

1.

$$x^2 - 2xy + 2y^2 = 5$$

에서 양변을 미분하면

$$2x - 2x \frac{dy}{dx} - 2y + 4y \frac{dy}{dx} = 0$$

여기서 양변을 2로 나누고, $\frac{dy}{dx} = m$ 을 대입하면

$$x - mx - y + 2my = 0$$

$$y = \frac{m-1}{2m-1}x$$

여기서 $\frac{m-1}{2m-1} = t$ 로 치환하면

$$y = tx$$

$$x^2 - 2tx^2 + 2t^2x^2 = 5$$

$$x^2(2t^2 - 2t + 1) = 5$$

이 이차방정식의 두 근의 합이 0이라는 사실을 아는 것이 중요하다. 이 사실이 계산을 확 줄여준다.

따라서 이차방정식의 두 근은 $-\alpha$, α 이다.

두 점 $(-\alpha, -t\alpha)$, $(\alpha, t\alpha)$ 은 원점 대칭이므로

두 점 $(0, 0)$, $(\alpha, t\alpha)$ 사이의 거리는 $\frac{\sqrt{10}}{2}$ 이다.

$$\sqrt{\alpha^2 + t^2\alpha^2} = \frac{\sqrt{10}}{2} \quad \rightarrow \quad \alpha^2(1+t^2) = \frac{5}{2}$$

$$\alpha^2 = \frac{5}{2t^2 - 2t + 1} \text{을 이용하면}$$

$$\frac{5(t^2 + 1)}{2t^2 - 2t + 1} = \frac{5}{2} \quad \rightarrow \quad 2t^2 + 2 = 2t^2 - 2t + 1 \quad \rightarrow \quad t = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{m-1}{2m-1} = -\frac{1}{2} \quad \rightarrow \quad \therefore m = \frac{3}{4} \quad \text{답: ④번}$$

[출제 POINT]

1. 복잡한 식(분수 식, 항이 많은 식, 무리식 등 등)이 나오면
치환을 통하여 간단히 하자!
2. 무지성 계산을 할 것이 아닌 이차방정식의 근과 계수와의 관계를
적극적으로 활용하자!