

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $5^{\sqrt{2}+1} \times \left(\frac{1}{5}\right)^{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{25}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ 1 ④ 5 ⑤ 25

$$5^1 = 5$$

2. 함수 $f(x) = x^2 - 4x + 2$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

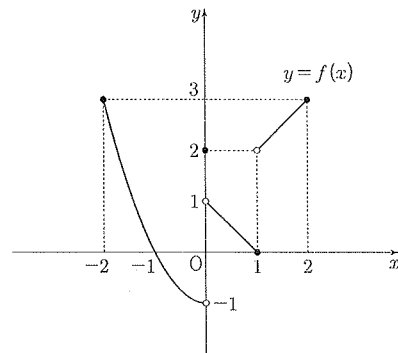
$$f'(x) = 2x - 4 \quad f'(4) = 4$$

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^6 (2a_k - 1) = 30$ 일 때, $\sum_{k=1}^6 a_k$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 6 ③ 10 ④ 14 ⑤ 18

$$\sum_{k=1}^6 2a_k = 36 \quad \sum_{k=1}^6 a_k = 18$$

4. 닫힌구간 $[-2, 2]$ 에서 정의된 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$-1 + 2 = 1$$

5. 함수 $f(x) = (x^2+2)(x^2+x-3)$ 에 대하여 $f'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ☒ ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$$f'(x) = 2x(x^2+x-3) + (x^2+2)(2x+1)$$

$$f'(1) = -2 + 9 = 7$$

7. 곡선 $y = x^3 - 5x^2 + 6x$ 위의 점 $(3, 0)$ 에서의 접선이 점 $(5, a)$ 를 지날 때, a 의 값은? [3점]

- ☒ ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$$y' = 3x^2 - 10x + 6 \quad f'(3) = 3$$

$$y = 3x - 9 \quad (5, 6) \quad a = 6$$

6. $\cos(\theta - \pi) = \frac{3}{5}$ 이고 $\tan \theta < 0$ 일 때, $\sin \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4}{5}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ☒ ⑤ $\frac{4}{5}$

$$\cos \theta = -\frac{3}{5} \quad \sin \theta = \frac{4}{5}$$

8. 두 양수 a, b 가

$$\log_{\sqrt{2}} a + \log_2 b = 2, \quad \log_2 a + \log_2 b^2 = 7$$

을 만족시킬 때, $a \times b$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

$$a^2 b = 2^2 \quad a b^2 = 2^9 \quad a^3 b^2 = 2^9$$

$$ab = 2^3 = 8$$

9. 다항함수 $f(x)$ 의 한 부정적분을 $F(x)$ 라 하고,

함수 $2f(x)+1$ 의 한 부정적분을 $G(x)$ 라 하자.

$G(3) = 2F(3)$ 일 때, $G(5) - 2F(5)$ 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$2F(x) - G(x) = -x + 3$$

$$G(5) - 2F(5) = 2$$

10. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터

제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$a_2 = 1, \quad \sum_{k=1}^6 (-1)^k S_k = 21$$

일 때, $S_2 + S_7$ 의 값은? [4점]

- ① 61 ② 63 ③ 65 ④ 67 ⑤ 69

$$a_2 + a_4 + a_6 = 21 \quad | + r^2 + r^4 = 21 \quad r = 2$$

$$\frac{\frac{1}{2}(2^2-1)}{2-1} + \frac{\frac{1}{2}(2^7-1)}{2-1} = \frac{3}{2} + \frac{127}{2} = 65$$

11. 시각 $t=0$ 일 때 원점에서 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각이 $t(t \geq 0)$ 일 때 점 P의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 10t + 7$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보기>

ㄱ. 시각 $t=1$ 일 때 점 P의 운동 방향이 바뀐다. (a)

ㄴ. 시각 $t=1$ 일 때 점 P의 위치는 3이다. (a)

ㄷ. 시각 $t=0$ 에서 $t=2$ 까지 점 P가 움직인 거리는 4이다. (a)

① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ

⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



$$x(t) = t^3 - 5t^2 + 7t$$

$$t=0 \rightarrow 1, 3$$

$$t=1 \rightarrow 2 \quad 4-3=1$$

$$3+1=4$$

12. 상수 $a(a > 1)$ 과 양수 t 에 대하여 곡선 $y=a^x$ 과 두 직선 $x=t$, $x=2t$ 가 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 B에서 x 축에 내린 수선의 발을 C라 하자. $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고 삼각형 ACB의 넓이가 8일 때, $a \times t$ 의 값은? [4점]

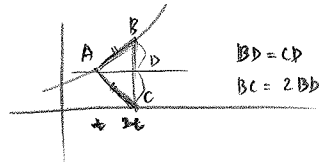
① $2^{\frac{9}{4}}$

② $2^{\frac{23}{8}}$

③ $2^{\frac{7}{2}}$

④ $2^{\frac{33}{8}}$

⑤ $2^{\frac{19}{4}}$



$$2a^t = a^{2t} \quad a^t = 2 \quad BC = 4$$

$$\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 4 = 8 \quad t = 4 \quad a = 2^{\frac{1}{4}} \therefore at = 2^{\frac{1}{4}}$$

13. 함수 $f(x) = x^2 + 6x + 12$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k 의 개수는? [4점]

모든 실수 a 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2}{(f(x))^2 - k(x+2)f(x)}$ 의 값이 존재한다.

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2}{f(x)(f(x) - k(x+2))}$$

$$g(x) = x^2 + (6-k)x + 12 - 2k$$

$$D = (6-k)^2 - 4(12-2k) = k^2 - 4k + 12 < 0$$

$$-2 < k < 6 \quad -1 \sim 5$$

$$k=6 \Rightarrow g(x) = x^2 - 6$$

$$-1 \sim 6 \Rightarrow 8개$$

14. 양수 k 에 대하여 집합 $\left\{x \mid 0 \leq x < \frac{3k\pi}{2}, x \neq \frac{k\pi}{2}\right\}$ 에서

정의된 함수 $f(x) = \tan \frac{x}{k}$ 가 있다. 점 $P(0, p)$ ($p > 0$)을 지나며

x 축에 평행한 직선이 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는

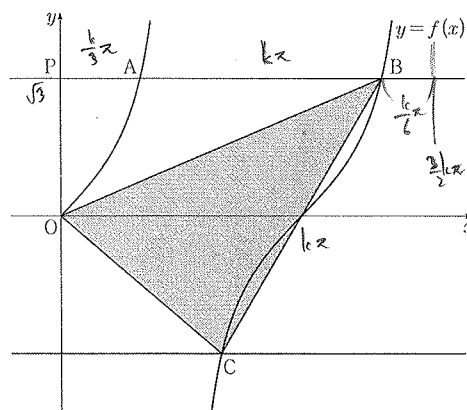
두 점을 A, B ($\overline{PA} < \overline{PB}$)라 하고,

직선 $y = -p$ 가 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 만나는 점을 C 라

하자. $\overline{AB} = 3\overline{PA}$ 이고 삼각형 OCB 의 넓이가 $\frac{5\pi}{3}$ 일 때,

$k+p$ 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{13\sqrt{3}}{9}$ ③ $\frac{14\sqrt{3}}{9}$
④ $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{16\sqrt{3}}{9}$



$$k = \frac{5}{2\sqrt{3}} \quad p = \sqrt{3} \quad k+p = \frac{5\sqrt{3}+9\sqrt{3}}{9} = \frac{14\sqrt{3}}{9}$$

15. 최고차항의 계수가 양수이고 $f(0) = 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \int_0^x (|f(t)| - |t|) dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

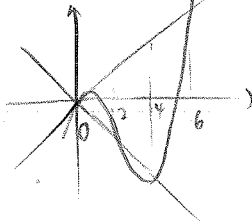
(가) 방정식 $g'(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

(나) 함수 $g(x)$ 는 $x=2$, $x=6$ 에서 극값을 갖는다.

$f(6) \times g(2) < 0$ 일 때, $f(8)$ 의 값은? [4점]

- ① 16 ② 22 ③ 28 ④ 34 ⑤ 40

$$|f(x)| = |x|$$



$$f(x) = \frac{1}{4}x(x-2)(x-6) - x \quad f(6) = 6 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \frac{1}{4} - 6 = 6$$

$$\therefore k = \frac{1}{4} \quad f(x) = \frac{1}{4}x(x-2)(x-6) - x$$

$$f(8) = 2 \cdot 6 \cdot 4 - 8 = 40$$

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$ 은 $a_1 = 1$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = na_n + 2$$

를 만족시킨다. a_3 의 값을 구하시오. [3점]

8

$$a_2 = 3 \quad a_3 = 8$$

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 + 2x + 1$ 이고

$f(1) = 6$ 일 때, $f(2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19

$$f(x) = x^3 + x^2 + x + 3$$

$$f(2) = 19$$

18. 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 = 6, \quad 2a_5 - a_4 = 15$$

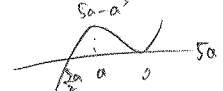
일 때, a_{11} 의 값을 구하시오. [3점] 30

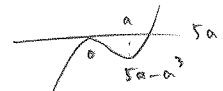
$$2(a+4d) - a - 3d = 15 \quad a_6 = 15$$

$$d=3 \quad a=0 \quad a=30$$

19. 함수 $f(x) = 2x^3 - 3ax^2 + 5a$ 의 극솟값이 a 일 때,
함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. (단, a 는 상수이다.) [3점]

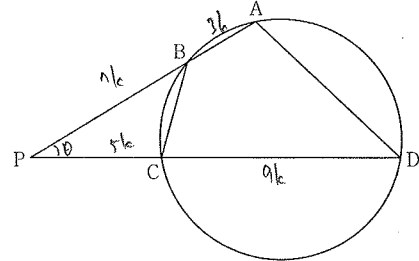
$$f'(x) = 6x^2 - 6ax = 6x(x-a)$$

$a < 0$  $5a-a^3$ $5a=a \quad a=0(x)$

$a > 0$  $5a-a^3$ $5a-a^3=a$
 $a=2$
 $5a=10$

20. 그림과 같이 사각형 ABCD가 한 원에 내접하고

$\overline{AB} : \overline{CD} = 1 : 3$, $\overline{BC} < \overline{AD}$ 일 때, 직선 AB와 직선 CD가
만나는 점을 P라 하자.



다음은 $\overline{PB} : \overline{PC} : \overline{BC} = 7 : 5 : \sqrt{14}$ 이고 $\overline{AD} = 4\sqrt{13}$ 일 때,
삼각형 BPC의 외접원의 반지름의 길이를 구하는 과정이다.

$\angle BPC = \theta$ 라 할 때, $\overline{PB} : \overline{PC} : \overline{BC} = 7 : 5 : \sqrt{14}$ 이므로

삼각형 BPC에서 코사인법칙에 의하여 $\cos \theta = \frac{6}{7}$ 이다.

$\overline{PB} : \overline{PC} = 7 : 5$ 에서 $\overline{PB} = 7k$, $\overline{PC} = 5k$,

$\overline{AB} : \overline{CD} = 1 : 3$ 에서 $\overline{AB} = l$, $\overline{CD} = 3l$ 이라 하자.

원의 성질에 의하여

삼각형 BPC와 삼각형 DPA가 서로 닮음이므로

$\overline{PB} : \overline{PC} = \overline{PD} : \overline{PA}$ 이고, $l = \frac{5}{7} \times k$ 이다.

삼각형 BPC와 삼각형 DPA의 닮음비가 1 : $\frac{2}{(가)}$ 이므로

$\overline{BC} = \frac{1}{(나)} \times \overline{AD}$ 이다. $\sin \theta = \frac{\sqrt{14}}{7}$ $R = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\sqrt{13}}{\frac{\sqrt{14}}{7}}$

따라서 삼각형 BPC의 외접원의 반지름의 길이를 R 이라 할 때,

삼각형 BPC에서 사인법칙에 의하여 $R = \frac{(다)}{2}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p , q , r 이라 할 때,

$p+q+r$ 의 값을 구하시오. [4점] 12

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $f'(10)$ 의 값을 구하시오. [4점]

296

0이 아닌 모든 실수 x 에 대하여

$$\frac{f'(x)}{2} + x^2 - 2 \leq \frac{f(2x) - f(0)}{2x} \leq x^4$$

이다.

$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c \quad f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$$

$$\frac{3x^2}{2} + ax + \frac{b}{2} - 2 \leq \frac{4x^3 + 2ax + b}{2x} \leq x^4$$

$$\frac{3x^2}{2} + ax + \frac{b}{2} - 2 \geq 0 \quad x=0 \Rightarrow b-4$$

$$f'(0) \leq x^4 \quad a=0 \quad f'(0) = 3 \cdot 0 + 2a + b = 296$$

$$b \leq x^4 - 4x^2 \quad b = -4$$

$$4x^2 - 8x \quad x=\sqrt{2} \Rightarrow -4$$

22. 곡선 $y = \log_2 x$ 위에 서로 다른 두 점 A, B가 있다.

점 A에서 직선 $y=x$ 에 내린 수선의 발을 P라 하고,
점 B를 직선 $y=x$ 에 대하여 대칭이동한 점을 Q라 할 때,
네 점 A, B, P, Q가 다음 조건을 만족시킨다.

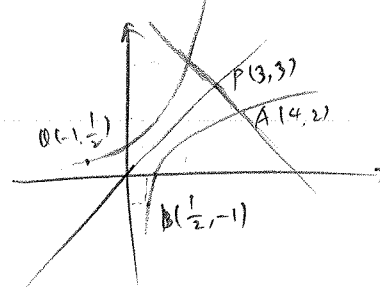
$$(가) \text{ (직선 AP의 } y\text{-절편)} - \text{(직선 BQ의 } y\text{-절편)} = \frac{13}{2}$$

$$(나) \text{ 직선 AB의 기울기는 } \frac{6}{7} \text{ 이다.}$$

사각형 APQB의 넓이가 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

13



$$\frac{1}{2} \cdot \frac{13}{2\sqrt{2}} \cdot (\sqrt{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2}) = \frac{13}{4\sqrt{2}} \cdot \frac{5\sqrt{2}}{2} = \frac{65}{8}$$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1}$ 의 값은? [2점]

- ☒ ① e
 ☐ ② $2e$
 ☐ ③ $3e$
 ☐ ④ $4e$
 ☐ ⑤ $5e$

24. $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right) e^{\sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $e - 2$ ② $\frac{e-1}{2}$ ③ $\frac{e}{2}$
☒ ④ $e - 1$ ⑤ $\frac{e+1}{2}$

$$\text{let } t = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) \quad \int_0^1 e^t dt = e - 1$$

25. 두 실수 a, b 에 대하여 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^b}{\sqrt{n^4+4n} - \sqrt{n^4+n}} = 6$ 일 때,

$a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^b (\sqrt{n^4+4n} + \sqrt{n^4+n})}{3n} = 6$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{an^b \cdot 2n^2}{3n} = 6 \quad a=9 \quad b=-1$$

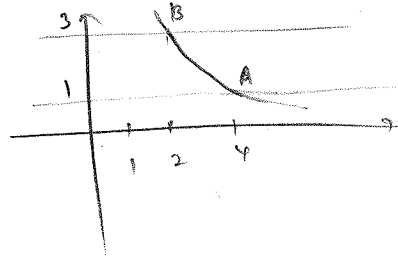
$$a+b=8$$

26. 곡선 $y = \frac{3}{x-1} (x > 1)$ 이 두 직선 $y=1, y=3$ 과 만나는 점을

각각 A, B라 하자. 곡선 $y = \frac{3}{x-1} (x > 1)$ 과 직선 AB로

둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

- ① $4-3\ln 3$ ② $3-3\ln 2$ ③ $4-2\ln 3$
④ $3+3\ln 2$ ⑤ $3+3\ln 3$



$$\int_2^4 \frac{3}{x-1} dx = 3(\ln(x-1))_2^4 = 3\ln 3$$

$$S = 4 - 3\ln 3$$

27. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가

모든 실수 x 에 대하여 $f'(x) > 0$ 이다.

함수 $f(x^3+x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

$f(2) = 1$, $f'(2) = 8g'(1) - 1$ 이다. $g(1) + g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{4}$ ② $\frac{11}{8}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{13}{8}$ ⑤ $\frac{7}{4}$

$$\text{let } h(x) = f(x^3+x) \quad h'(x) = (3x^2+1)f'(x^3+x)$$

$$h(1)=1 \quad h'(1) = 4f'(2) = \frac{32}{h'(1)} - 4$$

$$(h'(1))^2 + 4h'(1) - 32 = 0 \quad \therefore h'(1) = 4 \quad (h'(1) > 0)$$

$$\therefore g'(1) = \frac{1}{4} \quad g(1) + g'(1) = \frac{5}{4}$$

28. 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = g(x) - \tan g(x)$$

이고 다음 조건을 만족시킬 때, $g'(0) \times (g(0))^2$ 의 값은? [4점]

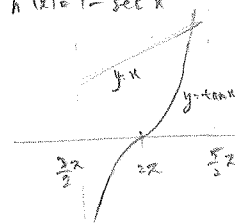
$$(가) \quad f(0) = 0, \quad f''(\pi) = 0$$

$$(나) \quad \sin g(\pi) = 0, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} g(x) = \frac{3\pi}{2}$$

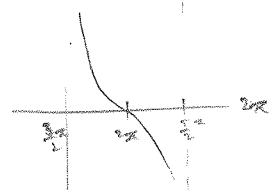
- ① -12 ② -6 ③ -1 ④ 3 ⑤ 9

$$\text{let } h(x) = x - \tan x \quad f(x) = h(g(x))$$

$$h'(x) = 1 - \sec^2 x$$



$$g(\pi) = 2\pi \Rightarrow f(\pi) = 2\pi$$



$$y = x - \tan x$$

$$f(x) = \frac{1}{\pi^2}(x-\pi)^3 + 2\pi \quad f(0) = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{2}{\pi^2}(x-\pi)^3 + 2\pi$$

$$\text{let } g(0) = a \quad f'(x) = (1 - \sec^2 g(x))g'(x)$$

$$f'(x) = (-\tan^2 g(x))g'(x) \quad f'(0) = 0 \quad f'(a) = 6$$

$$f(a) = g(b) - \tan g(b) = 0 \quad \therefore \tan g(b) = g(b)$$

$$\therefore f'(b) = -\tan^2 g(b)g'(b) = -g(b)(g(b))^2 = -6$$

단답형

29. 첫째항이 양수이고 공비가 유리수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하고, 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 + a_2 < 10$

(나) 수열 $\{a_n\}$ 의 정수인 항의 개수는 3이고,
이 세 항의 곱은 216이다.

$\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점] 91

$$216 = 2^3 \cdot 3^3 \quad -1 < r < 1 \quad r = -\frac{2}{3}$$

$$\frac{21}{2} - 9 \cdot \frac{1}{6} - 4 \cdot \frac{8}{3} \dots$$

$$\frac{\frac{21}{2}}{\frac{5}{3}} = \frac{81}{10}$$

30. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 와

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 는

모든 실수 x 에 대하여

$$f(x) = \ln \left(\frac{g(x)}{1 + x f'(x)} \right)$$

를 만족시킨다. $f(1) = 4 \ln 2$ 이고

$$\int_1^2 g(x) dx = 34, \quad \int_1^2 x g(x) dx = 53$$

일 때, $\int_1^2 x e^{f(x)} dx$ 의 값을 구하시오. [4점] 31

$$\{1 + x f'(x)\} e^{f(x)} = g(x)$$

$$\{x + x^2 f'(x)\} e^{f(x)} = x g(x)$$

$$\int_1^2 e^{f(x)} dx + \int_1^2 x f'(x) e^{f(x)} dx$$

$$= \int_1^2 e^{f(x)} dx + [x e^{f(x)}]_1^2 - \int_1^2 e^{f(x)} dx = 34$$

$$\therefore 2e^{f(2)} = 50 \quad e^{f(2)} = 25$$

$$\int_1^2 x e^{f(x)} dx + \int_1^2 x^2 f'(x) e^{f(x)} dx$$

$$= \int_1^2 x e^{f(x)} dx + [x^2 e^{f(x)}]_1^2 - 2 \int_1^2 x e^{f(x)} dx$$

$$\therefore \int_1^2 x e^{f(x)} dx = 4e^{f(2)} - e^{f(1)} = 100 - 16 = 84$$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.