

수학 영역

홀수형

성명	
----	--

수험 번호						—				
-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

마음대로 되는대로 찬란함에 주의

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

- **공통과목** 1~8쪽
- **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12쪽
 - 미적분 13~16쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

출수형

5지선다형

1. $2^{\log_2 81} \times 3^{\log_3 16}$ 의 값은? [2점]

- ① 9 ② 18 ③ 27 ④ 36 ⑤ 45

2. 함수 $f(x) = x^3 - x - 1$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은?

[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_1 = 3, \quad a_5 - a_4 = 6a_3$$

을 만족시킬 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + x & (x < a) \\ -x + 8 & (x \geq a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 양수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

5. 점 P(-1, 2)에 대하여 x축의 양의 방향을 시초선으로 하는 동경 OP가 나타내는 각의 크기를 θ 라 할 때, $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right) \times \tan\theta$ 의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

- ① $-\frac{4\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ③ $\frac{\sqrt{5}}{5}$
 ④ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

6. 두 양수 a, b 가

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+a}-b}{x} = 4a$$

를 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$

7. $0 < x < 2\pi$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \cos x + a, \quad g(x) = |\cos x - b|$$

가 있다. 두 곡선 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 가 오직 한 점에서만 만나도록 하는 두 양수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ 4

8. 함수 $f(x) = x^2 + ax$ 에 대하여

$$\int_{-1}^1 (x+1)f(x)dx = \int_{-1}^1 f(x)dx + 6$$

일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 3 ② $\frac{9}{2}$ ③ 6 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 9

9. 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$\sum_{n=1}^7 na_n = 50, \quad \sum_{n=1}^7 S_n = 190$$

일 때, S_7 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 20 ③ 30 ④ 40 ⑤ 50

10. 실수 전체의 집합에서 증가하는 다항함수 $f(x)$ 가 상수 a 에 대하여 다음 조건을 만족시킬 때, $f(a+4)$ 의 값은? [4점]

모든 실수 x 에 대하여

$$f'(x) = \frac{9}{7}(x-3)(x-f(2)) \text{ 이고 } \int_a^x f(t)dt \geq 0 \text{ 이다.}$$

- ① $\frac{36}{7}$ ② $\frac{40}{7}$ ③ $\frac{44}{7}$ ④ $\frac{48}{7}$ ⑤ $\frac{52}{7}$

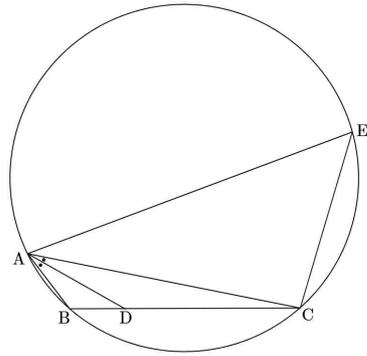
11. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치가

$$x(t) = t^3 - 6at^2 \quad (a \text{는 양의 실수})$$

이다. 점 P의 가속도가 0이 되는 시각을 $f(a)$, 시각 $t=0$ 에서 $t=3f(a)$ 까지 점 P가 이동한 거리를 $g(a)$ 라 할 때, $f(3)+g(1)$ 의 값은? [4점]

- ① 68 ② 70 ③ 72 ④ 74 ⑤ 76

12. 그림과 같이 $\overline{AB} = 1$, $\sin(\angle BAC) = \frac{\sqrt{7}}{4}$ 인 삼각형 ABC의 외접원을 O라 하고, 각 BAC를 이등분하는 직선이 선분 BC와 만나는 점을 D라 하자. 원 O의 넓이가 $\frac{44}{7}\pi$ 이고, 점 B를 포함하지 않는 호 AC 위의 점 E가 $\overline{CD} = \overline{CE}$ 를 만족시킬 때, $\frac{\overline{AC}}{\cos(\angle EAC)}$ 의 값은? (단, $\angle BAC < \frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① $\frac{10\sqrt{2}}{3}$ ② $4\sqrt{2}$ ③ $\frac{14\sqrt{2}}{3}$
 ④ $\frac{16\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $6\sqrt{2}$

13. 모든 항이 자연수이고 $a_3 = b_3$ 인 두 등차수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 있다. 수열 $\{c_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때,

$$a_1 + \sum_{n=1}^{10} c_n \text{의 값은? [4점]}$$

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$c_n = \frac{a_n + b_n + |a_n - b_n|}{2} \text{이다.}$$

(나) $c_6 - c_1 = b_5 = 11$

- ① 158 ② 162 ③ 166 ④ 170 ⑤ 174

14. $f(0) = 0$ 이고 $f'(2) \geq 0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 상수 $k(k > 2)$ 와 모든 실수 x 에 대하여

$$(g(x) - k)(g(x) - f(x)) = 0 \text{이다.}$$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$\frac{g(0) + g(1)}{2} \leq g(n-1) \leq \frac{g(2) + g(3)}{2} \text{이다.}$$

$\int_0^5 g(x)dx = 10$ 일 때, $k + g(-1)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{37}{2}$ ② $\frac{39}{2}$ ③ $\frac{41}{2}$ ④ $\frac{43}{2}$ ⑤ $\frac{45}{2}$

15. 자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

- (가) $a_1 = k$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{n+3} = a_n$ 이다.
 (나) $n = 1, 2$ 일 때, $a_{n+1} = 2^{a_n} + a_n^2$ 이다.

$\sum_{i=1}^{15} \sin \frac{a_i}{2} \pi = 5$ 가 되도록 하는 20 이하의 모든 k 의 값의 합은?

[4점]

- ① 50 ② 53 ③ 56 ④ 59 ⑤ 62

단답형

16. 양수 a 에 대하여 \sqrt{a} 의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 값이 $-\sqrt{2}$ 일 때, a 의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = x^2 - 2x + 1$ 이고 $f(0) = 5$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

18. 1이 아닌 세 양수 a, b, c 가

$$\log_a b = \frac{\log_b c}{12} = \frac{\log_c a}{18}$$

를 만족시킬 때, $\log_b a$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. x 에 대한 방정식 $2x^3 - \frac{15}{2}x^2 + 6x + k = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 양수 k 의 값을 구하시오. [3점]

20. 함수 $f(x) = x^2 - 12x + 30$ 과 실수 t 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} -x^5 - x^3 & (x \leq 0) \\ \int_0^x (f(s-t) + t) ds & (x > 0) \end{cases}$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 음수 t 의 최댓값을 M , 양수 t 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M^2 + m^2$ 의 값을 구하시오.

[4점]

21. 실수 a 에 대하여 두 함수

$$f(x) = 2^{x+a}, g(x) = x^2 - 2x + 2$$

가 있다. x 에 대한 방정식

$$g(f(x) + f(-x) - 8) = g(f(-x))$$

의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 a 에 대하여 모든 4^a 의 값의 곱을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가

일반항이 $\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-3}$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f'(x) = 0$ 의 실근은 모두 정수이다.

(나) 함수 $f(x)$ 에 대하여

$$a_n \times f(a_n) \times f'(a_n) \leq 0$$

을 만족시키는 자연수 n 은 존재하지 않는다.

$f'\left(-\frac{1}{2}\right) \times f'\left(\frac{1}{2}\right) < 0$, $f(-2) + f(2) = 0$ 일 때, $f(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

홀수형

5지선다형

23. 다항식 $(x^2+2)^6$ 의 전개식에서 x^4 의 계수는? [2점]

- ① 60
- ② 120
- ③ 180
- ④ 240
- ⑤ 300

24. 두 사건 A, B 에 대하여

$$P(B|A) = P(A) = \frac{1}{2}, P(A \cup B) = \frac{5}{8}$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$
- ② $\frac{1}{4}$
- ③ $\frac{3}{8}$
- ④ $\frac{1}{2}$
- ⑤ $\frac{5}{8}$

25. 이산확률변수 X 가 갖는 값은 1부터 5까지의 정수이고, 두 양수 a, b 에 대하여 X 의 확률질량함수는

$$P(X=x) = \begin{cases} a & (x \text{가 홀수인 경우}) \\ b & (x \text{가 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다. $V(X) = \frac{5}{2}$ 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{3}{20}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{7}{20}$

26. 숫자 1, 2, 3, 4가 한 면에 하나씩 적힌 정사면체 모양의 주사위가 있다. 이 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

주사위를 두 번 던져 나온 두 눈의 수의 합을 기록한다.

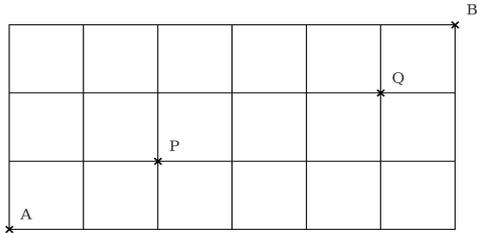
이 시행을 3번 반복하여 기록한 세 수의 곱이 140일 확률은?

[3점]

- ① $\frac{3}{256}$ ② $\frac{3}{128}$ ③ $\frac{9}{256}$ ④ $\frac{3}{64}$ ⑤ $\frac{15}{256}$

27. 그림과 같이 직사각형 모양으로 연결된 도로망이 있다.
이 도로망을 따라 A지점에서 출발하여 B지점까지 최단 거리로 갈 때, P지점과 Q지점 중 한 지점만을 거쳐서 가는 경우의 수는? [3점]

- ① 31 ② 33 ③ 35 ④ 37 ⑤ 39

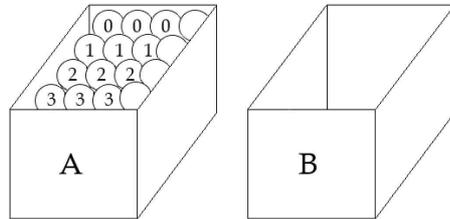


28. 두 상자 A, B가 있다. 상자 A에는 숫자 0, 1, 2, 3이 적힌 공이 각각 3개 이상 들어 있고, 상자 B는 비어 있다.
두 상자 A, B와 3개의 동전을 사용하여 다음 시행을 한다.

동전 세 개를 동시에 던져
앞면이 나온 동전의 개수가 $k(k=0, 1, 2, 3)$ 이면
상자 A에 있는 숫자 k 가 적힌 공 1개를 상자 B에 넣는다.

이 시행을 3번 반복한 후 상자 B에 들어 있는 공에 적힌 수의 합이 6일 때, 두 번째 시행의 결과 상자 B에 들어 있는 공에 적힌 수의 합이 3일 확률은? [4점]

- ① $\frac{5}{21}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{8}{21}$ ⑤ $\frac{3}{7}$



단답형

29. 확률변수 X 가 정규분포 $N(m, \sigma^2)$ 을 따르고, 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 모든 양의 실수 x 에 대하여 $P(X \leq 4-x) \leq P(X \geq x+10) \leq P(X \leq 4)$ 이다.
- (나) $P(X \geq 9) + P(Z \leq 3) = 1$ (단, Z 는 표준정규분포를 따르는 확률변수이다.)

확률변수 $Y = 3X - 4$ 에 대하여 $P(16 \leq Y \leq 20)$ 의 값을 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 구한 값이 a 일 때, $1000 \times a$ 의 값을 구하시오. (단, σ 는 양수이다.) [4점]

z	$P(0 \leq Z \leq z)$
0.5	0.192
1.0	0.341
1.5	0.433
2.0	0.477

30. 집합 $X = \{2, 4, 8, 16, 32\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $\sqrt[3]{f(2) \times f(4) \times f(8)}$ 의 값은 자연수이다.
- (나) 함수 f 의 치역의 원소의 개수는 3이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

출수형

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 3n + 1} - n)$ 의 값은? [2점]
 ① 1 ② $\frac{3}{2}$ ③ 2 ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 3

24. 매개변수 $t(t > 0)$ 으로 나타내어진 곡선

$$x = \ln(t^2 + t), \quad y = \frac{1}{t^2 + 1}$$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{3}$ ② $-\frac{2}{9}$ ③ $-\frac{1}{9}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{2}{9}$

25. 두 일차함수 $f(x), g(x)$ 가

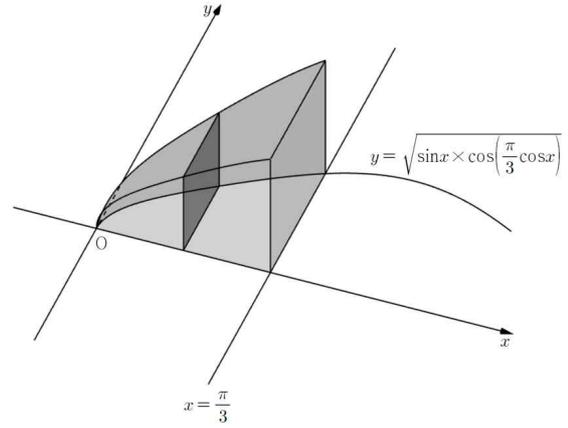
$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x)\tan x = \lim_{x \rightarrow 0} g(x)\cot x = \frac{1}{3}$$

을 만족시킨다. 두 직선 $y=f(x)$ 와 $y=g(x)$ 가 이루는 예각의 크기를 θ 라 할 때, $\tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{8}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{7}{8}$ ⑤ 1

26. 그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{\sin x \times \cos\left(\frac{\pi}{3}\cos x\right)}$ 와 x 축 및

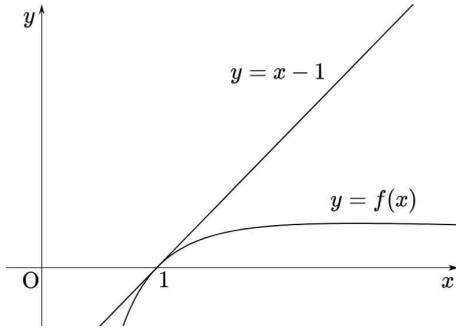
직선 $x = \frac{\pi}{3}$ 으로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



- ① $\frac{3}{2\pi}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$ ② $\frac{3}{2\pi}(\sqrt{3}-1)$ ③ $\frac{3\sqrt{3}}{2\pi}$
 ④ $\frac{3}{2\pi}(\sqrt{3}+1)$ ⑤ $\frac{3}{2\pi}(\sqrt{3}+\sqrt{2})$

27. $t > \frac{1}{2e}$ 인 실수 t 와 함수 $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ 에 대하여

직선 $y = tx$ 와 점 $(s, f(s)) (s > 0)$ 사이의 거리의 최솟값을 $g(t)$ 라 할 때, $g(1) + g'(1)$ 의 값은? [3점]



- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{8}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 ④ $\frac{5\sqrt{2}}{8}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

28. $x > 0$ 에서 정의된 함수 $f(x) = x(\ln x)^2$ 과 양수 $t (t \neq \frac{1}{e})$ 에

대하여 함수 $f(x) - f'(t)(x-t) - f(t)$ 가 $x = a$ 에서 극대일 때, 실수 a 의 값을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $h(t)$ 가

$$h(t) = \begin{cases} g(t) & (t > 0, t \neq \frac{1}{e}) \\ \frac{1}{e} & (t = \frac{1}{e}) \end{cases}$$

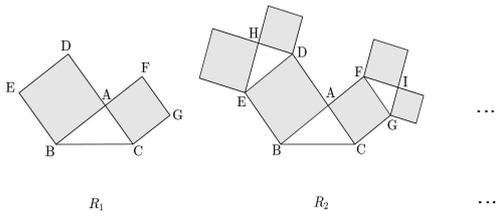
일 때, $\int_{\frac{1}{e^2}}^1 f(h(t)) dt$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{43e^2 - 39}{12e^4}$ ② $\frac{43e^2 - 35}{12e^4}$ ③ $\frac{43e^2 - 31}{12e^4}$
 ④ $\frac{47e^2 - 39}{12e^4}$ ⑤ $\frac{47e^2 - 35}{12e^4}$

단답형

29. 그림과 같이 선분 BC를 빗변으로 하고 $\overline{AB} = 4$, $\overline{AC} = 3$ 인 직각삼각형 ABC가 있다. 선분 AB를 한 변으로 하는 정사각형 ABED와 선분 AC를 한 변으로 하는 정사각형 ACGF를 그리고, 두 정사각형 ABED, ACGF에 색칠하여 얻어진 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에 점 H를 삼각형 HED가 직각삼각형이고 $\overline{HE} : \overline{HD} = 4 : 3$ 이 되도록 잡고, 점 I를 삼각형 IFG가 직각삼각형이고 $\overline{IF} : \overline{IG} = 4 : 3$ 이 되도록 잡는다. 선분 HE, HE, IF, IF, IG를 각각 한 변으로 하는 네 개의 정사각형을 그리고, 이 네 개의 정사각형에 색칠하여 얻어진 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 과정에서 새로 얻은 2^n 개의 정사각형 중 넓이가 가장 큰 정사각형의 넓이만을 1번째 과정에서 n 번째 과정까지 각각 더한 것을 S_n , n 번째 과정에서 새로 얻은 2^n 개의 정사각형 중 넓이가 가장 작은 정사각형의 넓이만을 1번째 과정에서 n 번째 과정까지 각각 더한 것을 T_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{S_n} + \sqrt{T_n}) = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



30. 함수 $f(x) = \sin x(1 + \cos x)$ 와 서로 다른 두 실수 x_1, x_2 에 대하여

$$f(x_1) - f(x_2) = f'(c)(x_1 - x_2)$$

를 만족시키는 x_1, x_2 의 순서쌍 (x_1, x_2) 가 존재하지 않도록 하는 실수 c 의 값 중에서 열린구간 $(0, 8\pi)$ 에 속하는 모든 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 c_1, c_2, \dots, c_n

(n 은 자연수)라 하자. $n + \sum_{k=1}^n |f'(c_k)|$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항
 ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인 하시오.

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.