제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\left(\dfrac{\sqrt[6]{27}}{\sqrt[3]{81}}\right)^{-\frac{3}{5}}$ 의 값은? [2점]

① $\dfrac{1}{3}$ ② $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ③ 1 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 3

$\dfrac{3^{\frac{3}{6}}}{3^{\frac{4}{3}}}$ $3^{\frac{1}{2}-\frac{4}{3}}$ $3^{-\frac{5}{6}}\left(-\frac{3}{5}\right)$

$3^{\frac{3}{6}-\frac{8}{6}}$

2. 함수 $f(x)=x^5+3x^4+x+2$에 대하여 $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

① 18 ② 19 ③ 20 ④ 21 ⑤ 22

$5x^4+12x^3+1$

3. 등비수열 $\{a_n\}$이 $r=\frac{2}{3}$

$$a_1+a_3=13, \qquad a_2+a_4=\frac{26}{3}$$

을 만족시킬 때, a_5의 값은? [3점]

① $\dfrac{4}{3}$ ② $\dfrac{14}{9}$ ③ $\dfrac{16}{9}$ ④ 2 ⑤ $\dfrac{20}{9}$

9 6 4 $\frac{8}{3}$ $\frac{16}{9}$

4. 함수

$$f(x)=\begin{cases} 4x+a & (x<a) \\ 3x+1 & (x\ge a) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① $\dfrac{1}{2}$ ② 1 ③ $\dfrac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\dfrac{5}{2}$

$4a+a=3a+1$

$2a=1$

5. 함수 $f(x)=(x^2-1)(x^2+x+2)$에 대하여 $f'(2)$의 값은? [3점]

① 31 ② 35 ③ 39 ④ 43 ⑤ 47

$2x(x^2+x+2)+(x^2-1)(2x+1)$

$4\cdot(4+2+2)$

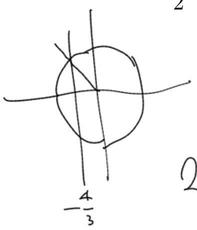
$32+3\cdot5$

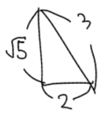
15

6. 좌표평면에서 각 θ를 나타내는 동경이 원 $x^2+y^2=4$와 만나는 점을 P라 하자. 점 P의 x좌표가 $-\frac{4}{3}$이고 $\sin(\pi-\theta)<0$일 때, $\tan\theta$의 값은? (단, $0<\theta<2\pi$) [3점]

$-\sin<0$ $\sin>0$

① $-\sqrt{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\sqrt{5}$





$2\cos=-\frac{4}{3}$

7. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_0^x f(t)\,dt=x^3+x\underbrace{\int_0^2 f(t)\,dt}_{=A}$$

$3x^2-8$

$12-6$

를 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? [3점]

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$f(x)=3x^2+A$

$-8=A$

$A=\int_0^2 3x^2+A$

$x^3+Ax\Big]_0^2=8+2A$

8. 1이 아닌 세 양수 a, b, c에 대하여

$$\log_a b : \log_b c : \log_c a = \cancel{1} : \cancel{3} : \cancel{9}\ k : 3k : 9k$$

$\log_c a = 3$

일 때, $\log_{a^2} b + \log_a c^3$의 값은? [3점]

$\frac{1}{2}$

$\frac{2}{3} + 1$

$2(\log_a b) + 3(\log_a c)$ $\frac{1}{3}$

① $\frac{2}{3}$ ② 1 $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ 2

$b = a^k$

$c = b^{3k} = a^{3k^2}$ $k = \frac{1}{3}$

$a = c^{9k} = a^{27k^3}$

9. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여

$$\int_0^1 f(x)\,dx = \int_0^1 (1-x)f'(x)\,dx,$$
$$\int_0^2 f(x)\,dx = \int_0^2 (1-x)f'(x)\,dx$$

일 때, $f(5)$의 값은? [4점]

① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

$\int_0^1 f(x) + xf'(x) = \int_0^1 f' = f(1) - f(0)$

$\int_0^2 f(x) + xf'(x) = \int_0^2 f' = f(2) - f(0)$

$xf(x)\Big]_0^1 = f(1) = f(1) - \underset{0}{f(0)}$

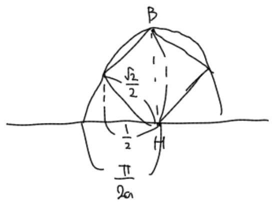
$xf(x)\Big]_0^2 = \underset{0}{2f(2)} = f(2) - \underset{0}{f(0)}$

$x(x-2)$

$5 \cdot 3$

10. 상수 $a(a>0)$에 대하여 곡선 $y = \sin ax\left(0 \le x \le \frac{\pi}{a}\right)$ 위의 세 점 A, B, C가 있다. 점 B에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하자. 사각형 ABCH가 정사각형일 때, a의 값은?
(단, (점 A의 x좌표)<(점 B의 x좌표)<(점 C의 x좌표)) [4점]

① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{3}$ ③ $\frac{\pi}{2}$ ④ $\frac{2\pi}{3}$ ⑤ π



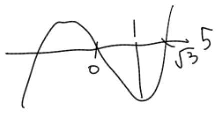
$a\left(\frac{\pi}{2a} - \frac{1}{2}\right) = \cancel{\frac{\pi}{4}}\ \frac{\pi}{6}$

$\frac{\pi}{2} - \frac{a}{2} = \frac{\pi}{\cancel{4}\ 6}$

$\frac{1}{3}\ \cancel{\frac{1}{4}}\pi = \frac{a}{2}$

$a = \cancel{\frac{\pi}{2}}\ \frac{2\pi}{3}$

$2t(t^2-3)$



$2t^3-6t+5$

11. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t(t \geq 0)$에서의 위치를 각각 x_1, x_2라 하면,

$$x_1 = t^3 + t^2 - 3t + 6, \quad x_2 = -t^3 + t^2 + 3t + 1$$

$t=1$

이다. 두 점 P, Q 사이의 거리가 최소가 되는 순간 두 점 P, Q의 가속도를 각각 p, q라 할 때, $p \times q$의 값은? [4점]

① -16 ② -20 ③ -24 ④ -28 ⑤ -32

$v_1 = 3t^2+2t-3$ $v_2 = -3t^2+2t+3$

$a_1 = 6t+2$ $a_2 = -6t+2$

8 -4

12. 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{n=1}^{5}\left(\frac{a_{n+2}+|a_n|}{2}\right)=19$$

일 때, a_8의 값은? [4점]

① 12 ② $\frac{25}{2}$ ③ 13 ④ $\frac{27}{2}$ ⑤ 14

6

$\frac{a_{n+2}-a_n}{2}=3$ $\frac{a_{n+2}+a_n}{2}=a_{n+1}$

a_5만 양수

i) $3+3+3+3+7$ (x)

$7 = a_6$

a_4: 1 4 7 (x)

$3+3+3+3.5+6.5$ (o) a_4, a_5 양수

$3.5 = a_5$, $6.5 = a_6$

$3.5+9$

12.5

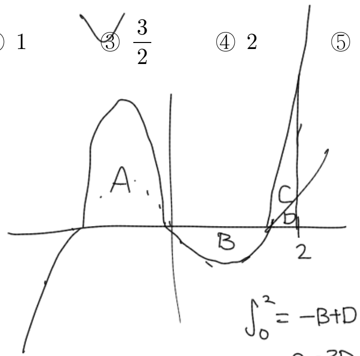
13. 함수 $f(x)=x^3-kx\ (0<k<4)$에 대하여
곡선 $y=2f(x)+|f(x)|$와 x축으로 둘러싸인 두 영역 중
x좌표가 음수인 영역을 A, 양수인 영역을 B라 하자.
곡선 $y=2f(x)+|f(x)|$와 x축 및 직선 $x=2$로
둘러싸인 영역을 C라 하자.

$$(A\text{의 넓이})+(C\text{의 넓이})-6\times(B\text{의 넓이})=3$$

일 때, 상수 k의 값은? [4점]

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{2}$

$f>0$ $3f$
$f<0$ f



$\int_0^2 = -B+D$
$C=3D$

$A=3B$
$C-3B=3$
$3D-3B=3$
$-B+D=1$

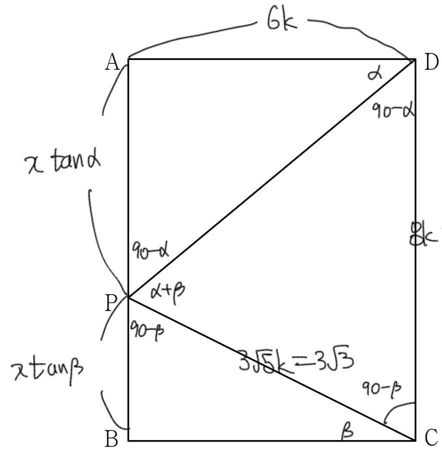
$\frac{1}{4}x^4-\frac{k}{2}x^2\Big|_0^2$
$4-2k=1$
$3=2k$

14. 그림과 같이 직사각형 ABCD에 대하여 선분 AB 위의 점을 P라 하자. $\angle\mathrm{ADP}=\alpha$, $\angle\mathrm{BCP}=\beta$라 할 때,

$$\cos\alpha:\sin(\alpha+\beta)=3\sqrt{5}:8,\quad \tan\alpha+\tan\beta=\frac{4}{3}$$

$\sin(90-\alpha)$

이 성립한다. 사각형 ABCD의 넓이가 $\frac{144}{5}$일 때, 삼각형 CDP의 외접원의 넓이는? [4점]

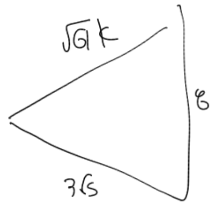


$\cancel{48}k^2=\frac{\cancel{144}\ 3}{5}$
$k^2=\frac{3}{5}$
$k=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$
$8k=\frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$
$x\cdot\frac{4}{3}=8k$
$x=6k$

$\cos\beta=\frac{8\ 2}{3\sqrt{3}}$ $\cos(90-\beta)=\frac{1}{\sqrt{5}}$

① $\frac{183}{16}\pi$ ② $\frac{93}{8}\pi$ ③ $\frac{189}{16}\pi$ ④ 12π ⑤ $\frac{195}{16}\pi$

$\sin(90-\beta)=\frac{2}{\sqrt{5}}$



$45+64-2\cdot3\sqrt{5}\cdot8\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}$
-48

$\frac{\sqrt{5}\sqrt{61}k}{\frac{2\times2}{\sqrt{5}}}=2R$

$R^2=\frac{5\times61}{16}\times\frac{3}{5}=$ —

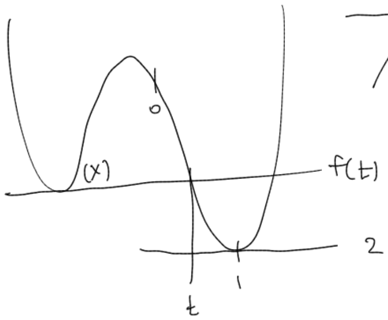
15. 최고차항의 계수가 1이고 $x=1$에서 극솟값 2를 갖는 사차함수 $f(x)$가 있다. $t<1$인 모든 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=f(t)$의 서로 다른 실근의 개수는 2이고, 이 방정식의 두 실근 중 큰 값을 a라 하자.
함수 $f(x)$에 대하여 열린구간 (t, a)에서 롤의 정리를 만족시키는 실수 c의 개수를 $g(t)$라 하자.
함수 $g(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

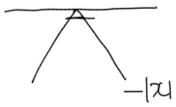
> $\left(\lim\limits_{t\to\alpha+} g(-|t|)-g(-|\alpha|)\right)\left(\lim\limits_{t\to\alpha-} g(-|t|)-g(-|\alpha|)\right)\neq 0$
>
> 이 되도록 하는 실수 $\underbrace{\alpha}_{=0}$는 존재한다.

$g(-|\alpha^+|)-g(-|\alpha|)\times g(-|\alpha^-|)-g(-|\alpha|)\neq 0$

$f'(0)<0$일 때, $f(6)$의 값은? [4점]

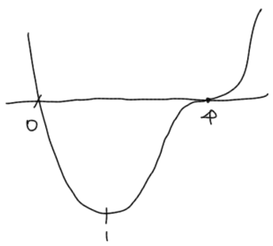
① 75 ② $\frac{227}{3}$ ③ $\frac{229}{3}$ ④ 77 ⑤ $\frac{233}{3}$





$g(-|\alpha|)=1$

$g(-|\alpha^-|)=2$



$x(x-4)^3+29$

$6\cdot 8+29$

단답형

16. 방정식

$$\log_2(x-1)+\log_{\frac{1}{4}}(x^2-6x+13)=0$$

을 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

$x^2-2x+1=x^2-6x+13$

$4x=12$

3

17. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=x^3+9x^2+14x$이고, $f(0)=2$일 때, $f(2)$의 값을 구하시오. [3점]

$\frac{1}{4}x^4+3x^3+7x^2+2$

$\underbrace{4+24}_{28}+\underbrace{28+2}_{30}$

58

18. 수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{9} ka_{k+1} = 20, \quad \sum_{k=1}^{10} ka_k = 80$$

일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$의 값을 구하시오. [3점]

$a_2+2a_3+3a_4+\cdots+9a_{10}$ 20

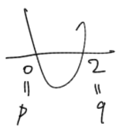
$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+10a_{10}$ ~~80~~ 40

~~60~~ $\boxed{20}$

19. 함수 $f(x)=4x^3-12x^2+a$가 $x=p$에서 극대이고, $x=q$에서 극소일 때, $|f(p)|<|f(q)|$를 만족시키는 정수 a의 최댓값을 구하시오. [3점]

$32-48$

$12x^2-24x$



$f(0)=a$

$f(2)=a-16$

7

$|a|<|a-16|$

$0<a<16$

$a<16-a$

$2a<16$

$a<8$

20. 첫째 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+1 & (a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n+2 & (a_n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_2=a_4$가 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합을 구하시오. [4점]

n	2	3	4	
a_n	$4t$	$2t+2$	$t+3$	$t=1$
	$4t+2$	$2t+3$	$2t+4$	$t=1$
	$4t+1$	$4t+2$	$2t+3$	$t=1$
	$4t+3$	$4t+4$	$2t+4$	$2t=1$ (X)

1	2	3	4
3, 4	4	4	4
5, 8	6	5	6
~~4~~, 6	5	6	5

$7+13+6$ 26

$\nearrow 4$ $\rightarrow 4$

21. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $x>0$인 모든 실수 x에 대하여
>
> $f(x)>0$이고,
>
> $\sqrt{f(x+1)}-\sqrt{f(x)}<g(x)<\sqrt{f(x+1)+x}-\sqrt{f(x)}$
>
> 이다. Ax^3+Ax^2 $=\frac{f''(0)}{2}=A$ $f''(0)=2A$
>
> (나) $\lim_{x\to\infty}\frac{g(x)}{x^k}=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^3}=\lim_{x\to 0}\frac{f(x)-x-1}{x^2}$ (k는 상수)

$3Ax^2$ $f(0)=1$ $f'(0)=1$

$f(4k)$의 값을 구하시오. [4점]

$\frac{f'(x)-1}{2x}$ $\frac{f''(x)}{2}$

$A(x+1)^3+A(x+1)^2-Ax^3-Ax^2$

$\frac{f(x+1)-f(x)}{\sqrt{f(x+1)}+\sqrt{f(x)}}<\frac{g(x)}{x^k}<\frac{f(x+1)+x-f(x)}{\sqrt{f(x+1)+x}+\sqrt{f(x)}}$ 이차 1.5차 $\frac{1}{x^k}$

$k=0.5$

$4k=2$

$\frac{3Ax^2}{\sqrt{x}\,\sqrt{Ax^3}+\sqrt{Ax^3}}$ $\frac{3A}{2\sqrt{A}}$ $\frac{3}{2}\sqrt{A}=A$

$\frac{9}{4}A=A^2$

$\frac{9}{4}x^3+\frac{9}{4}x^2+x+1$

$\frac{9}{\cancel{4}}\cdot\cancel{8}^{2}+\frac{9}{4}\cdot 4+2+1$

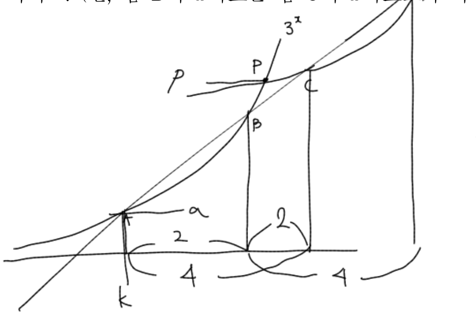
$18+9+2+1$

$20+10$

30

22. 기울기가 1인 직선 l이 있다. 곡선 $y=3^x$과 직선 l이 만나는 서로 다른 두 점 중 x좌표가 작은 점을 A, 큰 점을 B라 하자. 곡선 $y=3^{x-4}+4$과 직선 l이 만나는 서로 다른 두 점 중 x좌표가 작은 점을 C, 큰 점을 D라 하자. 두 곡선 $y=3^x$와 $y=3^{x-4}+4$가 만나는 점을 P라 하자. 삼각형 APD와 삼각형 BPC의 넓이의 비는 $3:1$이다. (6, 2)

점 A와 P의 y좌표를 각각 a, p라 할 때, $40\times\frac{p}{a}$의 값을 구하시오. (단, 점 B의 x좌표는 점 C의 x좌표보다 작다.) [4점]



$\frac{\cancel{40}^{2}\times 81}{\cancel{20}}\times 4$

81

648

$p=\frac{81}{20}$

$a=3^k=\frac{1}{4}$

$3^{k+2}-3^k=2$

$8\cdot 3^k=2$

$3^k=\frac{1}{4}$

$3^x=3^{x-4}+4$

$3^x\left(1-\frac{1}{81}\right)=4$

$3^x\times\frac{80}{81}=4$

$3^x=\frac{81}{20}$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sec x-1}{\ln(1+x^2)}$ 의 값은? [2점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

$\frac{x^2}{\ln(1+x^2)}$ $\frac{1-\cos x}{x^2 \cos x}$

24. $\displaystyle\int_1^3 x^2 \ln x\, dx$ 의 값은? [3점]

① $9\ln 3-2$ ② $9\ln 3-\frac{20}{9}$ ③ $9\ln 3-\frac{22}{9}$

④ $9\ln 3-\frac{8}{3}$ ⑤ $9\ln 3-\frac{26}{9}$

$x=e^t$

$dx=e^t dt$

$\int_0^{\ln 3} te^{3t}\,dt$

t e^{3t}

1 $\frac{1}{3}e^{3t}$

0 $\frac{1}{9}e^{3t}$

$\frac{1}{3}te^{3t}-\frac{1}{9}e^{3t}\Big|_0^{\ln 3}$

$\left(\frac{1}{3}(\ln 3)27-\frac{1}{9}\cdot 27\right)-\left(-\frac{1}{9}\right)$

$9\ln 3-3+\frac{1}{9}$

25. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\lim_{n\to\infty}\frac{n^2a_n}{4n+3}=2$일 때,

$\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n^2+\frac{2}{a_n}}-n\right)$의 값은? [3점]

① 2 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{4}$ ✓⑤ $\frac{1}{8}$

$$\frac{\cancel{n^2}+\frac{2}{a_n}-\cancel{n^2}}{\sqrt{n^2+\frac{2}{a_n}}+n}$$

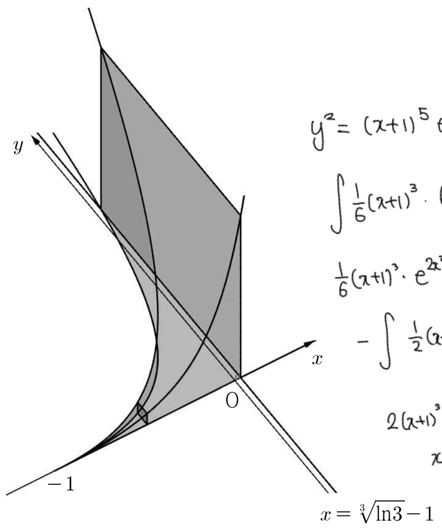
$$\frac{\frac{n}{4n+3}}{\frac{1}{4}} \times \frac{na_n}{8}$$

$$\frac{\frac{2}{na_n}}{\sqrt{1+\frac{2}{a_nn^2}}+1}$$

$$\frac{\frac{1}{4}}{1+1}$$

$$\sqrt{1+\frac{2}{\cancel{n}a_n}\cdot\frac{1}{n}}$$

26. 그림과 같이 곡선 $y=(x+1)^{\frac{5}{2}}e^{x^3+3x^2+3x}$과 x축 및 직선 $x=\sqrt[3]{\ln3}-1$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



$$y^2=(x+1)^5e^{2x^3+6x^2+6x}$$

$$\int\frac{1}{6}(x+1)^3\cdot6(x+1)^2e^{2x^3+6x^2+6x}$$

$$\frac{1}{6}(x+1)^3\cdot e^{2x^3+6x^2+6x}\Big]_{-1}^{\sqrt[3]{\ln3}-1}$$

$$-\int\frac{1}{2}(x+1)^2e^{2x^3+6x^2+6x}$$

$$2(x+1)^3-2$$

$$x+1=\sqrt[3]{\ln3},\ 0$$

① $\frac{9\ln3-2}{6e^2}$ ② $\frac{3\ln3-1}{2e^2}$ ✓③ $\frac{9\ln3-4}{6e^2}$

④ $\frac{9\ln3-5}{6e^2}$ ⑤ $\frac{3\ln3-2}{2e^2}$

$$\frac{1}{12}\cdot6(x+1)^2$$

$$\frac{1}{6}\cdot\ln3\cdot e^{2\ln3-2}-\left[\frac{1}{12}e^{2x^3+6x^2+6x}\right]$$

$$\frac{1}{6}\cdot\ln3\cdot\frac{9}{e^2}-\frac{1}{12}\left[e^{\ln9-2}-e^{-2}\right]$$

$$\frac{1}{e^2}\left(\frac{3}{2}\ln3-\frac{9}{12}+\frac{1}{12}\right)$$

$$\frac{1}{e^2}\,\frac{9\ln3-4}{6}$$

$$-\frac{8}{12} \qquad -\frac{2}{3}$$

27. 곡선 $x^2-2xy+2y^2=5$ 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선의 기울기가 m으로 같고, 선분 AB의 길이가 $\sqrt{10}$일 때, 상수 m의 값은? (단, $m\neq\frac{1}{2}$) [3점]

① $-\frac{3}{4}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

$2x-2y-2xy'+4yy'=0$

$y'=\frac{x-y}{x-2y}=\frac{x-2y+y}{x-2y}=1+\frac{y}{x-2y}=m$

$y=(m-1)(x-2y)$

$y=(m-1)x-2(m-1)y$

$(2m-1)y=(m-1)x$

$x=\frac{2m-1}{m-1}y$

$(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2=10$

$\left(1+\frac{(2m-1)^2}{(m-1)^2}\right)(y_2-y_1)^2=10$

$2y_2^2$

$(x-y)^2+y^2=5$ $y_2+y_1=0$

$\left(1+\frac{(2m-1)^2}{(m-1)^2}\right)4y^2=10$

$\frac{2m-1-(m-1)}{m-1}$

$\left(\left(\frac{m}{m-1}\right)^2+1\right)y^2=5$

$y^2\cdot\frac{m^2+(m-1)^2}{(m-1)^2}=5$ $5\ \frac{2}{1}$

$y^2\ \frac{(m-1)^2+(2m-1)^2}{(m-1)^2}=\frac{5}{2}$

$\frac{m^2+(m-1)^2}{(m-1)^2+(2m-1)^2}=2$

m^2-2m+1

$4m^2-4m+1$

$2m^2-2m+1=2(5m^2-6m+2)$

$0=8m^2-10m+3$

$2\quad -1$

$4\quad -3$

28. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 있다. 양수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$에서의 접선의 y절편을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(x)$는 $x>0$인 모든 실수 x에 대하여

$$g(x)=\sin\left(\frac{\pi}{x}\right)\ =-tf'(t)+f(t)$$

이고, $f(2)=0$일 때, $\int_1^2\frac{f(x)}{x^5}dx$의 값은? [4점]

① $\frac{\pi^2+4\pi+4}{4\pi^4}$ ② $\frac{\pi^2+4\pi-4}{4\pi^4}$ ③ $\frac{\pi^2-4\pi-4}{4\pi^4}$

④ $\frac{\pi^2+8\pi+8}{4\pi^4}$ ⑤ $\frac{\pi^2+8\pi-8}{4\pi^4}$

$-\frac{1}{t^2}\sin\left(\frac{\pi}{t}\right)=-\frac{1}{t^2}f(t)+\frac{1}{t}f'(t)$

$-\frac{1}{\pi}\cos\frac{\pi}{t}=\frac{1}{t}f(t)+\cancel{C}$

$-\frac{1}{\pi}\int_1^2\frac{1}{t^4}\cos\frac{\pi}{t}\,dt$ $\frac{1}{t}=u$ $-\frac{1}{t^2}dt=du$

$-\frac{1}{\pi}\int_{\frac{1}{2}}^{1}u^2\cos\pi u\,du$

u^2 $\cos\pi u$ $\left.\frac{1}{\pi}u^2\sin\pi u+\frac{2u}{\pi^2}\cos\pi u-\frac{2}{\pi^3}\sin\pi u\right]_{\frac{1}{2}}^{1}$

$2u$ $\frac{1}{\pi}\sin\pi u$ $\left(+\frac{1}{\pi}\right)\left[\left(+\frac{2}{\pi^2}\right)+\left(\frac{1}{4\pi}-\frac{2}{\pi^3}\right)\right]$

2 $-\frac{1}{\pi^2}\cos\pi u$ $\frac{2}{\pi^3}+\frac{1}{4\pi^2}-\frac{2}{\pi^4}$

0 $-\frac{1}{\pi^3}\sin\pi u$

$\frac{\pi^2+8\pi-8}{4\pi^4}$

단답형

29. 첫째 항과 공비가 각각 0이 아닌 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 수열 $\{a_nb_n\}$은 수렴한다. 공비 1

(나) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_nb_n$은 발산한다.

$\frac{2k\ a_1}{k\ b_1}=2$이고, 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{b_n}$, $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{b_n}\right)^2$이 각각 수렴할 때,

$$3\times\left(\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_n}{b_n}\right)=2\times\left(\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a_n}{b_n}\right)^2\right)$$

이 성립한다. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{a_{4n}}{b_{2n}+b_{2n+2}}=S$일 때, $\frac{30}{S}$의 값을 구하시오. [4점]

$a_n=2k\cdot r^{n-1}$ $b_n=k\cdot\left(\frac{1}{r}\right)^{n-1}$

$\frac{a_n}{b_n}=2\cdot(r^2)^{n-1}$ $a_{4n}=2k\cdot r^{4n-1}$

$\frac{a_n^2}{b_n^2}=4\cdot(r^4)^{n-1}$ $b_{2n}=k\cdot\left(\frac{1}{r}\right)^{2n-1}$

$b_{2n+2}=k\cdot\left(\frac{1}{r}\right)^{2n+1}$

$3\times\frac{\cancel{2}}{1-r^2}=\cancel{2}\times\frac{4}{1-r^4}$

$\frac{3}{\cancel{(1-r)}(1+r)}=\frac{4}{\cancel{(1-r^2)}(1+r^2)}$

$3+3r^2=4$ $r^2=\frac{1}{3}$

$3r^2=1$

$r^{4n-1}\cdot \cancel{r^{-2n+1}}$

$\frac{2\cancel{k}\cdot r^{4n-1}}{\cancel{k}\left(\frac{1}{r}\right)^{2n-1}\left[1+\left(\frac{1}{r}\right)^2\right]}$ r^{2n-1}

r^{6n-2} $r^{6n-6}\cdot r^4$

$\frac{2}{1+\frac{1}{r^2}}\cdot r^{2n}$

$\frac{2r^{4}}{1+\frac{1}{r^2}}\cdot(r^6)^{n-1}$

$\frac{2r^4}{1+\frac{1}{r^2}}\cdot\frac{1}{1-r^6}=\frac{\frac{2}{9}}{4}\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{27}}$

$=\frac{1}{18}\cdot\frac{27}{26}=\frac{3}{52}$ $\therefore 30\cdot\frac{52}{3}=\boxed{520}$

$\frac{\frac{2}{3}}{1+3}\cdot\frac{1}{1-\frac{1}{3}}$ 120

$\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4\cdot\frac{2}{3}}$ $S=\frac{1}{4}$

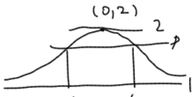
30. 최고차항의 계수가 1이고 $f(1)=0$인 이차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $g(x)$의 도함수 $g'(x)$를

$$g'(x)=e^{-|x|}f(1+e^{-|x|})$$

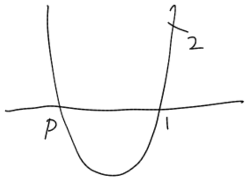
라 하자. 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시키도록 하는 $f(3)$의 값의 범위는 $m<f(3)<M$이다. $M+m=p+q\sqrt{3}$일 때, p^2+q^2의 값을 구하시오. (단, p와 q는 유리수이다.) [4점]

함수 $g(x)$의 극댓값은 존재하고, 최댓값은 존재하지 않는다.

$1+e^{-|x|}$ $1\nearrow2\searrow1$ $100+4$ 104

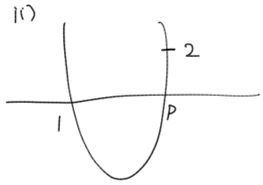


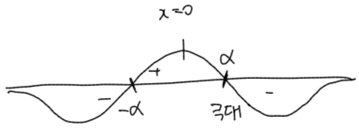
i) $f(1+e^{-x})$ (x)



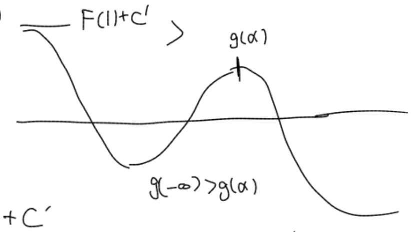
$1+e^{-\alpha}=p$ $1<p<2$

ii)





g $F(1)+C'$ >



$(x-1)(x-p)$

$x^2-(p+1)x+p$

$x>0$ $e^{-x}f(1+e^{-x})$

$g=-F(1+e^{-x})+\frac{4}{3}+C'$

$x<0$ $e^{x}f(1+e^{x})$

$g=F(1+e^x)+C'$

$x\to-\infty$ $g=F(1)+C'$

$F(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{p+1}{2}x^2+px$

$F(2)=\frac{8}{3}-\cancel{2p}-2+\cancel{2p}$

$=\frac{2}{3}$

$g(-\infty)=F(1+e^{\infty})+C'$

$=F(1)+C'$

$g(\alpha)=-F(1+e^{-\alpha})+\frac{4}{3}+C'$

$F(1)>-F(p)+\frac{4}{3}$

$\frac{1}{3}-\frac{1}{2}(p+1)+p+\frac{1}{3}p^3-\frac{1}{2}(p+1)p^2+p^2>\frac{4}{3}$

$2-3(p+1)+6p+2p^3-3(p+1)p^2+6p^2>8$

$-p^3+3p^2+3p-9>0$ 부등호 방향...

$p^3-3p^2-3p+9<0$ $1<p<\sqrt{3}$

$p^2(p-3)-3(p-3)$

$f(3)=2(3-p)$

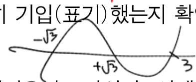
$=6-2p$

$(p-3)(p^2-3)>0$

$10-2\sqrt{3}$

$2<2p<2\sqrt{3}$ $-\sqrt{3}<p<\sqrt{3}$ $p>3$

$6-2\sqrt{3}$ 4 $\sqrt{3}<p<3$



$\sqrt{3}<p<2$

$1<3-p<3-\sqrt{3}$

2 $6-2\sqrt{3}$

$8-2\sqrt{3}$

$64+4=\boxed{68}$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(기하)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.