=g'(0)(\underbrace{1-\sec^2 g(0)}_{-(g(0))^2}) \end{cases}$　$1-\sec^2 g(0)=-\tan^2 g(0)=-(g(0))^2$

$f'(0)=\left.\frac{6}{\pi^2}(x-\pi)^2\right|_{x=0}=6$　$6=-g'(0)(g(0))^2$　$g'(0)\times(g(0))^2=-6$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

단답형

29. 첫째항이 양수이고 공비가 유리수인 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$이 수렴하고, 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $a_1 + a_2 < 10$
> (나) 수열 $\{a_n\}$의 정수인 항의 개수는 3이고, 이 세 항의 곱은 216이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

공비가 유리수라서 a_n이 정수인 항은 반드시 3개끼리 연속

곱이 216이므로 가운데 항이 6, 수렴하므로 공비 $|r|<1$

v 가운데 항이 a_2라 $a_2=6$이면 공비 $0<r<1$이고 $a_1+a_2>10$ 컷

v 정수X 정수 정수 정수 정수X ... 이런 형태여야 된다.
6

이렇게 되려면 정수X ±9 6 ±4 정수X 약수 뿐이 없다. (test 25 03 미 30)
∴ $\frac{27}{2}$ $\frac{8}{3}$ ∴

이건 첫째항 양수, $a_1+a_2<10$을 만족시키는 수열은

1	2	3	4	5	6
$\frac{27}{2}$	-9	6	-4	$\frac{8}{3}$	... 뿐.

$\sum a_n = \frac{\frac{27}{2}}{1+\frac{2}{3}} = \frac{\frac{27}{2}}{\frac{5}{3}} = \frac{81}{10}$ 91

공비가 $\frac{2}{3}$ 라서 9 6 4 로 정해지는 수열은 올해 3모 미적분 30에 기출된 바 있

당해년도 교육청 : 무조건 학습하소!!

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$는 모든 실수 x에 대하여

$$f(x) = \ln\left(\frac{g(x)}{1+xf'(x)}\right)$$

를 만족시킨다. $f(1) = 4\ln 2$이고

$$\int_1^2 g(x)\,dx = 34, \quad \int_1^2 xg(x)\,dx = 53$$

일 때, $\int_1^2 xe^{f(x)}\,dx$의 값을 구하시오. [4점]

구하는 값이 $e^{f(x)}$이고 ln가 항등식 e씌움 → $e^{f(x)} = \frac{g(x)}{1+xf'(x)}$ $g(x) = e^{f(x)} + xf'(x)e^{f(x)}$

$\int_1^2 e^{f(x)} + xf'(x)e^{f(x)} = 34$ $\cancel{\int_1^2 e^{f(x)}} + [xe^{f(x)}]_1^2 - \cancel{\int_1^2 e^{f(x)}} = 34$ $2e^{f(2)} - \underbrace{e^{f(1)}}_{16} = 34$ $f(2) = \ln 25$

$\int_1^2 xe^{f(x)} + x^2f'(x)e^{f(x)} = 53$ $\int_1^2 xe^{f(x)} + [x^2e^{f(x)}]_1^2 - 2\int_1^2 xe^{f(x)} = 53$

$-\int_1^2 xe^{f(x)} + \underbrace{4e^{f(2)}}_{100} - \underbrace{e^{f(1)}}_{16} = 53$

$-\int_1^2 xe^{f(x)} + 84 = 53$

$\int_1^2 xe^{f(x)} = 31$ 31

> ※ 확인 사항
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
> ○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.