2026학년도 Prologue 모의고사 1회 해설지

빠른 정답

공통 과목				선택 과목			
				확률과 통계		미적분	
1	④	**12**	①	**23**	④	**23**	②
2	②	**13**	⑤	**24**	③	**24**	①
3	⑤	**14**	②	**25**	⑤	**25**	③
4	③	**15**	③	**26**	③	**26**	②
5	①	**16**	4	**27**	⑤	**27**	⑤
6	③	**17**	8	**28**	①	**28**	①
7	①	**18**	6	**29**	625	**29**	137
8	⑤	**19**	2	**30**	456	**30**	26
9	③	**20**	45				
10	④	**21**	100				
11	②	**22**	864				

해설

〈공통과목〉

1.
$2^{\log_4 81}=2^{\log_2 9}=9,\ 3^{\log_9 16}=3^{\log_3 4}=4$이므로 $9\times4=36.$

2.
$f(x)=x^3-x-1$에서 $f'(x)=3x^2-1$이므로 $f'(1)=2.$

3.
수열 $\{a_n\}$의 공비를 r이라 하면 $a_n=3r^{n-1}$에서 $r>0$이므로 모든 항이 양수이다.
$a_5-a_4=6a_3$에서 양변을 a_3으로 나누면 $r^2-r=6$에서 $r=3$이고, $a_3=a_1\times3^2=27.$

4.
함수 $f(x)$가 $x=a$에서 연속이므로 $a^2+a=-a+8,\ a^2+2a-8=(a+4)(a-2)=0$에서 $a=2.$

5.
점 P가 제2사분면 위의 점이므로 $\sin\theta=\dfrac{2}{\sqrt{5}},\ \cos\theta=-\dfrac{1}{\sqrt{5}},\ \tan\theta=-2$이다.

따라서 $\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-\theta\right)\times\tan\theta=\sin\theta\times\tan\theta=-\dfrac{4\sqrt{5}}{5}.$

6.
(분모)->0이고 극한이 존재하므로 (분자)->0에서 $\sqrt{a}-b=0,\ a=b^2$이다.
$$\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{x+a}-\sqrt{a}}{x}=\lim_{x\to0}\frac{x}{x\times(\sqrt{x+a}+\sqrt{a})}=\frac{1}{2\sqrt{a}}=4a$$
이므로 $a\sqrt{a}=\dfrac{1}{8},\ a=\dfrac{1}{4}\ \cdots\ b=\dfrac{1}{2}$이다. 따라서 $a+b=\dfrac{3}{4}.$

7.
a,b가 양수이므로 $\cos x\ge b$이면 $\cos x+a\ne\cos x-b$가 되어,
$\cos x<b$에서 두 곡선 $y=f(x),\ y=g(x)$가 만나야 한다.
즉, $\cos x<b$이고 $0<x<2\pi$에서 방정식 $\cos x+a=-\cos x+b$의 실근이
오직 하나이므로 방정식 $\cos x=\dfrac{b-a}{2}$의 실근은 $x=\pi$이고, $\dfrac{b-a}{2}=-1,\ a-b=2$이다.

(별해)
두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$는 모두 직선 $x=\pi$에 대하여 대칭이므로
두 함수의 그래프가 오직 한 점에서만 만나기 위해서는 직선 $x=\pi$ 위에서 만나야 한다.
$f(\pi)=a-1$, $g(\pi)=|-1-b|=b+1$이므로, $a-1=b+1$, $a-b=2$.

8.
$\int_{-1}^{1}(x+1)f(x)dx=\int_{-1}^{1}f(x)dx+6$에서 $\int_{-1}^{1}xf(x)dx=6$이므로
$\int_{-1}^{1}x^3+ax^2dx=\frac{2}{3}a=6$에서 $a=9$.

9.
$\sum_{n=1}^{7}na_n=a_1+2a_2+\cdots+7a_7$이고
$\sum_{n=1}^{7}S_n=a_1+(a_1+a_2)+\cdots+(a_1+a_2+\cdots+a_7)=7a_1+6a_2+\cdots+a_7$
이므로 $\sum_{n=1}^{7}na_n+\sum_{n=1}^{7}S_n=8(a_1+a_2+\cdots+a_7)=50+190=240$이다.
따라서 $S_7=a_1+a_2+\cdots+a_7=30$.

10.
함수 $f(x)$가 실수 전체의 집합에서 증가하므로 $f'(x)\geq 0$이다.
$f'(x)$가 이차함수이고 $f'(3)=0$이므로 방정식 $f'(x)=0$은 중근을 갖는다.
즉, $f(2)=3$이므로, $f'(x)=\frac{9}{7}(x-3)^2$에서 $f(x)=\frac{3}{7}(x-3)^3+\frac{24}{7}$이다.
모든 실수 x에 대하여 $\int_{a}^{x}f(t)dt\geq 0$이므로 $f(x)$의 한 부정적분을 $F(x)$라 하면
$F(x)-F(a)\geq 0$, $F(x)\geq F(a)$이므로 함수 $F(x)$가 $x=a$에서 최소이다. 곧 $f(a)=0$이다.
$\frac{3}{7}(a-3)^3+\frac{24}{7}=0$에서 $(a-3)^3=-8$이므로 $a=1$이고,
$f(a+5)=f(6)=\frac{24}{7}+\frac{24}{7}=\frac{48}{7}$.

11.

점 P의 시각 t에서의 속도는 $v=3t^2-12at$이고, 시각 t에서의 가속도는 $v'=6t-12a$이다.

시각 $t=f(a)$에서 $v'=0$이므로 $f(a)=2a$이고,

점 P가 시각 $t=0$에서 $t=6a$까지 이동한 거리는

$$\int_0^{6a}|v|\,dt=\int_0^{4a}12at-3t^2\,dt+\int_{4a}^{6a}3t^2-12at\,dt=32a^3+32a^3=64a^3$$

이므로 $g(a)=64a^3$이다. 따라서 $f(3)+g(1)=6+64=70.$

12.

원 O의 넓이가 $\frac{44}{7}\pi$이므로 원 O의 지름의 길이는 $\frac{4\sqrt{11}}{\sqrt{7}}$이다.

곧, $\frac{\overline{\mathrm{BC}}}{\sin(\angle\mathrm{BAC})}=\frac{4\sqrt{11}}{\sqrt{7}}$에서 $\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{11}$이다.

$\cos(\angle\mathrm{BAC})=\frac{3}{4}$이므로, 선분 AC의 길이를 x라 하면 코사인법칙에 의하여

$1+x^2-2x\times\frac{3}{4}=11,\ 2x^2-3x-20=0\ \cdots\ (x-4)(2x+5)=0,\ x=4$이다.

$\overline{\mathrm{AB}}:\overline{\mathrm{AC}}=1:4$이므로 각의 이등분선의 성질에 의해 $\overline{\mathrm{CD}}=\frac{4}{5}\times\sqrt{11}$이고,

삼각형 ACE의 외접원이 원 O이므로

$\frac{\overline{\mathrm{CE}}}{\sin(\angle\mathrm{EAC})}=\frac{4\sqrt{11}}{\sqrt{7}}$에서 $\sin(\angle\mathrm{EAC})=\frac{\sqrt{7}}{5},\ \cos(\angle\mathrm{EAC})=\frac{3\sqrt{2}}{5}$이다.

따라서 $\frac{\overline{\mathrm{AC}}}{\cos(\angle\mathrm{EAC})}=\frac{20}{3\sqrt{2}}=\frac{10\sqrt{2}}{3}.$

13.

수열 $\{c_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여 $c_n=\begin{cases}a_n & (a_n\geq b_n)\\ b_n & (a_n<b_n)\end{cases}$ 을 만족시킨다.

두 수열 $\{a_n\},\ \{b_n\}$의 모든 항이 자연수이므로, 각각의 공차를 $p,\ q$라 하면

$a_1,\ b_1,\ p,\ q$의 값이 모두 자연수이다.

$p=q$인 경우, 모든 자연수 n에 대하여 $a_n=b_n$이므로

$c_6-c_1=5p=11,\ p=\frac{11}{5}$이 되어 모순이다.

$p<q$인 경우, $n \le 3$일 때 $c_n = a_n$이고 $n \ge 4$일 때 $c_n = b_n$이다.
곧, $c_6 - c_1 = 2p + 3q = 11$에서 $p = 1,\ q = 3$이다.
이 경우 모든 자연수 n에 대하여 $b_n = 3n - 4$이므로 $b_1 = -1$이 되어 모순이다.

$p>q$인 경우, $n \le 3$일 때 $c_n = b_n$이고 $n \ge 4$일 때 $c_n = a_n$이다.
곧, $c_6 - c_1 = 2q + 3p = 11$에서 $q = 1,\ p = 3$이다.
이 경우 모든 자연수 n에 대하여 $b_n = n + 6,\ a_n = 3n$이므로 문제의 조건을 만족시킨다.
따라서 $a_1 + \sum_{n=1}^{10} c_n = 3 + \sum_{n=1}^{3} b_n + \sum_{n=4}^{10} a_n = 3 + 3b_2 + 7a_7 = 3 + 24 + 147 = 174.$

14.
부등식 $\dfrac{g(0)+g(1)}{2} \le g(n-1) \le \dfrac{g(2)+g(3)}{2}$에서
$n=1$일 때 $\dfrac{g(0)+g(1)}{2} \le g(0),\ g(1) \le g(0)$
$n=2$일 때 $\dfrac{g(0)+g(1)}{2} \le g(1),\ g(0) \le g(1)$이므로 $g(0) = g(1)$이고,
같은 방법으로 $g(2) = g(3)$이다.

$g(0) = g(2)$일 때, $g(0) = g(1) = g(2) = g(3) = \ \cdots$
이므로 모든 자연수 n에 대하여 $g(n-1) = k$이다.
$f(0) = 0$이므로 구간 $[0,\ \infty)$에 $g(x) = f(x)$인 구간 $(\alpha,\ \beta)\ (\alpha < \beta)$가
존재한다고 가정하면, $\alpha > 0$이고 $\beta \ne \infty$이다.
함수 $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하므로,
$f(\alpha) = f(\beta) = k,\ f'(\alpha) = f'(\beta) = 0$이어야 하나, 롤의 정리에 의하여 구간 $(\alpha,\ \beta)$에
$f'(c) = 0$인 c가 존재하여, 함수 $f(x)$가 삼차함수임에 모순이다.
따라서 구간 $[0,\ \infty)$에 $g(x) = f(x)$인 구간이 존재하지 않으므로,
$\int_0^5 g(x)dx = \int_0^5 kdx = 5k = 10,\ k = 2$가 되어, $k > 2$임에 모순이다.

$g(0) < g(2)$일 때, $g(0) = k$이면 $g(2) = f(2),\ g(3) = f(3)$이다.
$g(x) = f(x)$인 구간 $(\alpha,\ \beta)$가 존재한다고 가정하면
$1 \le \alpha < 2$이고 $\beta \ne \infty$이므로, $f(\alpha) = f(\beta) = k,\ f'(\alpha) = f'(\beta) = 0$이어야 하나,
마찬가지로 롤의 정리에 의하여 모순이다. 따라서 $g(2) = k$이고,
$g(0) = f(0) = 0,\ g(1) = f(1) = 0$이다.

롤의 정리에 의해 구간 $(0,\ 1)$에 $f'(c)=0$인 c가 존재하므로
구간 $(1,\ \infty)$에 $f'(d)=0$인 d가 오직 하나 존재한다. 곧,

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<d) \\ k & (x\ge d) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$는 구간 $(c,\ d)$에서 증가, 구간 $(d,\ \infty)$에서 감소하여야 하므로 $d\ge 2$이고,
$d>2$이면 $g(2)<g(3)$이 되어 모순이다. 즉 $d=2$이다.

$f(x)=x(x-1)(ax+b)$라 하면 $f'(2)=0$이므로

$f'(2)=(2a+b)+2(2a+b)+2a=8a+3b=0$에서 $b=-\dfrac{8}{3}a$이고,

$f(x)=ax(x-1)(x-\dfrac{8}{3})=a(x^3-\dfrac{11}{3}x^2+\dfrac{8}{3}x)$에서 $f(2)=k=-\dfrac{4}{3}a$이며,

$\displaystyle\int_0^5 g(x)dx=\int_0^2 f(x)dx+\int_2^5 kdx=\left[a\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{11}{9}x^3+\frac{4}{3}x^2\right)\right]_0^2+(-4a)=-\frac{40}{9}a=10$에서

$a=-\dfrac{9}{4}$이다.

따라서 $f(x)=-\dfrac{9}{4}x(x-1)(x-\dfrac{8}{3})$이므로, $k+g(-1)=3+f(-1)=\dfrac{39}{2}$.

15.

$a_1=k,\ a_2=2^k+k^2,\ a_3=2^{(2^k+k^2)}+(2^k+k^2)^2$

이고, 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+3}=a_n$이므로

$$\sum_{i=1}^{15}\sin\left(\frac{a_i}{2}\pi\right)=5\times\sum_{i=1}^{3}\sin\left(\frac{a_i}{2}\pi\right)$$

이다. 즉, $\displaystyle\sum_{i=1}^{3}\sin\left(\frac{a_i}{2}\pi\right)=1$이 성립하도록 하는 k의 값을 구하면 된다.

$\sin\left(\dfrac{1}{2}\pi\right)=1,\ \sin\left(\dfrac{2}{2}\pi\right)=0,\ \sin\left(\dfrac{3}{2}\pi\right)=-1,\ \sin\left(\dfrac{4}{2}\pi\right)=0$이고 $\sin(x+2\pi)=\sin x$이므로

k가 짝수이면 모든 자연수 n에 대하여 $\sin\left(\dfrac{a_n}{2}\pi\right)=0$이다. 즉 k는 홀수만 가능하므로,

a_n의 값을 4로 나눈 나머지가 1 또는 3인 경우를 확인하자.

4로 나눈 나머지가 1인 수의 제곱은 $(4a+1)^2=16a^2+8a+1$(a는 음이 아닌 정수)이므로
이 역시 4로 나눈 나머지가 1이다.

4로 나눈 나머지가 3인 수의 제곱은 $(4a+3)^2=16a^2+24a+9$이므로
이는 4로 나눈 나머지가 1이다.

곧, k가 3 이상의 홀수일 때, k를 4로 나눈 나머지가 1이면

$$\sin\left(\frac{a_1}{2}\pi\right)=\sin\left(\frac{a_2}{2}\pi\right)=\sin\left(\frac{a_3}{2}\pi\right)=1 \ \cdots \ \sum_{i=1}^{3}\sin\left(\frac{a_i}{2}\pi\right)=3$$

k를 4로 나눈 나머지가 3이면

$$\sin\left(\frac{a_1}{2}\pi\right)=-1,\ \sin\left(\frac{a_2}{2}\pi\right)=\sin\left(\frac{a_3}{2}\pi\right)=1 \ \cdots \ \sum_{i=1}^{3}\sin\left(\frac{a_i}{2}\pi\right)=1$$

이다.

한편 $k=1$이면 $a_2=3$이므로 $\sin\left(\frac{a_1}{2}\pi\right)=1,\ \sin\left(\frac{a_2}{2}\pi\right)=-1,\ \sin\left(\frac{a_3}{2}\pi\right)=1$이 되어

문제의 조건을 만족시킨다.

따라서 조건을 만족시키는 모든 20 이하의 k의 값은 1, 3, 7, 11, 15, 19이므로

모두 더하면 56.

16.

$\sqrt{a}$의 네제곱근 중 실수인 것은 $a^{\frac{1}{8}},\ -a^{\frac{1}{8}}$이다.

곱하면 $-a^{\frac{1}{4}}=-\sqrt{2}$이므로, $a=(-\sqrt{2})^4=4$.

17.

$f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2+x+C$ (C는 적분상수), $C=5$이므로 $f(3)=9-9+3+5=8$.

18.

$\log_a b=\frac{\log_b c}{12}=\frac{\log_c a}{18}=k$라 하면 $a^k=b,\ b^{12k}=c,\ c^{18k}=a$이다.

곧, $a^{12k^2}=c,\ a^{12\times 18k^3}=a^{6^3\times k^3}=a$이므로 $k^3=\frac{1}{6^3},\ k=\frac{1}{6}\ \cdots\ \log_b a=\frac{1}{\log_a b}=6$.

19.

$f(x)=2x^3-\frac{15}{2}x^2+6x$라 하면 $f'(x)=6x^2-15x+6=3(x-2)(2x-1)$이다.

방정식 $f(x)=-k$의 서로 다른 실근의 개수가 2이므로 $-k$는 $f(x)$의 극댓값 또는 $f(x)$의 극솟값이다.

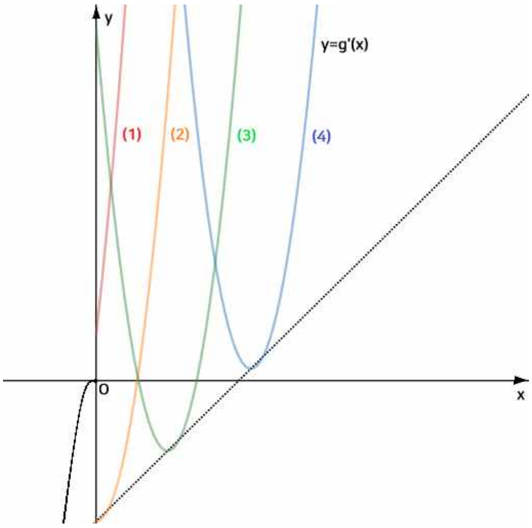
$f(0)=0$이고 구간 $\left(0,\ \frac{1}{2}\right)$에서 $f'(x)>0$이므로 $f(x)$의 극댓값은 양수이다.

따라서 $-k$는 $f(x)$의 극솟값이고, $f(2)=16-30+12=-2$이므로 $-k=-2,\ k=2$.

20.

함수 $g(x)$의 도함수 $g'(x)$는 $g'(x)=\begin{cases} -5x^4-3x^2 & (x<0) \\ f(x-t)+t & (x>0) \end{cases}$이다.

x에 대한 방정식 $f(x-t)+t$의 두 근에 따라 케이스를 나누면 다음과 같다.



(1) 서로 다른 0 이하의 두 실근

$x>0$에서 $f(x-t)+t>0$이므로 $g(x)$는 $x<0$에서 감소하고 $x>0$에서 증가한다.

따라서 함수 $g(x)$는 오직 하나의 극값을 갖는다.

(2) 0 이하의 실근과 양의 실근

$f(-t)+t\leq 0$이고 $x>0$에서 $f(x-t)+t$의 부호가 음에서 양으로 변하는 점이 존재한다.

이 점의 x좌표를 c라 하면 $g(x)$는 $x<c$에서 감소, $x>c$에서 증가하므로

함수 $g(x)$는 오직 하나의 극값을 갖는다.

(3) 서로 다른 두 양의 실근

$f(-t)+t>0$이고 $x>0$에서 $f(x-t)+t$의 부호가 양에서 음으로 변하는 점과

음에서 양으로 변하는 점이 모두 존재한다.

곧, 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 극값을 갖고 $x>0$에서 서로 다른 두 극값을 가지므로

함수 $g(x)$는 오직 하나의 극값을 갖지 않는다.

(4) 중근 또는 허근

$x>0$에서 $f(x-t)+t\geq 0$이므로 $g(x)$는 $x<0$에서 감소하고 $x>0$에서 증가한다.

따라서 함수 $g(x)$는 오직 하나의 극값을 갖는다.

이상에서, 음수 t의 최댓값은 방정식 $f(x-t)+t=0$의 두 실근이

각각 0과 양수인 경우이므로, $f(x-t)+t=(x-t-6)^2-6+t$에서

$(-6-M)^2+M-6=0,\ (M+3)(M+10)=0,\ M+6>0\ \cdots\ M=-3$이고,

양수 t의 최솟값은 방정식 $f(x-t)+t=0$이 중근을 갖는 경우이므로

$m-6=0,\ m=6$이다.

따라서 $M^2+m^2=(-3)^2+6^2=45.$

(별해)

실수 전체의 집합을 U라 하고 (3)을 만족시키는 실수 t의 집합을 A라 하면

문제의 조건을 만족시키는 t의 집합은 $U-A$이다.

(3)을 만족시키는 경우는 방정식 $f(x-t)+t=0$이 서로 다른 두 양의 실근을 갖는 경우이므로

$t-6<0,\ f(-t)+t>0\ \cdots\ -3<t<6$

이다. 곧 $U-A=\{t|t\le -3$ 또는 $t\ge 6\}$이므로 $M=-3,\ m=6$이고, $M^2+m^2=45.$

21.

함수 $g(x)$는 모든 실수 x에 대하여 $g(2-x)=g(x)$를 만족시킨다.

곧, 두 실수 $p,\ q$가 $g(p)=g(q)$를 만족시키면 $p=q$이거나 $p=2-q$이다.

$f(x)+f(-x)-8=f(-x)$에서 $f(x)=8,\ x=3-a$이고,

$f(x)+f(-x)-8=2-f(-x)$에서 $f(x)+2f(-x)-10=0$이다.

$f(x)+2f(-x)-10=0$에서 양변에 2^x을 곱하고 정리하면

$2^{2x+a}-10\times 2^x+2^{a+1}=0$

이다. $2^x=t$라 하면 $2^at^2-10t+2^{a+1}=0$이므로,

t에 대한 방정식 $2^at^2-10t+2^{a+1}=0$의 서로 다른 양의 실근의 개수에 따라

케이스를 나누면 된다.

$2^at^2-10t+2^{a+1}=0$에서 두 근의 합과 곱이 모두 양수이므로

서로 다른 양의 실근의 개수는 판별식 $\dfrac{D}{4}=25-2^{2a+1}$에 의해서만 결정된다.

$25-2^{2a+1}>0$이면 방정식 $2^at^2-10t+2^{a+1}=0$의 서로 다른 양의 실근의 개수가 2이다.

$x=3-a$일 때 $t=2^{3-a}$이므로 두 실근 중 하나가 2^{3-a}이어야 한다.

곧, $2^{a+6-2a}-10\times 2^{3-a}+2^{a+1}=0,\ 2^{2a+1}-16=0$이다. $25-16>0$이므로 조건을 만족시키고,

이 때의 4^a의 값은 $\dfrac{16}{2}=8$이다.

$25-2^{2a+1}=0$이면 $2^{a}=\dfrac{5}{\sqrt{2}}$이므로

$\dfrac{5}{\sqrt{2}}t^{2}-10t+5\sqrt{2}=0$ $\cdots$ $t^{2}-2\sqrt{2}t+2=0,\ t=\sqrt{2}$ (중근)이다.

이 때의 x의 값은 $\dfrac{1}{2}$이므로 $\dfrac{1}{2}\neq 3-a$이어야 하고,

$a=\dfrac{5}{2}$이면 $2^{\frac{5}{2}}\neq\dfrac{5}{\sqrt{2}}$이므로 조건을 만족시킨다. 따라서 이 때의 4^{a}의 값은 $\dfrac{25}{2}$이다.

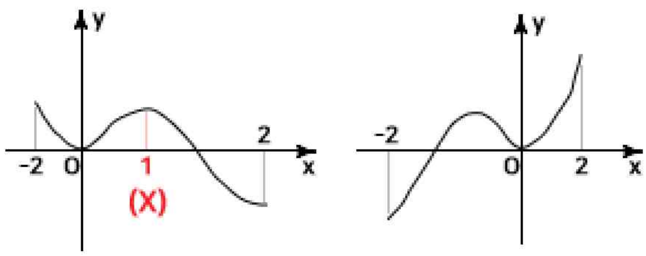
따라서 모든 4^{a}의 값의 곱은 $8\times\dfrac{25}{2}=100.$

22.

$a_{n}\times f(a_{n})f'(a_{n})\leq 0$을 만족시키는 자연수 n이 존재하지 않으므로
$f(a_{n})\neq 0,\ f'(a_{n})\neq 0$이다.
$a_{n}<0$이면 $f(a_{n})f'(a_{n})<0$이므로
$f(x)$가 $x=a_{n}$일 때 함숫값이 양수이면서 감소하거나 음수이면서 증가하고,
$a_{n}>0$이면 $f(a_{n})f'(a_{n})>0$이므로
$f(x)$가 $x=a_{n}$일 때 함숫값이 양수이면서 증가하거나 음수이면서 감소한다.

$f'\left(-\dfrac{1}{2}\right)\times f'\left(\dfrac{1}{2}\right)<0$이고 방정식 $f'(x)=0$의 모든 실근이 정수이므로
함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극대 또는 극소이다.
또한 $f(-2)+f(2)=0$에서 -2가 수열 $\{a_{n}\}$의 한 항이므로
$f(-2)<0,\ f(2)>0$ 또는 $f(-2)>0,\ f(2)<0$이다.

(1) $f(x)$가 $x=0$에서 극소

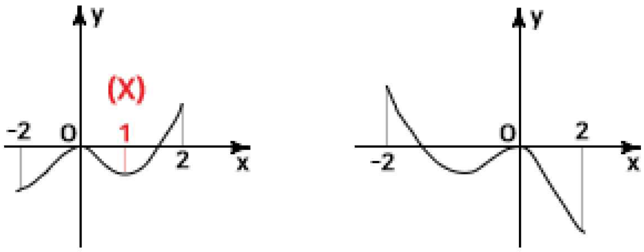


$f(2)<0$이면 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극댓값을 가져야 하나
1이 수열 $\{a_{n}\}$의 한 항이므로 모순이다.
따라서 $f(-2)<0$이고, 함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 극댓값을 갖는다.

$f'(x)=4x(x+1)(x-a)$ (a는 -3 이하의 정수)라 하면
$4x(x+1)(x-a)=4x^3+4(1-a)x^2-4ax$이므로
$f(x)=x^4+\frac{4}{3}(1-a)x^3-2ax^2+C$ (C는 적분상수)이고,
$f(-2)+f(2)=32-16a+2C=0$, $C=8a-16$이다.

구간 $(-1,\ 1)$에 속하는 수열 $\{a_n\}$의 항이 무수히 많고,
$f(x)$가 구간 $(-1,\ 0)$에서 감소, 구간 $(0,\ 1)$에서 증가하므로
$f(0)\geq 0$이 되어야 하나, $a\leq -3$에서 $C\leq -40$이므로 모순이다.

(2) $f(x)$가 $x=0$에서 극대



$f(2)>0$이면 함수 $f(x)$는 $x=1$에서 극솟값을 가져야 하나
1이 수열 $\{a_n\}$의 한 항이므로 모순이다.
따라서 $f(2)<0$이고, 함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 극솟값을 갖는다.

$f'(x)=4x(x+1)(x-a)$ (a는 2 이상의 정수, $a\neq 4$)라 하면
$4x(x+1)(x-a)=4x^3+4(1-a)x^2-4ax$이므로
$f(x)=x^4+\frac{4}{3}(1-a)x^3-2ax^2+C$ (C는 적분상수)이고,
$f(-2)+f(2)=32-16a+2C=0$, $C=8a-16$이다.

$f(x)$가 구간 $(-1,\ 0)$에서 증가, 구간 $(0,\ 1)$에서 감소하므로
$f(0)\leq 0$이다. $a\geq 2$에서 $C\geq 0$이므로 $a=2$일 때만 부등식이 성립하고,
$f(x)=x^4-\frac{4}{3}x^3-4x^2$일 때 $f(4)>0$, $f(-2)>0$, $f(1)<0$이므로
위 조건을 모두 만족시킨다. 따라서 $f(6)=36\times(36-8-4)=36\times 24=864$.

〈선택과목 - 확률과 통계〉

23.

다항식 $(x^2+2)^6$의 전개식에서 x^4의 계수는 ${}_6\mathrm{C}_2\times 2^4=15\times 16=240$.

24.

$\mathrm{P}(B|A)=\dfrac{\mathrm{P}(A\cap B)}{\mathrm{P}(A)}$이므로 $\mathrm{P}(A\cap B)=\dfrac{1}{4}$이고,

$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$이므로 $\mathrm{P}(B)=\dfrac{5}{8}+\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{8}$.

25.

확률변수 X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	1	2	3	4	5	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	a	b	a	b	a	1

곧 $3a+2b=1$이고, $\mathrm{E}(X)=9a+6b=3$, $\mathrm{E}(X^2)=35a+20b$이므로

$\mathrm{V}(X)=\mathrm{E}(X^2)-(\mathrm{E}(X))^2=35a+20b-9=\dfrac{5}{2}$

에서 $35a+20b=\dfrac{23}{2}$이다. $30a+20b=10$이므로, $5a=\dfrac{3}{2}$에서 $a=\dfrac{3}{10}$, $b=\dfrac{1}{20}$이다.

따라서 $a+b=\dfrac{7}{20}$.

26.

140을 소인수분해하면 $2^2\times 5\times 7$이고, 두 눈의 수의 합은 2 이상 8 이하이므로
시행을 3번 반복하여 기록한 세 수가 작은 순으로 각각 4, 5, 7이어야 한다.

두 수의 합이 4인 경우는 나온 눈의 수가 $(1,\ 3)$, $(2,\ 2)$, $(3,\ 1)$인 경우이므로 그 확률은 $\dfrac{3}{16}$,

5인 경우는 나온 눈의 수가 $(1,\ 4)$, $(2,\ 3)$, $(3,\ 2)$, $(4,\ 1)$인 경우이므로 그 확률은 $\dfrac{1}{4}$,

7인 경우는 나온 눈의 수가 $(3,\ 4)$, $(4,\ 3)$인 경우이므로 그 확률은 $\dfrac{1}{8}$이고,

4, 5, 7을 배열하는 경우의 수는 $3!$이므로, 구하는 확률은 $3!\times\dfrac{3}{16}\times\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{8}=\dfrac{9}{256}$.

27.

A지점에서 출발하여 P지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 $\dfrac{3!}{1!2!}=3$가지,

P지점에서 출발하여 B지점까지 Q지점을 거치지 않고 최단 거리로 가는

경우의 수는 $\dfrac{6!}{4!2!}-\left(\dfrac{4!}{3!1!}\times\dfrac{2!}{1!1!}\right)=7$가지이다.

또한 A지점에서 출발하여 Q지점까지 P지점을 거치지 않고 최단 거리로 가는

경우의 수는 $\dfrac{7!}{5!2!}-\left(\dfrac{3!}{2!1!}\times\dfrac{4!}{3!1!}\right)=9$가지,

Q지점에서 B지점까지 최단 거리로 가는 경우의 수는 $\dfrac{2!}{1!1!}=2$가지이다.

따라서 구하는 경우의 수는 $3\times7+9\times2=39$.

28.

시행을 1번 했을 때 상자 B에 들어 있는 공에 적힌 수를 확률변수 X라 하면

X의 확률분포는 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\dfrac{1}{8}$	$\dfrac{3}{8}$	$\dfrac{3}{8}$	$\dfrac{1}{8}$	1

시행을 3번 반복한 후 상자 B에 들어 있는 공에 적힌 수의 합이 6인 경우는

공에 적힌 수가 작은 순으로 각각

$(0,\ 3,\ 3)$, $(1,\ 2,\ 3)$, $(2,\ 2,\ 2)$

인 경우이고, 그 확률은 $\left(\dfrac{3!}{2!}\times\dfrac{1}{8}\times\dfrac{1}{8}\times\dfrac{1}{8}\right)+\left(3!\times\dfrac{3}{8}\times\dfrac{3}{8}\times\dfrac{1}{8}\right)+\left(1\times\dfrac{3}{8}\times\dfrac{3}{8}\times\dfrac{3}{8}\right)=\dfrac{84}{8^3}$ 이다.

이 중 2번째 시행에서 상자 B에 들어 있는 공에 적힌 수의 합이 3이 되기 위해서는

2번째 시행의 결과 공에 적힌 수가 작은 순으로 각각 $(0,\ 3)$ 또는 $(1,\ 2)$이어야 하고,

그 확률은 $\left(\left(\dfrac{3!}{2!}-1\right)\times\dfrac{1}{8}\times\dfrac{1}{8}\times\dfrac{1}{8}\right)+\left((3!-4)\times\dfrac{3}{8}\times\dfrac{3}{8}\times\dfrac{1}{8}\right)=\dfrac{20}{8^3}$ 이다.

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{\dfrac{20}{8^3}}{\dfrac{84}{8^3}}=\dfrac{5}{21}$.

29.

$\mathrm{P}(X \leq 4-x) \leq \mathrm{P}(X \geq x+10)$에서

모든 양의 실수 x에 대하여 ($x+10$과 m 사이의 거리) $\leq$ ($4-x$와 m 사이의 거리) 이므로,

$m \geq 7$이다.

$\mathrm{P}(X \geq x+10) \leq \mathrm{P}(X \leq 4)$에서

모든 양의 실수 x에 대하여 (4와 m 사이의 거리) $\leq$ ($x+10$과 m 사이의 거리) 이므로,

$m \leq 7$이다. 따라서 $m=7$이다.

$\mathrm{P}(X \geq 9)=\mathrm{P}(Z \geq \frac{2}{\sigma})$이므로 $\mathrm{P}(Z \geq \frac{2}{\sigma})+\mathrm{P}(Z \leq 3)=1$에서 $\sigma=\frac{2}{3}$이다.

$Y=3X-4$이므로 $16 \leq 3X-4 \leq 20$에서 $\frac{20}{3} \leq X \leq 8$이고,

$\frac{\frac{20}{3}-m}{\sigma}=-\frac{1}{2}$, $\frac{8-m}{\sigma}=\frac{3}{2}$이므로 $\mathrm{P}(16 \leq Y \leq 20)=\mathrm{P}(-0.5 \leq Z \leq 1.5)$이며,

$\mathrm{P}(-0.5 \leq Z \leq 0)=\mathrm{P}(0 \leq Z \leq 0.5)$이므로

$a=0.192+0.433=0.625$이다. 따라서 $1000a=625$.

30.

$f(2)$, $f(4)$, $f(8)$로 가능한 수를 a, b, $c(a \leq b \leq c)$라 할 때

모든 순서쌍 $(a,\ b,\ c)$를 나열하면

$(2^1,\ 2^1,\ 2^1)$

$(2^2,\ 2^2,\ 2^2)$

$(2^3,\ 2^3,\ 2^3)$, $(2^1,\ 2^2,\ 2^3)$

$(2^1,\ 2^1,\ 2^4)$, $(2^1,\ 2^4,\ 2^4)$, $(2^2,\ 2^3,\ 2^4)$, $(2^4,\ 2^4,\ 2^4)$

$(2^1,\ 2^3,\ 2^5)$, $(2^2,\ 2^2,\ 2^5)$, $(2^2,\ 2^5,\ 2^5)$, $(2^3,\ 2^4,\ 2^5)$, $(2^5,\ 2^5,\ 2^5)$

이고,

이 중 서로 같은 것이 없는 경우는 4가지 (1)

2개가 서로 같은 경우는 4가지 (2)

3개가 서로 같은 경우는 5가지 (3)

이다.

(1) $f(2)$, $f(4)$, $f(8)$을 배열하는 경우의 수는 $3!$

$f(16)$, $f(32)$는 각각 $f(2)$, $f(4)$, $f(8)$ 중 하나여야 하므로

${}_3\Pi_2=9$

이다. 이 때의 전체 경우의 수는 $3! \times 9=54$, $54 \times 4=216$이다.

(2) $f(2)$, $f(4)$, $f(8)$을 배열하는 경우의 수는 $\frac{3!}{2!}$

$f(16)$, $f(32)$ 중 하나가 $f(2)$, $f(4)$, $f(8)$에 들어간 두 수 중 하나이고
하나가 나머지 세 수 중 하나인 경우는
${}_{2}\mathrm{C}_{1}\times{}_{3}\mathrm{C}_{1}\times 2$
$f(16)$, $f(32)$가 서로 같고 $f(2)$, $f(4)$, $f(8)$에 들어간 두 수가 아닌 경우의 수는
3
이다. 이 때의 전체 경우의 수는 $\frac{3!}{2!}\times({}_{2}\mathrm{C}_{1}\times{}_{3}\mathrm{C}_{1}\times 2+3)=45$, $45\times 4=180$이다.

(3) $f(2)$, $f(4)$, $f(8)$을 배열하는 경우의 수는 1
$f(16)$, $f(32)$는 $f(2)$, $f(4)$, $f(8)$에 들어간 수가 아니면서 서로 달라야 하므로
${}_{4}\mathrm{P}_{2}=12$
이다. 이 때의 전체 경우의 수는 $1\times 12=12$, $12\times 5=60$이다.

따라서 구하는 경우의 수는 $216+180+60=456$.

〈선택과목 - 미적분〉

23.

식을 유리화하면 $\dfrac{3n+1}{\sqrt{n^2+3n+1}+n}$ 이므로 극한을 취하면 $\dfrac{3}{1+1}=\dfrac{3}{2}$.

24.

$x,\ y$를 각각 t에 대하여 미분하면 $\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{2t+1}{t^2+t},\ \dfrac{dy}{dt}=\dfrac{-2t}{(t^2+1)^2}$ 이고

$t=1$일 때 $\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{3}{2},\ \dfrac{dy}{dt}=-\dfrac{1}{2}$ 이므로 $\dfrac{dy}{dx}=\dfrac{\dfrac{dy}{dt}}{\dfrac{dx}{dt}}=-\dfrac{1}{3}$.

25.

$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}f(x)\tan x=\dfrac{1}{3}$ 에서 $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{f(x)\sin x}{\cos x}=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}}\dfrac{f(x)}{\cos x}=\dfrac{1}{3}$ 이고,

$f(x)=m(x-\dfrac{\pi}{2})$라 하면 $\dfrac{m}{-1}=\dfrac{1}{3}$ 이므로 $m=-\dfrac{1}{3}$ 이다.

$\lim\limits_{x\to0}g(x)\cot x=\dfrac{1}{3}$ 에서 $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{g(x)\cos x}{\sin x}=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{g(x)}{\sin x}=\dfrac{1}{3}$ 이고,

$g(x)=nx$라 하면 $\dfrac{n}{1}=\dfrac{1}{3}$ 이므로 $n=\dfrac{1}{3}$ 이다.

따라서 두 직선 $y=-\dfrac{1}{3}(x-\dfrac{\pi}{2}),\ y=\dfrac{1}{3}x$가 이루는 예각 θ에 대하여 $\tan\theta$의 값은

$$\frac{\frac{1}{3}-\left(-\frac{1}{3}\right)}{1+\frac{1}{3}\times\left(-\frac{1}{3}\right)}=\frac{9}{8}\times\frac{2}{3}=\frac{3}{4}.$$

26.

입체도형의 단면의 넓이가 $\sin x\times\cos\left(\dfrac{\pi}{3}\cos x\right)$이므로,

이 입체도형의 부피는 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{3}}\sin x\times\cos\left(\frac{\pi}{3}\cos x\right)dx$이다.

$\cos x=t$로 치환하면 $-\sin x dx=dt$이므로

$$\int_1^{\frac{1}{2}}-\cos\frac{\pi}{3}t\,dt=\int_{\frac{1}{2}}^{1}\cos\frac{\pi}{3}t\,dt=\left[\frac{3}{\pi}\sin\frac{\pi}{3}t\right]_{\frac{1}{2}}^{1}=\frac{3}{\pi}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{1}{2}\right)=\frac{3}{2\pi}(\sqrt{3}-1).$$

27.

원점에서 곡선 $y=f(x)$에 그은 접선의 접점을 α라 하면

$$\frac{f(\alpha)}{\alpha}=f'(\alpha)\ \cdots\ \frac{\ln\alpha}{\alpha^2}=\frac{1-\ln\alpha}{\alpha^2},\ \alpha=\sqrt{e}$$

이고, 이때의 $f'(\alpha)$의 값은 $\dfrac{1}{2e}$이다.

$t>\dfrac{1}{2e}$이므로, 직선 $y=tx$와 점 $(s,\ f(s))$ 사이의 거리의 최솟값은

점 $(s,\ f(s))$에서 곡선 $y=f(x)$에 접하는 직선의 기울기가 t일 때 발생한다.

곧, $\dfrac{1-\ln s}{s^2}=t$일 때, $g(t)=\dfrac{\left|ts-\dfrac{\ln s}{s}\right|}{\sqrt{t^2+1}}$이다.

$t>\dfrac{1}{2e}$인 모든 t에 대하여 $ts>\dfrac{\ln s}{s}$이고 $t^2+1>0$이므로 $g(t)$는 미분가능한 함수이다.

즉 $g'(t)=\dfrac{d}{dt}\left(\dfrac{ts-\dfrac{\ln s}{s}}{\sqrt{t^2+1}}\right)=\dfrac{\left(t\dfrac{ds}{dt}+s-\dfrac{1-\ln s}{s^2}\dfrac{ds}{dt}\right)\sqrt{t^2+1}}{t^2+1}-\dfrac{\left(ts-\dfrac{\ln s}{s}\right)\dfrac{t}{\sqrt{t^2+1}}}{t^2+1}$

이고, $\dfrac{1-\ln s}{s^2}=t$이므로

$$g'(t)=\frac{s}{\sqrt{t^2+1}}-\frac{t\left(ts-\dfrac{\ln s}{s}\right)}{(t^2+1)\sqrt{t^2+1}}$$

이다. 주어진 그림에 의해 $t=1$일 때 $s=1$이므로

$g(1)=\dfrac{1}{\sqrt{2}},\ g'(1)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}-\dfrac{1}{2\sqrt{2}}=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$이다. 따라서 $g(1)+g'(1)=\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$.

28.

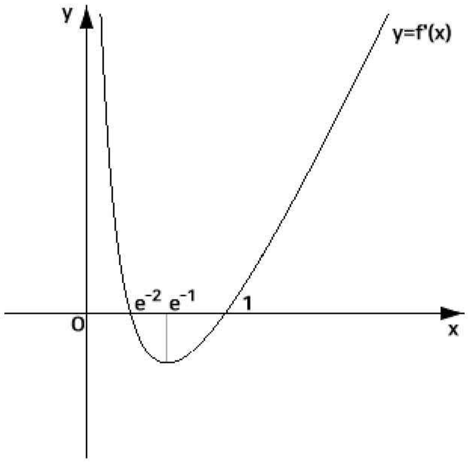
함수 $F(x)$를 $F(x)=f(x)-f'(t)(x-t)-f(t)$라 하자.

$F'(x)=f'(x)-f'(t)$이므로, $f'(x)-f'(t)$의 부호가

$x=g(t)$의 좌우에서 양에서 음으로 변화하여야 한다.

$f'(x)=(\ln x)^2+2\ln x,\ f''(x)=\dfrac{2}{x}(\ln x+1)$이므로,

함수 $y=f'(x)$의 그래프의 개형은 그림과 같다.



곡선 $y=f'(x)$와 직선 $y=f'(t)$가 만나는 두 교점의 좌표를 각각 $t,\ \alpha(\alpha\neq t)$라 하면

이차방정식 $x^2+2x=(\ln t)^2+2\ln t$의 두 실근이 $\ln t,\ \ln\alpha$이므로

$\ln t+\ln\alpha=\ln\alpha t=-2,\ \alpha=\dfrac{1}{e^2t}$이고,

$0<t<\dfrac{1}{e}$일 때 $t<\dfrac{1}{e^2t}$, $t>\dfrac{1}{e}$일 때 $t>\dfrac{1}{e^2t}$이므로

$$g(t)=\begin{cases} t & (0<t<\dfrac{1}{e}) \\ \dfrac{1}{e^2t} & (t>\dfrac{1}{e}) \end{cases}$$

이다.

함수 $h(t)$에 대하여 $\displaystyle\lim_{t\to\frac{1}{e}}h(t)=h\left(\frac{1}{e}\right)$이므로 함수 $h(t)$는 양의 실수 전체의 집합에서 연속이다.

따라서,

$$\int_{\frac{1}{e^2}}^{1}f(h(t))dt=\int_{\frac{1}{e^2}}^{\frac{1}{e}}f(t)dt+\int_{\frac{1}{e}}^{1}f\left(\frac{1}{e^2t}\right)dt=\int_{\frac{1}{e^2}}^{\frac{1}{e}}t(\ln t)^2dt+\int_{\frac{1}{e}}^{1}\frac{1}{e^2t}(2+\ln t)^2dt$$

이다.

$t=e^{\frac{u}{2}}$로 치환하면 $dt=\frac{1}{2}e^{\frac{u}{2}}du$이므로

$$\int_{-4}^{-2}\frac{1}{8}u^2e^udu+\int_{-2}^{0}\frac{1}{2e^2}\left(2+\frac{u}{2}\right)^2du=\int_{-4}^{-2}\frac{1}{8}u^2e^udu+\int_{2}^{4}\frac{1}{8e^2}u^2du$$

$$=\left[\frac{1}{8}(u^2-2u+2)e^u\right]_{-4}^{-2}+\left[\frac{1}{24e^2}u^3\right]_2^4=\frac{5}{4e^2}-\frac{13}{4e^4}+\frac{7}{3e^2}=\frac{43e^2-39}{12e^4}.$$

29.

그림 R_2에서 새로 색칠한 정사각형 중 그 넓이가 가장 큰 것은

그림 R_1에 존재하는 정사각형 중 그 넓이가 16인 것의 $\frac{16}{25}$배이고,

그림 R_2에서 새로 색칠한 정사각형 중 그 넓이가 가장 작은 것은

그림 R_1에 존재하는 정사각형 중 그 넓이가 9인 것의 $\frac{9}{25}$배이다.

마찬가지로, 그림 R_{n+1}에서 새로 색칠한 정사각형 중 그 넓이가 가장 큰 것은

그림 R_n에 존재하는 정사각형 중 그 넓이가 $16\times\left(\frac{16}{25}\right)^{n-1}$인 것의 $\frac{16}{25}$배이고,

그림 R_{n+1}에서 새로 색칠한 정사각형 중 그 넓이가 가장 작은 것은

그림 R_n에 존재하는 정사각형 중 그 넓이가 $9\times\left(\frac{9}{25}\right)^{n-1}$인 것의 $\frac{9}{25}$배이다.

즉, S_n은 첫째항이 16이고 공비가 $\frac{16}{25}$인 등비수열의 첫째항부터 제n항까지의 합인

$$\frac{16\times\left(1-\left(\frac{16}{25}\right)^n\right)}{1-\frac{16}{25}}=\frac{25\times16\times\left(1-\left(\frac{16}{25}\right)^n\right)}{9}$$

과 같고, T_n은 첫째항이 9이고 공비가 $\frac{9}{25}$인 등비수열의 첫째항부터 제n항까지의 합인

$$\frac{9\times\left(1-\left(\frac{9}{25}\right)^n\right)}{1-\frac{9}{25}}=\frac{9\times25\times\left(1-\left(\frac{9}{25}\right)^n\right)}{16}$$

과 같으므로, $\sqrt{S_n}+\sqrt{T_n}=\frac{5\times4}{3}\times\sqrt{1-\left(\frac{16}{25}\right)^n}+\frac{3\times5}{4}\times\sqrt{1-\left(\frac{9}{25}\right)^n}$이고,

$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{S_n}+\sqrt{T_n}\right)=\frac{20}{3}\times\sqrt{1}+\frac{15}{4}\times\sqrt{1}=\frac{125}{12}$ $\cdots$ $12+125=137.$

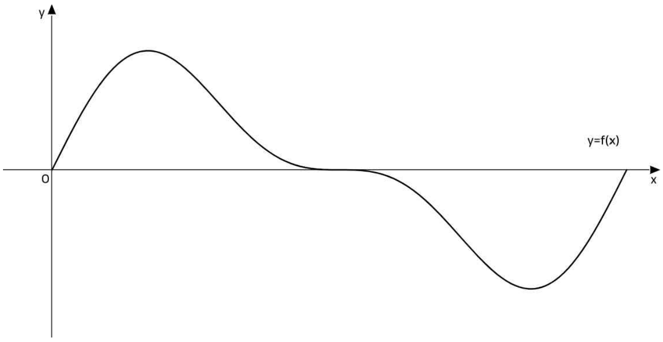
30.

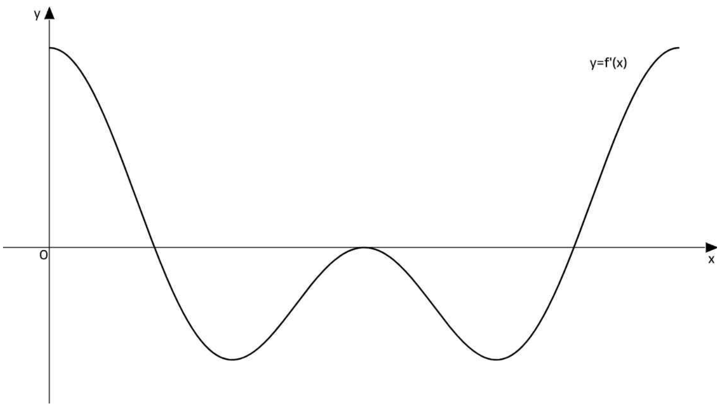
함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$와 이계도함수 $f''(x)$는 각각

$f'(x)=\cos x(1+\cos x)+\sin x(-\sin x)=2\cos^2 x+\cos x-1$,

$f''(x)=-4\sin x\cos x-\sin x=-\sin x(4\cos x+1)$

이다. $0\le x\le 2\pi$에서 두 함수 $y=f(x)$, $y=f'(x)$의 그래프는 각각 그림과 같다.





$x_1\ne x_2$이므로 주어진 식은 $\dfrac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}=f'(c)$와 동치이다. 이를 해석하면,

함수 $f(x)$에서 x의 값이 x_1에서 x_2까지(또는 x_2에서 x_1까지) 변할 때의 평균변화율이

$x=c$에서 함수 $f(x)$의 미분계수와 같도록 하는 x_1, x_2가 존재하지 않으면 된다.

즉, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(c,\ f(c))$에서 곡선 $y=f(x)$에 접하는 직선을 평행이동하였을 때

곡선 $y=f(x)$와 서로 다른 두 개 이상의 점에서 만나는가를 관찰하면 된다.

$0<x<2\pi$일 때 $\cos x=-\dfrac{1}{4}$을 만족시키는 x의 값을 작은 순으로 α_1, α_2라 하면

두 점 $(\alpha_1,\ f(\alpha_1))$, $(\alpha_2,\ f(\alpha_2))$은 곡선 $y=f(x)$의 변곡점이다.

$m=1,\ 2$일 때, $x<\alpha_m$에서 $f(x)<f'(\alpha_m)(x-\alpha_m)+f(\alpha_m)$이고

$x>\alpha_m$에서 $f(x)>f'(\alpha_m)(x-\alpha_m)+f(\alpha_m)$이다.

직선 $y=f'(\alpha_m)(x-\alpha_m)+f(\alpha_m)$을 평행이동한 임의의 직선과 곡선의 교점의 좌우에서도

대소 관계가 성립하므로, α_1, α_2는 각각 수열 $\{c_n\}$의 한 항이고,

함수 $f(x)$는 모든 실수 x에 대하여 $f(x+2\pi)=f(x)$를 만족시키므로

$\alpha_1+2\pi$, $\alpha_2+2\pi$, $\alpha_1+4\pi$, $\alpha_2+4\pi$, $\alpha_1+6\pi$, $\alpha_2+6\pi$ 또한 수열 $\{c_n\}$의 한 항이다.

l이 자연수일 때, 점 $(l\pi,\ f(l\pi))$ 또한 곡선 $y=f(x)$의 변곡점이므로 확인해 보자.

l이 홀수일 때, $f'(l\pi)=0$이고 $f(\pi)=f(2\pi)=f(3\pi)=\ \cdots\ =0$이므로
곡선 $y=f(x)$ 위의 서로 다른 두 점을 이은 직선의 기울기가 0이 되는 경우가 무수히 많이 존재한다.
즉, l이 홀수인 경우는 조건을 만족시키지 않는다.
l이 짝수일 때, $x<l\pi$에서 $f(x)>f'(l\pi)(x-l\pi)+f(l\pi)$이고
$x>l\pi$에서 $f(x)<f'(l\pi)(x-l\pi)+f(l\pi)$이다.
직선 $y=f'(l\pi)(x-l\pi)+f(l\pi)$를 평행이동한 임의의 직선과 곡선의 교점의 좌우에서도
대소 관계가 성립하므로, $2\pi,\ 4\pi,\ 6\pi$는 각각 수열 $\{c_n\}$의 한 항이다.

c가 위에서 구한 값이 아닌 경우는
직선 $y=f'(c)(x-c)+f(c)$를 평행이동한 직선과 곡선이 서로 다른 두 개 이상의 점에서 만나므로
조건을 만족시키지 않는다. 따라서 수열 $\{c_n\}$의 모든 항을 나열하면
$\alpha_1,\ \alpha_2,\ 2\pi,\ \alpha_1+2\pi,\ \alpha_2+2\pi,\ 4\pi,\ \alpha_1+4\pi,\ \alpha_2+4\pi,\ 6\pi,\ \alpha_1+6\pi,\ \alpha_2+6\pi$
이므로, $n=11$이다.
$x=\alpha_1,\ \alpha_2$일 때 $f'(x)=2\left(-\dfrac{1}{4}\right)^2+\left(-\dfrac{1}{4}\right)-1=-\dfrac{9}{8}$이고, $f'(2\pi)=2(1)^2+1-1=2$이므로
$\displaystyle\sum_{k=1}^{11}\left|f'(c_k)\right|=\frac{9}{8}\times 8+2\times 3=15$이다. 따라서 $11+15=26$.

수고하셨습니다!

제작: Midori(계명대학교 약학부 재학중)
인스타 https://www.instagram.com/midori_mn04/ (@midori_mn04)
이메일 anthony0130@naver.com
오르비 https://orbi.kr/profile/1102448