

수학 영역

N수형

성명	
----	--

수험 번호						—				
-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

나는 지금 지구의 어두운 모퉁이에서 잠시 쉬고 있다

- 답안지의 해당란에 성명과 수험번호를 쓰고, 또 수험번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.





제 2 교시

수학 영역

N수형

5지선다형

1.

3.

2.

4.

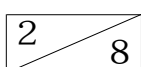
2

수학 영역

5.

7.

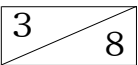
6.



8.

10.

9.



11.

12. 함수 $f(x) = \frac{2^x + 1}{3}$, $g(x) = \log_2(3x - 1)$ 에 대하여

구간 $[1, 3]$ 에서

$$\{f(a) - a\}^2 + \{a - g(a)\}^2 - \{f(a) - g(a)\}^2 = 0$$

을 만족하는 실수 a 의 값을 $\alpha_1, \alpha_2 (\alpha_1 < \alpha_2)$ 라고 할 때,
 $\alpha_1 \alpha_2 (\alpha_1 + \alpha_2)$ 의 값은? [4점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

13. 함수 $f(x)$ 는 모든 실수 x 에 대하여

$$f(x+2)=f(x), f(x)=|x| \ (-1 \leq x < 1)$$

을 만족시킨다. 실수 a 에 대하여

$$h(x)=|f(x)-f(x-a)|$$

라 하고, $L(a)=\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n h\left(\frac{k}{n}\right)$ 이라 하자.

구간 $[0, 6]$ 에서 $L(a)=\frac{3}{8}$ 을 만족하는 a 의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_m$ 이라 할 때,

$(m+1)\sum_{i=1}^m \alpha_i$ 의 값은? [4점]

- ① 120 ② 123 ③ 126 ④ 129 ⑤ 132

14. 함수 $f(x)=|\sin x|$, $g(x)=2\cos(2x)$ 에 대하여, 실수 k 에 대해 직선 $y=k$ 를 그린다. 구간 $[0, 4\pi]$ 에서 세 그래프 $y=f(x)$, $y=g(x)$, $y=k$ 가 만드는 모든 교점의 x 좌표를 $x_1, x_2, \cdots, x_n$ 이라 하자. 이웃하는 두 x 좌표의 차의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때,

$$M \leq \frac{2\pi}{3}, \ m \geq \frac{\pi}{12}$$

를 동시에 만족시키는 모든 정수 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 0 ② -1 ③ -2 ④ -3 ⑤ -4

15.

단답형

16.

17.

18.

20. 자연수 $a(a \geq 2)$ 와 양수 b 에 대하여, 함수

$$f(x) = \begin{cases} 1 - (1-x)^a & (x < 0) \\ bx & (x \geq 0) \end{cases}$$

의 역함수를 $f^{-1}(x)$ 라 할 때, 다음 조건이 성립한다.

(가) $f^{-1}(-3) - f^{-1}(0) = f^{-1}(-8) - f^{-1}(-3)$
(나) $3f^{-1}(1) + f^{-1}(-8) = 2$

$a + 4b$ 의 값을 구하시오. [4점]

19.

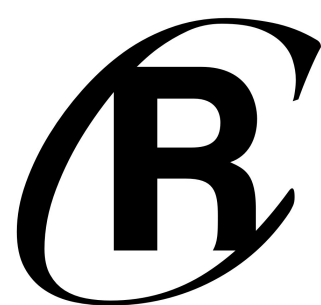
21. $2 \leq a \leq 9$ 인 자연수 a 에 대하여 방정식

$$|x| = \log_a(1 + x^3) \quad (x > -1)$$

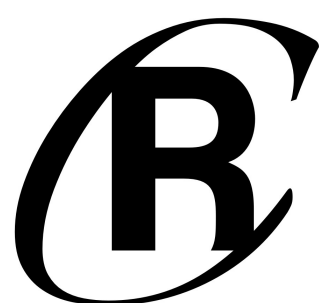
의 서로 다른 실근의 개수가 4가 되도록 하는 모든
자연수 a 의 값의 합을 구하시오. [4점]

22.

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
하시오.



총평 및 해설



총평

이번 세트는 공통 범위 안에서 절댓값, 주기, 지수·로그, 역함수, 교점 분포 등 다양한 주제를 활용해 구성되었다. 계산을 길게 끌기보다는 그래프적 직관과 구조적 파악을 요구하는 문항이 많아, 단순 연산보다 개념 이해와 발상이 성패를 좌우한다.

21번은 절댓값과 로그를 결합해 근의 개수를 따지는 문항으로, 지수와 다항 함수의 성장률을 구간별로 비교해야 한다. 기본 그래프 비교 감각이 부족하면 접근이 쉽지 않다.

20번은 조각함수의 역함수 조건을 활용한 문제로, 지역 분할과 단조성을 올바르게 파악한 후 조건식을 해석하는 과정이 핵심이다.

14번은 서로 다른 주기를 가진 삼각함수와 직선이 만들어내는 교점 분포를 다루며, 교점 자체가 아니라 교점 간격의 극값을 분석하도록 유도한다. 여러 경우의 수를 빠짐없이 점검해야 해 난도가 높다.

12번은 복잡해 보이는 제곱식을 형태 인식으로 단순화하면 해가 쉽게 드러나는 문제였다. 수능형 특유의 ‘한 줄 정리’ 포인트를 잘 보여 준다.

13번은 리만합 꼴을 이용해 주기적 함수의 평균을 구하는 문항으로, 단순 계산보다 그래프의 주기성과 면적 비율로 사고해야 한다. 이번 세트에서 가장 발상적이고 까다로운 문제다.

난이도 흐름은 비교적 평이한 12번으로 출발해, 20번에서 역함수 조건 해석을 거쳐, 21번·14번·13번으로 갈수록 난도가 상승하는 구조이다. 특히 뒤에 언급한 두 문제는 조건을 이해하는 데만도 시간이 소요되므로 실제 시험 상황에서는 전략적 시간 안배가 필수적이다.

출제진 소개

김O찬 (고3)
- 2025학년도 수능 (당시 고2) 국어 독서 영역 만점

검토진 소개

본 시험지는 신뢰도 높은 문제 구성을 위해 상위권 실력을 갖춘 수험생 검토진의 철저한 문제 검토와 수정 작업을 거쳤습니다.

안O성 (고3)
- 2025학년도 7월 교육청 수학 (미적분) 백분위 98

김O준 (고3)
- 2025학년도 7월 교육청 전과목 평균/누적 백분위 99 (수학 1등급), 6월 평가원 전과목 평균/누적 백분위 98

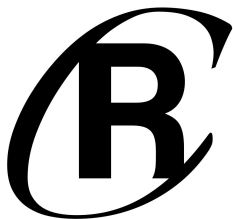
김O환 (고3)
- 2026학년도 6월 평가원 수학 (미적분) 1등급

이OO (N수)
- 2026학년도 6월 평가원 수학 (미적분) 백분위 99

이들의 실제 수험 경험과 정밀한 시각을 바탕으로, 문항의 적절성, 오류 여부, 사고 유도 흐름 등을 다각도로 검토하여, 높은 완성도를 달성하였습니다.

빠른 정답

공 12번.④ 공(+미) 13번.③ 공 14번.②
공 20번. 5 공 21번. 5



Time Goal

5 문 항 기 준

목표치	제한 시간
백분위 98 이상	25분
1등급	30분
2등급	40분
3등급 이하	X

해설

12.

함수 $f(x) = \frac{x^3+1}{3}$, $g(x) = \log_2(3x-1)$ 에 대하여

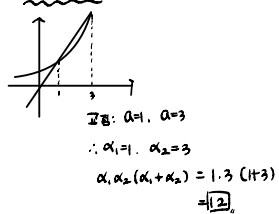
$y=f(x) \rightarrow x^3 = 3y-1 \rightarrow x = \sqrt[3]{3y-1} = g(y)$ $\therefore f(x), g(x) \Rightarrow$ 역함수 (정의역, 치역도 일치 : $f: \mathbb{R} \rightarrow (\frac{1}{3}, \infty)$
 $g: (\frac{1}{3}, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$)

$$H(x) = \underbrace{\{f(x)-a\}^2}_X + \underbrace{\{a-g(a)\}^2}_Y - \underbrace{\{f(a)-g(a)\}^2}_{X+Y} = 0 \quad H(x) = X^2 + Y^2 - (X+Y)^2 = -2XY$$

$$\therefore X(a)=0 \rightarrow XY=0 \rightarrow \{f(a)-a\} \{a-g(a)\}=0$$

by. 역함수.
 $f(a)=a \Leftrightarrow g(a)=a.$

$$f(a)=a \rightarrow \frac{2^a+1}{3}=a \rightarrow 2^a=3a-1$$



13.

1. 극한 해석

$$L(a) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n h\left(\frac{k}{n}\right)$$

은 구간 $[0,1]$ 에서의 평균값을 나타낸다.

$$\text{즉, } L(a) = \int_0^1 h(x) dx$$

2. 주기와 대칭성

$f(x)$ 는 주기가 2인 함수이므로,

$h(x) = |f(x) - f(x-a)|$ 역시 주기 2를 갖는다.
 따라서.

$L(a)$ 는 a 를 2만큼 바꿔도 변하지 않는다.

3. 평행이동 차이의 평균

구간 $[0,2]$ 에서 $f(x)$ 는 삼각형 모양

$\rightarrow$ 이동량을 $u = \min\{a, 2-a\}$ ($0 \leq u \leq 1$) 라 두면

두 그래프의 평균 절대 차는 도형적으로

$L(a) = u - \frac{u^2}{2}$ 로 정리된다.

4. 조건 적용

$$L(a) = \frac{3}{8} \text{ 일 때,}$$

$$u - \frac{u^2}{2} = \frac{3}{8} \rightarrow (u-1)^2 = \frac{1}{4}$$

$u \in [0,1]$ 이므로 $u = \frac{1}{2}$ 만 가능하다.

5. 가능한 a 구하기

$\min\{a, 2-a\} = \frac{1}{2}$ 을 만족하는 a 는

$$a = \frac{1}{2}, \frac{3}{2} \text{ (단, } 0 \leq a < 2)$$

주기 2 고려 $[0,6]$.

$$\rightarrow a = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}, \frac{11}{2}$$

6개
 $\therefore m=6.$

6. 최종 계산

등차수열의 합

$$\rightarrow \frac{(\frac{1}{2} + \frac{11}{2}) \times 6}{2} = 18$$

$$\therefore (m+1) \sum_{i=1}^m a_i = (6+1) \times 18 = \boxed{126}$$

14.

1. 공통(k와 무관) 교점 격자 만들기

세 그래프 중 $y = f(x)$ 와 $y = g(x)$ 의 교점을 먼저 본다.

$$|\sin x| = 2 \cos(2x) \iff s := |\sin x| (\geq 0) \quad s = 2(1 - 2s^2).$$

$$4s^2 + s - 2 = 0 \Rightarrow s_0 = \frac{-1 + \sqrt{33}}{8}.$$

$\alpha := \arcsin s_0$ 라 두면

$$\frac{\pi}{6} < \alpha < \frac{\pi}{4} \quad (\because s_0 \in (\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}))$$

$[0, 4\pi]$ 에서 $f = g$ 의 교점 x -좌표는

$$\alpha, \pi - \alpha, \pi + \alpha, 2\pi - \alpha, 2\pi + \alpha, 3\pi - \alpha, 3\pi + \alpha, 4\pi - \alpha.$$

이웃 간격은 두 값이 번갈아 나타난다:

$$2\alpha \quad \pi - 2\alpha.$$

또 $\alpha < \frac{\pi}{4}$ 이므로

$$2\alpha \in \left(\frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2}\right), \quad \pi - 2\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}\right).$$

즉, 기본 격자만으로도 최솟간격은 $2\alpha > \frac{\pi}{12}$, 최댓간격은 $\pi - 2\alpha < \frac{2\pi}{3}$ 를 이미 만족한다.

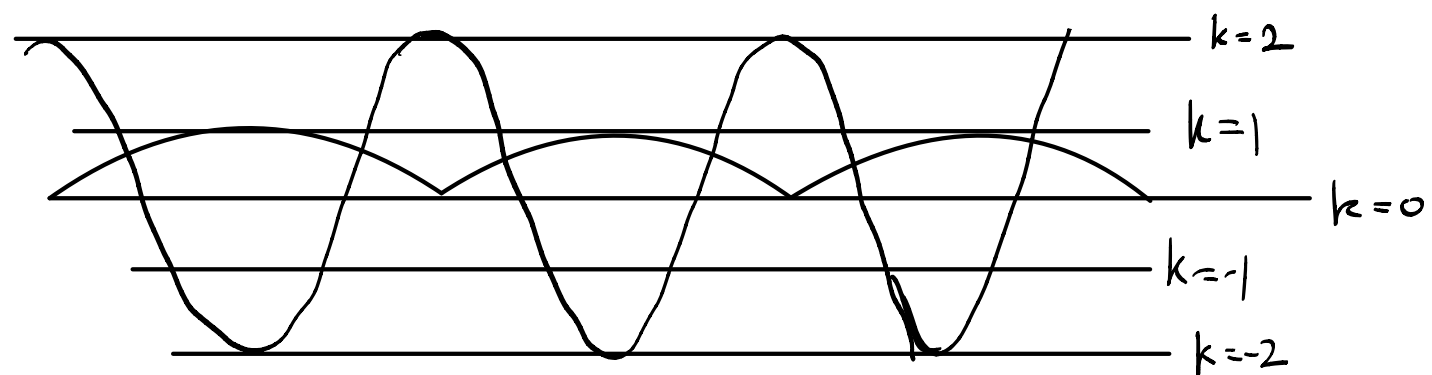
이제 직선 $y = k$ 가 만드는 추가 교점이 이 간격들을 어떻게 변하게 하는지만 확인하면 된다.

2. 정수 k별 추가 교점

정수 k의 후보는 $|\sin x| \in [0, 1], 2\cos(2x) \in [-2, 2]$ 로부터

$$k \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

$$\begin{array}{l} \vee k=2. \\ |\sin x| = 2 \text{는 해가 없고,} \\ 2\cos(2x) = 2 \rightarrow \cos(2x) = 1 \rightarrow x = n\pi \\ \text{경계구간 } 0 \rightarrow \alpha \text{와 } \pi - \alpha \rightarrow \pi \text{가 } \alpha \text{로 잘리며,} \\ m(2) = \alpha > \frac{\pi}{6} \geq \frac{\pi}{12}, \quad M(2) = \pi - 2\alpha < \frac{2\pi}{3} \quad (o) \\ \vee k=-2 \\ |\sin x| = -2 \text{는 해가 없고,} \\ 2\cos(2x) = -2 \rightarrow \cos(2x) = -1 \rightarrow x = \frac{\pi}{2} + n\pi \\ \pi - 2\alpha \Rightarrow \frac{\pi}{2} - \alpha \text{와 } \frac{\pi}{2} - \alpha \text{로 절단된다.} \\ m(-2) = \min\{2\alpha, \frac{\pi}{2} - \alpha\} \geq \frac{\pi}{4} > \frac{\pi}{12}, \quad M(-2) = \max\{2\alpha, \frac{\pi}{2} - \alpha\} < \frac{2}{3}\pi \quad (o) \\ \vee k=-1 \\ 2\cos(2x) = -1 \rightarrow x = \frac{\pi}{3} + n\pi, \frac{2\pi}{3} + n\pi \\ \alpha \text{ 근처에 } \frac{\pi}{3} \text{가 끼어 들어 가장 작은 간격은 } \frac{\pi}{3} - \alpha \\ m(-1) = \frac{\pi}{3} - \alpha > \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12} \quad (o) \\ M(-1) \leq 2\alpha < \frac{2\pi}{3} \quad \therefore -2 - 1 + 2 = \boxed{-1} \\ \vee k=0 \\ |\sin x| = 0 \rightarrow x = n\pi \\ 2\cos(2x) = 0 \rightarrow x = \frac{\pi}{4} + n\frac{\pi}{2} \\ \frac{\pi}{4} \text{가 } \alpha \text{ 근처에 들어와} \\ m(0) \leq \left|\frac{\pi}{4} - \alpha\right| < \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{12} \quad (x) \\ \vee k=1 \\ |\sin x| = 1 \rightarrow x = \frac{\pi}{2} + n\pi \\ 2\cos(2x) = 1 \rightarrow x = \frac{\pi}{6} + n\pi, \frac{5\pi}{6} + n\pi \\ \frac{\pi}{6} \text{가 } \alpha \text{ 아래에 위치하여} \\ m(1) \leq \alpha - \frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{12} \quad (x) \end{array}$$



20.

$$f(x) = \begin{cases} 1 - (1-x)^a & (x < 0) \\ bx & (x \geq 0) \end{cases}$$

✓ $x < 0$ 에서 $f(x) = 1 - (1-x)^a$ 는 증가 함수이고,
그 값은 $(-\infty, 0)$ 범위에 있다.

✓ $x \geq 0$ 에서 $f(x) = bx$ 는 증가 함수이고,

그 값은 $[0, \infty)$ 범위에 있다.

→ 실수 전체: 증가 함수. → 일대일 대응

$$(7) f^{-1}(-3) - f^{-1}(0) = f^{-1}(-8) - f^{-1}(-3)$$

$$\left. \begin{aligned} &\checkmark f^{-1}(0) = 0 \\ &\checkmark f^{-1}(-3) = 1 - 4^{\frac{1}{a}} \\ &\checkmark f^{-1}(-8) = 1 - 9^{\frac{1}{a}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow 1 - 4^{\frac{1}{a}} = (1 - 9^{\frac{1}{a}}) - (1 - 4^{\frac{1}{a}})$$

$$\Rightarrow 1 = 2 \cdot 4^{\frac{1}{a}} - 9^{\frac{1}{a}} \quad \therefore a=2$$

$$(4) 3f^{-1}(1) + f^{-1}(-8) = 2$$

$$\left. \begin{aligned} &\checkmark f^{-1}(1) = \frac{1}{b} \\ &\checkmark a=2 \rightarrow f^{-1}(-8) = 1 - \sqrt{9} = -2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3 \cdot \frac{1}{b} - 2 = 2$$

$$\frac{3}{b} = 4 \quad \therefore b = \frac{3}{4}$$

$$\therefore 2 + 4 \cdot \frac{3}{4} = \boxed{5}$$

21.

실근 개수: $N(a)$

* 기본 구조

✓ 정의역: $x \geq -1$.

✓ $x=0$: $\Rightarrow$ 해.

✓ $(-1, 0) \rightarrow (x) = -x$ (감소).

$1 + x^a(1+x^3) \rightarrow x \geq -1$ 증가.

$\Rightarrow (-1, 0)$ 해 1개 존재

$\therefore$ 양의 해의 개수: k

$\rightarrow N(a) = k+2 = 4$

$\therefore k=2$

양의 해는

$$\log_a(1+x^3) = x \Leftrightarrow 1+x^3 = a^x \quad (x \geq 0)$$

* $(a=3)$: $\Rightarrow$ 양의 해 2개
($\Rightarrow N(3)=4$)

$x=2$.

$$1+x^3 = 9 = 3^2$$

$x=0$: $3^x - (1+x^3) > 0$.

$x=3$: $27-28 = -1 < 0$

$\Rightarrow (2, 3)$ 에 또 다른 해 有

$\Rightarrow$ 양의 해 2개 $\Rightarrow N(3)=4$

* $(a=2)$: "

$x=1$.

$$1+x^3 = 2 = 2^1$$

$x=2$.

$$1+x^3 = 9 > 4 = 2^2$$

$x=10$

$$1+10^3 = 1001 < 2^{10} = 1024$$

$\Rightarrow (2, 10)$ 에 또 다른 해 有

$\Rightarrow$ 양의 해 2개 $\Rightarrow N(2)=4$.

$$\therefore 2+3 = \boxed{5}$$

* $a \geq 4 \Rightarrow x \geq 0$ 해 x

$$i) 0 \leq x \leq 2. \quad x(2+x-x^3) \geq 0 \Rightarrow 0 \leq x \leq 2.$$

$$(2^x)^2 \geq (1+x)^2 \geq 1+x^3$$

$$2^x \geq 1+x$$

$$\therefore a \geq 4 \Rightarrow a^x \geq 4^x \geq 1+x^3.$$

$\Rightarrow x \geq 0$ 해 x

$$ii) 2 \leq x \leq 4$$

$$Q(x) = \frac{4^x}{1+x^3}$$

$$\frac{Q(n+1)}{Q(n)} = \frac{4^{n+1}}{1+(n+1)^3} \cdot \frac{1+n^3}{4^n} = 4 \cdot \frac{1+n^3}{1+n^3+3n^2+3n+1}$$

$$n \geq 2$$

$$\rightarrow 4 \cdot \frac{1+n^3}{1+n^3+3n^2+3n+1} \geq 4 \cdot \frac{n^3}{n^3(1+\frac{3}{n}+\frac{3}{n^2}+\frac{1}{n^3})} \geq 4 \cdot \frac{1}{1+\frac{3}{2}+\frac{3}{4}+\frac{1}{8}}$$

$$\geq \frac{7}{2} > 1$$

$\Rightarrow Q(n) : n \geq 2$ 단조증가.

$$Q(2) = \frac{16}{9} > 1 \Rightarrow Q(x) > 1 \quad (n \geq 2)$$

$$\therefore a \geq 4 \Rightarrow a^x \geq 4^x > 1+x^3.$$

$\Rightarrow$ 해 x

