

2022학년도 사관학교 1차 선발 시험

수학 영역

성명		수험 번호																	
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.
- 미적**
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

- ※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.
- **공통과목** 1~8쪽
 - **선택과목**
 - **미적분** 9~12쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sum_{k=1}^9 k(2k+1)$ 의 값은? [2점]

- ① 600 ② 605 ③ 610 ④ 615 ⑤ 620

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x + a}{x - 2} = b$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3 = 1, \quad \frac{a_4 + a_5}{a_2 + a_3} = 4$$

일 때, a_9 의 값은? [3점]

- ① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

4. 다항함수 $f(x)$ 의 도함수 $f'(x)$ 가

$$f'(x) = 4x^3 + ax$$

이고 $f(0) = -2, f(1) = 1$ 일 때, $f(2)$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [3점]

- ① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

5. $\sqrt[3]{64} \times \sqrt[3]{81}$ 의 값이 자연수가 되도록 하는 2 이상의 자연수 m, n 의 모든 순서쌍 (m, n) 의 개수는? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

7. 함수 $f(x) = \cos^2 x - 4\cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) + 3$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

6. 함수 $f(x) = x^3 - 4x^2 + ax + 6$ 에 대하여

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) - f(2)}{h \times f(h)} = 1$$

일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

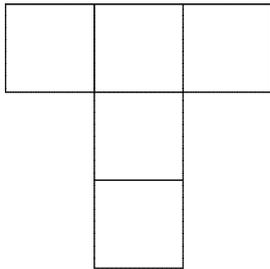
8. 양의 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 5a & (x < a) \\ -2x + 4 & (x \geq a) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $f(-x)f(x)$ 가 $x=a$ 에서 연속이 되도록 하는 모든 a 의 값의 합은? [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

9. 그림과 같은 5개의 칸에 5개의 수 $\log_a 2, \log_a 4, \log_a 8, \log_a 32, \log_a 128$ 을 한 칸에 하나씩 적는다. 가로로 나열된 3개의 칸에 적힌 세 수의 합과 세로로 나열된 3개의 칸에 적힌 세 수의 합이 15로 서로 같을 때, a 의 값은? [4점]



- ① $2^{\frac{1}{3}}$ ② $2^{\frac{2}{3}}$ ③ 2 ④ $2^{\frac{4}{3}}$ ⑤ $2^{\frac{5}{3}}$

10. 시각 $t=0$ 일 때 동시에 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도가 각각

$$v_1(t) = 3t^2 - 6t, \quad v_2(t) = 2t$$

이다. 두 점 P, Q가 시각 $t=a(a > 0)$ 에서 만날 때, 시각 $t=0$ 에서 $t=a$ 까지 점 P가 움직인 거리는? [4점]

- ① 22 ② 24 ③ 26 ④ 28 ⑤ 30

11. 첫째항이 1인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 있다. 모든 자연수 n 에 대하여

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k, \quad T_n = \sum_{k=1}^n (-1)^k a_k$$

라 하자. $\frac{S_{10}}{T_{10}} = 6$ 일 때, T_{37} 의 값은? [4점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

12. 닫힌구간 $[-1, 3]$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 6x^2 + 5 & (-1 \leq x \leq 1) \\ x^2 - 4x + a & (1 < x \leq 3) \end{cases}$$

의 최댓값과 최솟값의 합이 0일 때, $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ 의 값은?

(단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① -5 ② $-\frac{9}{2}$ ③ -4 ④ $-\frac{7}{2}$ ⑤ -3

13. $a > 1$ 인 실수 a 에 대하여 좌표평면에 두 곡선

$$y = a^x, y = |a^{-x-1} - 1|$$

이 있다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 곡선 $y = |a^{-x-1} - 1|$ 은 점 $(-1, 0)$ 을 지난다.
- ㄴ. $a = 4$ 이면 두 곡선의 교점의 개수는 2이다.
- ㄷ. $a > 4$ 이면 두 곡선의 모든 교점의 x 좌표의 합은 -2 보다 크다.

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

14. 함수 $f(x) = x^3 - x$ 와 상수 $a (a > -1)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 두 점 $(-1, f(-1)), (a, f(a))$ 를 지나는 직선을 $y = g(x)$ 라 하자. 함수

$$f(x) = \begin{cases} f(x) & (x < -1) \\ g(x) & (-1 \leq x \leq a) \\ f(x-m)+n & (x > a) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
- (나) 함수 $h(x)$ 는 일대일대응이다.

$m+n$ 의 값은? (단, m, n 은 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

15. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_1 의 최솟값을 m 이라 하자.

(가) 수열 $\{a_n\}$ 의 모든 항은 정수이다.

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{2n} = a_3 \times a_n + 1, \quad a_{2n+1} = 2a_n - a_2$$

이다.

$a_1 = m$ 인 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_9 의 값은? [4점]

- ① -53 ② -51 ③ -49 ④ -47 ⑤ -45

단답형

16. 함수 $f(x) = (x+3)(x^3+x)$ 의 $x=1$ 에서의 미분계수를 구하시오. [3점]

17. $0 \leq x < 8$ 일 때, 방정식 $\sin \frac{\pi x}{2} = \frac{3}{4}$ 의 모든 해의 합을 구하시오. [3점]

18. 모든 양의 실수 x 에 대하여 부등식

$$x^3 - 5x^2 + 3x + n \geq 0$$

이 항상 성립하도록 하는 자연수 n 의 최솟값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x) = \log_2 kx$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 직선

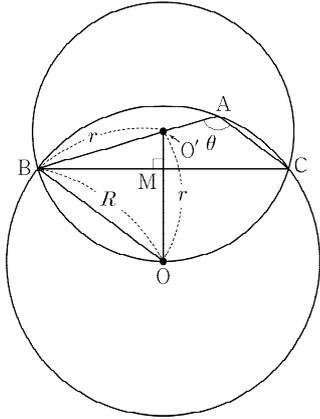
$y = x$ 가 두 점 A, B에서 만나고 $\overline{OA} = \overline{AB}$ 이다. 함수 $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, $g(5)$ 의 값을 구하시오. (단, k 는 0이 아닌 상수이고, O는 원점이다.) [3점]

20. 양의 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{a}x^2 & (-a \leq x \leq a) \\ 3a & (x < -a \text{ 또는 } x > a) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 x 축 및 두 직선 $x = -3$, $x = 3$ 으로 둘러싸인 부분의 넓이가 8이 되도록 하는 모든 a 의 값의 합은 S 이다. $40S$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. $\angle BAC = \theta$ ($\frac{2}{3}\pi \leq \theta < \frac{3}{4}\pi$)인 삼각형 ABC의 외접원의 중심을 O, 세 점 B, O, C를 지나는 원의 중심을 O'이라 하자. 다음은 점 O'이 선분 AB 위에 있을 때, $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}}$ 의 값을 θ 에 대한 식으로 나타내는 과정이다.



삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R라 하면 사인법칙에 의하여

$$\frac{\overline{BC}}{\sin \theta} = 2R$$

세 점 B, O, C를 지나는 원의 반지름의 길이를 r라 하자. 선분 O'O는 선분 BC를 수직이등분하므로 이 두 선분의 교점을 M이라 하면

$$\overline{O'M} = r - \overline{OM} = r - |R \cos \theta|$$

직각삼각형 O'BM에서

$$R = \boxed{\text{가}} \times r$$

이므로

$$\sin(\angle OBM) = \boxed{\text{나}}$$

따라서 삼각형 ABC에서 사인법칙에 의하여

$$\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \boxed{\text{다}}$$

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(\theta)$, $g(\theta)$, $h(\theta)$ 라 하자. $\cos \alpha = -\frac{3}{5}$, $\cos \beta = -\frac{\sqrt{10}}{5}$ 인 α, β 에 대하여

$$f(\alpha) + g(\beta) + \left\{ h\left(\frac{2}{3}\pi\right) \right\}^2 = \frac{q}{p}$$

이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

22. 일차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \int_0^x (x-2)f(s)ds$$

라 하자. 실수 t 에 대하여 직선 $y=tx$ 와 곡선 $y=g(x)$ 가 만나는 점의 개수를 $h(t)$ 라 할 때, 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $g(x)$ 에 대하여 $g(4)$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

$g(k)=0$ 을 만족시키는 모든 실수 k 에 대하여 함수 $h(t)$ 는 $t=-k$ 에서 불연속이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{an^2 + bn} - \sqrt{2n^2 + 1}) = 1$ 일 때, ab 의 값은?
 (단, a, b 는 상수이다.) [2점]
- ① $\sqrt{2}$ ② 2 ③ $2\sqrt{2}$ ④ 4 ⑤ $4\sqrt{2}$

24. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{1}{n+3k}$ 의 값은? [3점]
- ① $\frac{1}{3} \ln 2$ ② $\frac{2}{3} \ln 2$ ③ $\ln 2$ ④ $\frac{4}{3} \ln 2$ ⑤ $\frac{5}{3} \ln 2$

25. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = e^t \cos(\sqrt{3}t) - 1, \quad y = e^t \sin(\sqrt{3}t) + 1 \quad (0 \leq t \leq \ln 7)$$

의 길이는? [3점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

26. 그림과 같이 $\overline{AB_1} = 2, \overline{AD_1} = \sqrt{5}$ 인 직각사각형

$AB_1C_1D_1$ 이 있다. 중심이 A이고 반지름의 길이가 $\overline{AD_1}$ 인 원과 선분 B_1C_1 의 교점을 E_1 , 중심이 C_1 이고 반지름의 길이가 $\overline{C_1D_1}$ 인 원과 선분 B_1C_1 의 교점을 F_1 이라 하자.

호 D_1F_1 과 두 선분 D_1E_1, F_1E_1 로 둘러싸인 부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 선분 AB_1 위의 점 B_2 , 호 D_1F_1 위의 점 C_2 , 선분 AD_1 위의 점 D_2 와 점 A를 꼭짓점으로 하고

$\overline{AB_2} : \overline{AD_2} = 2 : \sqrt{5}$ 인 직사각형 $AB_2C_2D_2$ 를 그린다.

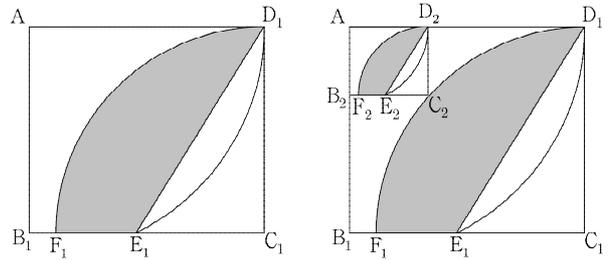
중심이 A이고 반지름의 길이가 $\overline{AD_2}$ 인 원과 선분 B_2C_2 의 교점을 E_2 , 중심이 C_2 이고 반지름의 길이가 $\overline{C_2D_2}$ 인 원과 선분 B_2C_2 의 교점을 F_2 라 하자.

호 D_2F_2 와 두 선분 D_2E_2, F_2E_2 로 둘러싸인 부분에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에

색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은?

[3점]



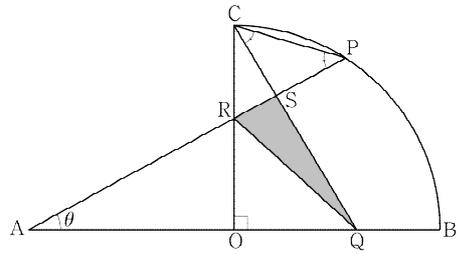
- ① $\frac{8\pi + 8 - 8\sqrt{5}}{7}$ ② $\frac{8\pi + 8 - 7\sqrt{5}}{7}$ ③ $\frac{9\pi + 9 - 9\sqrt{5}}{8}$
 ④ $\frac{9\pi + 9 - 8\sqrt{5}}{8}$ ⑤ $\frac{10\pi + 10 - 10\sqrt{5}}{9}$

27. 양의 실수 t 에 대하여 곡선 $y = \ln(2x^2 + 2x + 1)$ ($x > 0$)과 직선 $y = t$ 가 만나는 점의 x 좌표를 $f(t)$ 라 할 때, $f'(2\ln 5)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{25}{14}$ ② $\frac{13}{7}$ ③ $\frac{27}{14}$ ④ 2 ⑤ $\frac{29}{14}$

28. 그림과 같이 길이가 4인 선분 AB의 중점 O에 대하여 선분 OB를 반지름으로 하는 사분원 OBC가 있다. 호 BC위를 움직이는 점 P에 대하여 선분 OB 위의 점 Q가 $\angle APC = \angle PCQ$ 를 만족시킨다. 선분 AP가 두 선분 CO, CQ와 만나는 점을 각각 R, S라 하자. $\angle PAB = \theta$ 일 때, 삼각형 RQS의 넓이를 $S(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \frac{S(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은?

(단, $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ 이다.) [4점]



- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ 2 ⑤ 4

단답형

29. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $-1 \leq x \leq 1$ 에서 $f(x) < 0$ 이다.

(나) $\int_{-1}^0 |f(x)\sin x| dx = 2, \int_0^1 |f(x)\sin x| dx = 3$

함수 $g(x) = \int_{-1}^x |f(t)\sin t| dt$ 에 대하여

$\int_{-1}^1 f(-x)g(-x)\sin x dx = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (0 \leq x \leq 2) \\ \frac{f(x)}{x-1} & (x < 0 \text{ 또는 } x > 2) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이고, $g(2) \neq 0$ 이다.

(나) 함수 $g(x)$ 가 $x=a$ 에서 미분가능하지 않은 실수 a 의 개수는 1이다.

(다) $g(k) = 0, g'(k) = \frac{16}{3}$ 인 실수 k 가 존재한다.

함수 $g(x)$ 의 극솟값이 p 일 때, p^2 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.