

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $4^{\sqrt{2}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2\sqrt{2}+1}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

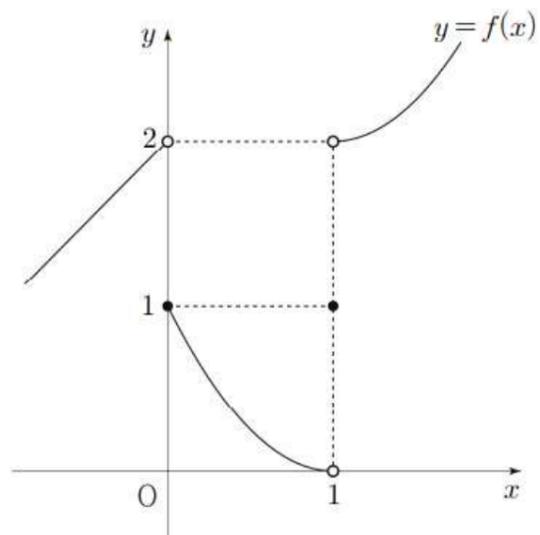
2. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2}$ 의 값은? [2점]

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

3. 중심각이 $\frac{\pi}{8}$ 이고 넓이가 9π 인 부채꼴의 호의 길이는? [2점]

- ① $\frac{\pi}{2}$ ② π ③ $\frac{3}{2}\pi$ ④ 2π ⑤ $\frac{5}{2}\pi$

4. 함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

5. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 양수 x 에 대하여

$$2x^2 - x + 4 \leq f(x) \leq 2x^2 + x + 5$$

를 만족시킬 때, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{x^2 + x}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

6. 수열 $\{a_n\}$ 이 $\sum_{k=1}^5 (2a_k + 3) = 37$ 을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^5 (a_k + 1)$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

7. $\sin\theta > 0$, $\tan(\pi - \theta) = 3$ 일 때, $\sin\theta + \cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{10}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{10}}{10}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{10}}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{5}$

8. 두 양수 $a, b(b > 1)$ 에 대하여 두 수

$$p = \log_3 a, \quad q = \log_b 3$$

가 $p - q = 1, pq = 2$ 를 만족한다. $a + b$ 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

9. $0 \leq x < 4\pi$ 일 때, 방정식 $\sin^2 x + \cos x - 1 = 0$ 의 모든 해의 합은? [3점]

- ① 8π ② 10π ③ 12π ④ 14π ⑤ 16π

10. 등차수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{k=1}^3 a_k = 3, \quad \sum_{k=1}^{11} a_k = 143$$

을 만족할 때, a_8 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

11. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 $2^{f(x)}$ 가 $x=2$ 에서 최솟값 8을 가질 때, $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

12. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\log a_n + \log a_{n+2} = 2\log a_{n+1}$$

을 만족시키고, $a_2 = 6$, $a_4 = 24$ 일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 84

13. 양수 a 에 대하여 $0 < x < 3a$ 에서 방정식 $\cos \frac{2}{3a}\pi x = \frac{1}{2}$ 의 서로 다른 두 실근의 차를 $f(a)$, $\cos \frac{2}{3a}\pi x = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 의 서로 다른 두 실근의 차를 $g(a)$ 라 할 때, $g(k) - f(k) = 3$ 을 만족하는 양수 k 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

14. $0 < t < 2$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y = 2^x$ 와 직선 $y = t$ 의 교점을 A, 곡선 $y = 2^x$ 와 직선 $y = 4 - t$ 의 교점을 B, 곡선 $y = 2^{-x+2}$ 와 직선 $y = t$ 의 교점을 C, 곡선 $y = 2^{-x+2}$ 와 직선 $y = 4 - t$ 의 교점을 D라 하자. $\overline{AC} = 2\overline{BD}$ 를 만족시키도록 하는 t 값은? [4점]

- ① $3 - \sqrt{2}$ ② $3 - \sqrt{3}$ ③ 1
 ④ $3 - \sqrt{5}$ ⑤ $3 - \sqrt{6}$

15. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{k} = n^2 + 5n$$

을 만족할 때, $\sum_{k=1}^8 \frac{4}{a_k}$ 의 값은? [4점]

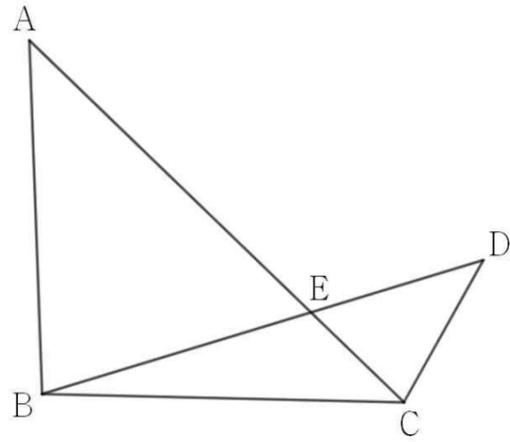
- ① $\frac{9}{10}$ ② $\frac{14}{15}$ ③ $\frac{37}{30}$ ④ $\frac{49}{40}$ ⑤ $\frac{58}{45}$

16. 그림과 같이 두 삼각형 ABC, BCD가 있다.

$$\angle BAC = \angle BDC, \quad \frac{\sin(\angle BCA)}{\sin(\angle CBE)} = 2, \quad \overline{AB} = 5, \quad \overline{DE} = 3$$

이고 $\sin(\angle BEC) = \frac{\sqrt{11}}{6}$ 일 때, 선분 BE의 길이는?

(단, $\angle BEC > \frac{\pi}{2}$ 이고 $\overline{AB} > \overline{BE}$ 이다.) [4점]



- ① $5 - 2\sqrt{3}$ ② $5 - \sqrt{13}$ ③ $5 - \sqrt{14}$
 ④ $5 - \sqrt{15}$ ⑤ 1

17. 6이하의 자연수 n 에 대하여 $0 < x \leq \pi$ 에서 방정식 $2\sin x = \frac{nx}{\pi}$ 의 실근을 a_n , 방정식 $2\cos x = \frac{nx}{\pi}$ 의 실근을 b_n 이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $a_2 > \frac{2}{3}\pi$

ㄴ. $a_3 + b_2 < \frac{7}{6}\pi$

ㄷ. $\frac{b_n}{a_n} < 1$ 을 만족시키는 자연수 $n(1 \leq n \leq 6)$ 의 최댓값은 4이다.

- ① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
 ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

18. 두 실수 $a, b(a > 1, b < 4)$ 에 대하여 구간 $(0, \infty)$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} \log_a x & (0 < x < 4) \\ |\log_a(x-b)| & (x \geq 4) \end{cases}$$

가 직선 $y=t$ 와 만나는 서로 다른 점의 개수를 $g(t)$ 라 할 때,

$$\{4\} \subset \{t | g(t) = 2\} \subset \{x | x \text{는 유리수}\}$$

이다. 방정식 $f(x) = 4$ 의 실근 중 가장 큰 값은? [4점]

- ① $\frac{15}{2}$ ② $\frac{31}{4}$ ③ 8 ④ $\frac{33}{4}$ ⑤ $\frac{17}{2}$

19. 자연수 a 에 대하여 구간 $[0, 2a]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \sin \frac{x}{a} \text{가 있다. 부등식}$$

$$f(k\pi) \geq \cos \frac{\pi}{5}$$

를 만족시키는 정수 k 의 개수가 9가 되도록 하는 모든 a 값의 합은? [4점]

- ① 60 ② 63 ③ 66 ④ 69 ⑤ 72

20. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$|g(x)| = |f(x)|$$

를 만족시키고, 방정식 $g(x) = 0$ 의 모든 실근은 정수이다.

$$\lim_{x \rightarrow 4^+} \frac{g(x) - g(4)}{x - 4} - \lim_{x \rightarrow 4^-} \frac{g(x) - g(4)}{x - 4} = 12, \quad g(0)g(2) < 0$$

일 때, $f(5) - g(3) + f(1) - g(-1)$ 의 값은? [4점]

- ① 24 ② 28 ③ 32 ④ 36 ⑤ 40

21. 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

세 자연수 k, p, q 에 대하여 $k \leq p < q \leq k+3$,
 $\sum_{k=1}^p a_k = \sum_{k=1}^q a_k$ 를 모두 만족시키도록 하는 순서쌍
 (k, p, q) 의 개수는 4이며, 가능한 $k+p+q$ 의 값들 중
 가장 큰 값은 25이다.

$\sum_{k=1}^{21} a_k = 126$ 일 때, a_{15} 의 값은? [4점]

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

단답형

22. 방정식

$$\log_3(x+1) = 1 + \log_9(x+1)$$

을 만족시키는 실수 x 값을 구하시오. [3점]

23. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이

$$\sum_{k=1}^{10} (a_k + 2b_k) = 13, \quad \sum_{k=1}^{10} (2a_k - b_k) = 6$$

를 만족시킬 때, $3 \sum_{k=1}^{10} a_k + 4 \sum_{k=1}^{10} b_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 두 실수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+7}-a}{x-3} & (x \neq 3) \\ b & (x = 3) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, ab 의 값을 구하시오. [3점]

25. 함수 $f(x) = \sin^2\left(x + \frac{\pi}{7}\right) + \cos\left(x - \frac{6}{7}\pi\right) + 2$ 의 최댓값은

$\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.) [3점]

26. 최고차항의 계수가 양수인 이차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{8x - f(x)}$ 의 값이 존재하지 않도록 하는 실수 a 값은 오직 3뿐이다.
- (나) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$ 의 값이 존재한다.

$f(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

27. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_1 값의 합을 S 라 할 때, $4S$ 의 값을 구하시오. [4점]

(가) $a_4 = 32$
 (나) 모든 자연수 n 에 대하여
 $(a_{n+1} - 2a_n)(a_{n+1} - a_n - 3n) = 0$
 이다.

28. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 방정식 $x^n + 32 = a_n$ 의 서로 다른 실근의 개수를 b_n 이라 할 때, 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 = -2$, $\sum_{k=1}^{30} b_k = 25$
 (나) $|a_m| = 32$ 를 만족시키는 자연수 m 이 존재한다.

$a_{20} = 2^{\frac{p}{q}}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

29. 두 양수 a, b 에 대하여 두 함수 $f(x) = a \sin \frac{\pi}{4}x$,

$g(x) = \cos bx$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(g(x))$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때,
 $M - m = 3$ 이다.

(나) $0 \leq x \leq 28$ 일 때, 방정식 $g(f(x)) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 의
서로 다른 실근의 개수는 49이다.

$a + \frac{b}{\pi} = \frac{q}{p} \sqrt{2}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인
자연수이다.) [4점]

30. 두 양수 $a, b (b < 30)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 는

$$f(x) = \begin{cases} |-x^2 - ax| & (x \leq 0) \\ |x^2 - bx + a| & (x > 0) \end{cases}$$

이다. 0이상의 실수 t 에 대하여 직선 $y=t$ 가 함수 $y=f(x)$ 의
그래프와 만나는 서로 다른 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 함수
 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{t \rightarrow \alpha^-} g(t) \neq \lim_{t \rightarrow \alpha^+} g(t)$ 를 만족시키는 양수 α 값의
개수는 2이다.

(나) $\lim_{t \rightarrow f(\beta)^-} g(t) \neq \lim_{t \rightarrow f(\beta)^+} g(t), f(\beta) \neq 0$ 을 모두
만족시키는 실수 β 값의 개수는 9이다.

$g\left(f\left(-\frac{a}{2}\right)\right) > g(0), \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 2$ 일 때, $f(6)$ 의 값을 구하시오.

[4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
하시오.