제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $4^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{2}}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^2 - x + 1$에 대하여 $\lim_{h \to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{7} a_k = 8$일 때, $\sum_{k=1}^{7} (2a_k + 1)$의 값은? [3점]

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + a & (x < 3) \\ 5x - a & (x \geq 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

5. $\int_0^2 (6x^2-2x+1)\,dx$의 값은? [3점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

6. 두 양수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=a\cos bx+1$의 최댓값이 8이고 주기가 π일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① $\frac{15}{2}$ ② 8 ③ $\frac{17}{2}$ ④ 9 ⑤ $\frac{19}{2}$

7. 다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=5x^2+xf(x)$$

라 하자. $f(3)=2$, $f'(3)=1$일 때, $g'(3)$의 값은? [3점]

① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

8. $\sin(\pi-\theta)>0$이고 $2\cos\theta=\sin\theta$일 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{10}$ ③ 0
④ $\frac{\sqrt{5}}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

9. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n}=a_n-1$
(나) $a_{2n+1}=2a_n+1$

$a_{20}=1$일 때, $\sum_{n=1}^{63}a_n$의 값은? [4점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

10. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

$n-1\le x<n$일 때, $|f(x)|=|6(x-n+1)(x-n)|$이다.
(단, n은 자연수이다.)

열린구간 $(0,4)$에서 정의된 함수

$$g(x)=\int_0^x f(t)\,dt-\int_x^4 f(t)\,dt$$

가 $x=2$에서 최솟값 0을 가질 때, $\int_{\frac{1}{2}}^{4}f(x)\,dx$의 값은? [4점]

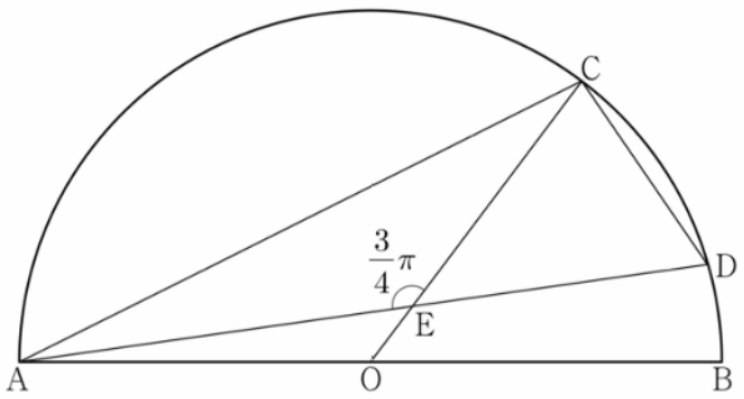
① $-\frac{3}{2}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ $\frac{5}{2}$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

11. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 두 점 C, D가 있다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 두 선분 AD, CO가 점 E에서 만나고,

$$\overline{CE}=4,\quad \overline{ED}=3\sqrt{2},\quad \angle CEA=\frac{3}{4}\pi$$

이다. $\overline{AC}\times\overline{CD}$의 값은? [4점]



① $6\sqrt{10}$ ② $10\sqrt{5}$ ③ $16\sqrt{2}$
④ $12\sqrt{5}$ ⑤ $20\sqrt{2}$

12. 다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x)=\begin{cases} x & (x<-1 \text{ 또는 } x>1) \\ f(x) & (-1\le x\le 1) \end{cases}$$

함수 $h(x)=\lim_{t\to 0+} g(x+t)\times\lim_{t\to 2+} g(x+t)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. $h(1)=3$

ㄴ. 함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $g(x)$가 닫힌구간 $[-1,1]$에서 감소하고 $g(-1)=-2$이면 함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 최솟값을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

13. 두 실수 a, b에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} -\frac{1}{3}x^3-ax^2-bx & (x<0) \\ \frac{1}{3}x^3+ax^2-bx & (x\geq 0) \end{cases}$$

이 구간 $(-\infty, -1]$에서 감소하고 구간 $[-1, \infty)$에서 증가할 때, $a+b$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M-m$의 값은? [4점]

① $\frac{3}{2}+3\sqrt{2}$ ② $3+3\sqrt{2}$ ③ $\frac{9}{2}+3\sqrt{2}$
④ $6+3\sqrt{2}$ ⑤ $\frac{15}{2}+3\sqrt{2}$

14. 닫힌구간 $[-2\pi, 2\pi]$에서 정의된 두 함수

$$f(x)=\sin kx+2,\ g(x)=3\cos 12x$$

에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 k의 개수는?

> 실수 a가 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 교점의 y좌표이면
> $\{x|f(x)=a\}\subset\{x|g(x)=a\}$
> 이다.

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

15. $2 \le k < 500$인 자연수 k에 대하여 네 자연수 a, b, c, d가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) a, b, c, d는 2이상 k이하이다.
(나) $a^{\frac{1}{b}} \times c^{\frac{1}{d}} = 24^{\frac{1}{5}}$

모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수가 59가 되도록 하는 k의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M+m$의 값을 구하시오. [4점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

단답형

16. 방정식 $\log_5(x+1) + \log_5(x-1) = \log_{25} 9$를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x) = 3x^2 + 4x$이고 $f(0) = 3$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

18. $\sum_{k=1}^{6}(k^2+2k)$의 값을 구하시오. [3점]

19. 상수 a에 대하여 함수 $f(x)=3x^3-9x^2+a$의 극댓값이 20일 때, 함수 $f(x)$의 극솟값을 구하시오. [3점]

20. 곡선 $y=\left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}$과 직선 $y=x$가 만나는 점의 x좌표를 k라 하자. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

$x>k$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=\left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}$이고 $f(f(x))=3x$이다.

$f\left(\frac{1}{k^3\times 5^{3k}}\right)$의 값을 구하시오. [4점]

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

21. $k>1$인 실수 k에 대하여 두 곡선

$$y=2^x+\frac{k}{2},\quad y=k\times\left(\frac{1}{2}\right)^x+k-2$$

가 만나는 점을 A라 하고, 점 A를 지나고 기울기가 -1인 직선이 곡선 $y=2^{x-2}-3$과 만나는 점을 B라 하자.

삼각형 AOB의 넓이가 16일 때, $k+\log_2 k=\frac{q}{p}$이다.

$p+q$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

22. 두 양수 a, $b(b>3)$과 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases}(x+3)f(x) & (x<0)\\ (x+a)f(x-b) & (x\geq 0)\end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킬 때, $g(4)$의 값을 구하시오. [4점]

$\lim_{x\to -3}\frac{\sqrt{|g(x)|+\{g(t)\}^2}-|g(t)|}{(x+3)^2}$의 값이 존재하지 않는 실수 t의 값은 -3과 6뿐이다.

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(확률과 통계)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n\to\infty}\frac{4\times 3^{n+1}}{2^n+3^n}$ 의 값은? [2점]

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

24. 곡선 $3x+y+\cos(xy)=2$ 위의 점 $(0,1)$에서의 접선의 x 절편은? [3점]

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

25. 양수 a에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a-3n}{n}+\frac{an+6}{n+a}\right)$이 실수 S에 수렴할 때, $a+S$의 값은? [3점]

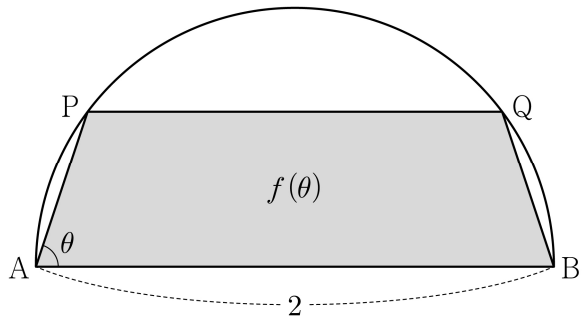
① 7 ② $\frac{15}{2}$ ③ 8 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ 9

26. 함수 $f(x)=e^{3x}-3e^{2x}+4e^{x}$의 역함수를 $g(x)$라 하자. $g'(a)=\frac{1}{8}$이 되도록 하는 실수 a에 대하여 $a+f'(g(a))$의 값은? [3점]

① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

27. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위의 점 P에 대하여 $\angle BAP=\theta\left(\frac{\pi}{4}<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$라 하고, 점 P를 지나고 선분 AB에 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. 사각형 ABQP의 넓이를 $f(\theta)$라 하고, $\overline{AP}:\overline{BP}=1:3$이 되도록 하는 θ의 값을 a라 할 때, $f'(a)$의 값은? [3점]



① $-\frac{64}{25}$ ② $-\frac{59}{25}$ ③ $-\frac{54}{25}$
④ $-\frac{49}{25}$ ⑤ $-\frac{44}{25}$

28. 열린 구간 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases}2\sin^3 x & \left(-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{4}\right)\\ \cos x & \left(\frac{\pi}{4}\le x<\frac{3\pi}{2}\right)\end{cases}$$

가 있다. 실수 t에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 k의 개수를 $g(t)$라 하자.

(가) $-\frac{\pi}{2}<k<\frac{3\pi}{2}$

(나) 함수 $\sqrt{|f(x)-t|}$는 $x=k$에서 미분가능하지 않다.

함수 $g(t)$에 대하여 합성함수 $(h\circ g)(t)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $h(x)$가 있다. $g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=a$, $g(0)=b$, $g(-1)=c$라 할 때, $h(a+5)-h(b+3)+c$의 값은? [4점]

① 96 ② 97 ③ 98 ④ 99 ⑤ 100

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

단답형

29. 함수 $f(x)=\pi\sin 2\pi x$에 대하여 정의역이 실수 전체의 집합이고 치역이 집합 $\{0, 1\}$인 함수 $g(x)$와 자연수 n이 다음 조건을 만족시킬 때, n의 값은? [4점]

함수 $h(x)=f(nx)g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이고

$$\int_{-1}^{1} h(x)\,dx=2,\quad \int_{-1}^{1} xh(x)\,dx=-\frac{1}{32}$$

이다.

30. $x>a$에서 정의된 함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 -1인 사차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.
(단, a는 상수이다.)

(가) $x>a$인 모든 실수 x에 대하여 $(x-a)f(x)=g(x)$이다.
(나) 서로 다른 두 실수 α, β에 대하여 함수 $f(x)$는 $x=\alpha$와 $x=\beta$에서 동일한 극댓값 M을 갖는다. (단, $M>0$)
(다) 함수 $f(x)$가 극대 또는 극소가 되는 x의 개수는 함수 $g(x)$가 극대 또는 극소가 되는 x의 개수보다 많다.

$\beta-\alpha=6\sqrt{3}$일 때, M의 최솟값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(기하)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 두 벡터 $\vec{a}=(2, 6)$, $\vec{b}=(k, -6)$에 대하여 $\vec{a}+\vec{b}$의 모든 성분의 합이 4일 때, k의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 포물선 $y^2=12x$ 위의 점 $(3, 6)$에서의 접선이 점 $(1, a)$를 지날 때, a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

25. 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(4, 0)$, $\mathrm{B}(2, -4)$에 대하여 점 A를 지나고 법선벡터가 $\overrightarrow{\mathrm{AB}}$인 직선의 y절편은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

26. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$의 한 점근선의 방정식이 $y=\frac{1}{2}x$이다. 쌍곡선이 직선 $y=1$과 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하자. 쌍곡선 위의 점 P에서의 접선과 쌍곡선 위의 점 Q에서의 접선이 서로 수직일 때, a^2+b^2의 값은? (단, a, b는 양수이다.) [3점]

① 15 ② $\frac{35}{2}$ ③ 20 ④ $\frac{45}{2}$ ⑤ 25

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

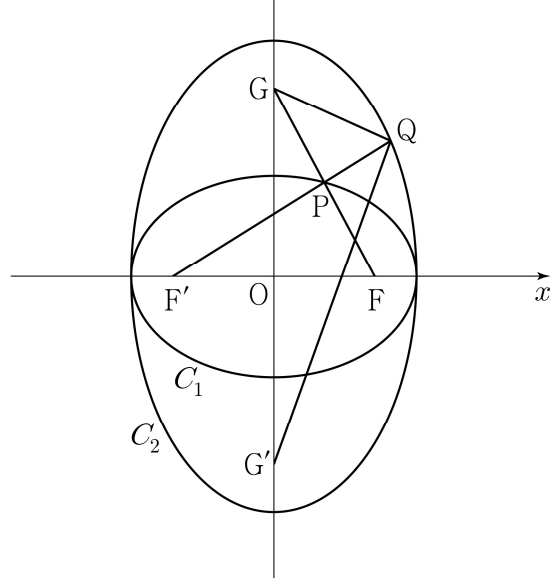
27. 삼각형 OAB에 대하여 $\overrightarrow{OA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{b}$라 하자.

$$|\vec{a}+\vec{b}|=6,\ |2\vec{a}-\vec{b}|=9,\ (\vec{a}+\vec{b})\cdot(\vec{a}-\vec{b})=0$$

일 때, 삼각형 OAB의 넓이는? [3점]

① $4\sqrt{2}$ ② $5\sqrt{2}$ ③ $6\sqrt{2}$ ④ $7\sqrt{2}$ ⑤ $8\sqrt{2}$

28. 그림과 같이 두 점 $\mathrm{F}(c,0)$, $\mathrm{F}'(-c,0)\,(c>0)$을 초점으로 하는 타원 $C_1 : \dfrac{x^2}{a^2}+y^2=1$과 두 점 $\mathrm{G}(0,d)$, $\mathrm{G}'(0,-d)(d>1)$을 초점으로 하고 타원 C_1의 두 꼭짓점을 지나는 타원 C_2가 있다. 직선 FG가 타원 C_1과 제1사분면에서 만나는 점을 P라 하고, 직선 F′P가 타원 C_2와 제1사분면에서 만나는 점을 Q라 하자. $\overline{GP}=\overline{PF}$이고 $\overline{GP}+\overline{PF'}=2\sqrt{2}$일 때, $\overline{QG}+\overline{QG'}$의 값은? (단, a는 양수이다.) [4점]

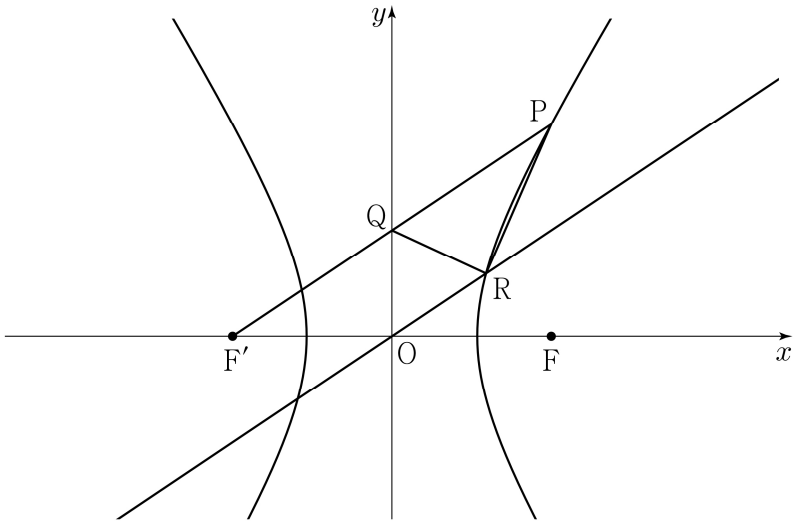


① $\sqrt{19}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{21}$ ④ $\sqrt{22}$ ⑤ $\sqrt{23}$

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

단답형

29. 그림과 같이 두 점 $\mathrm{F}(c, 0)$, $\mathrm{F}'(-c, 0)\,(c>0)$을 초점으로 하는 쌍곡선이 있다. 이 쌍곡선 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P에 대하여 선분 F′P가 y축과 만나는 점을 Q라 하고, 원점 O를 지나고 선분 F′P와 평행한 직선이 이 쌍곡선과 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 R이라 하자.
$\overline{\mathrm{F}'\mathrm{Q}}=\overline{\mathrm{QP}}$, $\overline{\mathrm{OQ}}=2$이고 삼각형 PQR의 넓이가 3일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는 $p+q\sqrt{13}$이다.
p^2+q^2의 값을 구하시오. (단, p와 q는 유리수이다.) [4점]



30. 좌표평면에 $\overline{\mathrm{AB}}=6$, $\overline{\mathrm{AD}}=8$인 직사각형 ABCD와 $2\overrightarrow{\mathrm{BE}}=3\overrightarrow{\mathrm{BC}}-\overrightarrow{\mathrm{BA}}$를 만족시키는 점 E가 있다. 선분 BC 위를 움직이는 점 P에 대하여 점 Q가

$$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\cdot(\overrightarrow{\mathrm{PQ}}-\overrightarrow{\mathrm{AB}})=0$$

을 만족시킬 때, $\overrightarrow{\mathrm{AE}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$의 최솟값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.