

2026학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 문제지

1

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $4^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$\begin{aligned} & (2^2)^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{2}} \\ &= 2^{2 \times \frac{1}{4} + \frac{1}{2}} \\ &= 2^1 \\ &= 2 \end{aligned}$$

2. 함수 $f(x) = x^2 - x + 1$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x - 1 \text{ 이므로} \\ f'(1) &= 1 \end{aligned}$$

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^7 a_k = 8$ 일 때, $\sum_{k=1}^7 (2a_k + 1)$ 의 값은? [3점]

- ① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

$$\begin{aligned} & 2 \sum_{k=1}^7 a_k + \sum_{k=1}^7 1 \\ &= 2 \times 8 + 7 \\ &= 23 \end{aligned}$$

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + a & (x < 3) \\ 5x - a & (x \geq 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -9 + a$$

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 15 - a$$

$x=3$ 에서 연속이어야 하므로 두 값이 같음

$$-9 + a = 15 - a$$

$$\therefore a = 12$$

5. $\int_0^2 (6x^2 - 2x + 1) dx$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ☒ ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

$$\left[2x^3 - x^2 + x \right]_0^2$$

$$= 16 - 4 + 2$$

$$= 14$$

6. 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = a \cos bx + 1$ 의 최댓값이 8이고 주기가 π 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{15}{2}$ ② 8 ③ $\frac{17}{2}$ ☒ ④ 9 ⑤ $\frac{19}{2}$

$$\text{최댓값} : a+1=8 \quad \therefore a=7$$

$$\text{주기} : \frac{2\pi}{b} = \pi \quad \therefore b=2$$

$$\therefore a+b=9$$

7. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = 5x^2 + xf(x)$$

라 하자. $f(3)=2$, $f'(3)=1$ 일 때, $g'(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ☒ ⑤ 35

$$g'(x) = 10x + f(x) + xf'(x)$$

$$g'(3) = 30 + f(3) + 3f'(3)$$

$$= 30 + 2 + 3$$

$$= 35$$

8. $\sin(\pi - \theta) > 0$ 이고 $2\cos\theta = \sin\theta$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{10}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

$$\begin{aligned} \sin(\pi - \theta) &= \sin\theta > 0 \text{ 이고} \\ 2\cos\theta &= \sin\theta \text{ 이므로 } \cos\theta > 0 \text{ 이다.} \\ \text{따라서 } 0 < \theta < \frac{\pi}{2} \\ \sin^2\theta + \cos^2\theta &= 1 \text{ 에서} \\ (2\cos\theta)^2 + \cos^2\theta &= 1 \\ 5\cos^2\theta &= 1 \Rightarrow \cos^2\theta = \frac{1}{5} \\ \Rightarrow \cos\theta &= \frac{\sqrt{5}}{5} \\ (\because 0 < \theta < \frac{\pi}{2}) \end{aligned}$$

9. 함수 $f(x) = x^2 + ax$ 에 대하여

$$\int_{-3}^3 (x+1)f(x) dx = 36 + \int_{-3}^3 f(x) dx$$

일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$\int_{-3}^3 x f(x) dx + \int_{-3}^3 f(x) dx = 36 + \int_{-3}^3 f(x) dx$$

$$\int_{-3}^3 x f(x) dx = 36$$

$$\int_{-3}^3 (x^3 + ax^2) dx = 36$$

$$\left[\frac{x^4}{4} + \frac{ax^3}{3} \right]_{-3}^3 = 36$$

$$18a = 36$$

$$\therefore a = 2$$

10. 실수 $a(a > 1)$ 에 대하여

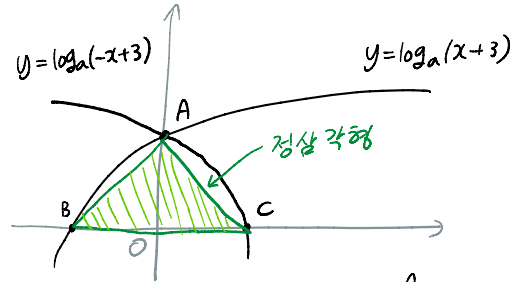
곡선 $y = \log_a(x+3)$ 이 곡선 $y = \log_a(-x+3)$ 과 만나는 점을 A,

곡선 $y = \log_a(x+3)$ 이 x 축과 만나는 점을 B,

곡선 $y = \log_a(-x+3)$ 이 x 축과 만나는 점을 C라 하자.

삼각형 ABC가 정삼각형일 때, a 의 값은? [4점]

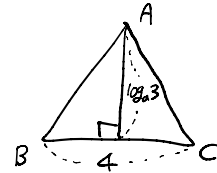
- ① $3^{\frac{\sqrt{3}}{6}}$ ② $3^{\frac{\sqrt{3}}{4}}$ ③ $3^{\frac{\sqrt{3}}{3}}$ ④ $3^{\frac{5\sqrt{3}}{12}}$ ⑤ $3^{\frac{\sqrt{3}}{2}}$



$$A(0, \log_a 3)$$

$$B(-2, 0) \Rightarrow$$

$$C(2, 0)$$



삼각형 ABC가 정삼각형이므로

$$(\text{높이}) = (\text{밑변}) \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\log_a 3 = 4 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\hookrightarrow a^{2\sqrt{3}} = 3$$

$$\hookrightarrow (a^{2\sqrt{3}})^{\frac{1}{2\sqrt{3}}} = 3^{\frac{1}{2\sqrt{3}}}$$

$$\hookrightarrow a = 3^{\frac{\sqrt{3}}{6}}$$

4

수학 영역

11. 시각 $t=0$ 일 때 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다.
시각이 $t(t \geq 0)$ 일 때 점 P의 위치 x 가

$$x = t^3 - t^2 - t + 1$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 시각 $t=1$ 일 때 점 P의 위치는 1이다.
ㄴ. 시각 $t=1$ 일 때 점 P의 속도는 0이다.
ㄷ. 출발한 후 점 P의 운동 방향이 바뀌는 시각에
점 P의 가속도는 4이다.

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

$$x = t^3 - t^2 - t + 1$$

미분 $\rightarrow v = 3t^2 - 2t - 1$

미분 $\rightarrow a = 6t - 2$

- ㄱ. $t=1$ 일 때 $x = 1 - 1 - 1 + 1 = 0$ (X)
ㄴ. $t=1$ 일 때 $v = 3 - 2 - 1 = 0$ (O)
ㄷ. (운동 방향이 바뀔 때 시각) = ($v=0$ 일 때 시각)
 $v = 3t^2 - 2t - 1 = (3t+1)(t-1) = 0$
 $\therefore t=1$ ($\because t > 0$)
 $t=1$ 일 때 $a = 6 - 2 = 4$ (O)

12. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여
 a_4 의 최댓값은? [4점]

(가) $a_1 = a_3$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$(a_{n+1} - a_n + 3)(a_{n+1} - 2a_n) = 0$$

이다.

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

(나) 조건에 의해

$$a_{n+1} = \frac{a_n - 3}{1} \text{ 또는 } \frac{2a_n}{1}$$

이므로

$$\begin{array}{l} a_1 \dots \dots \dots a_1 \\ \swarrow \quad \searrow \\ a_2 \dots \dots a_1 - 3 \quad 2a_1 \\ \swarrow \quad \searrow \quad \swarrow \quad \searrow \\ a_3 \dots a_1 - 6 \quad 2a_1 - 6 \quad 2a_1 - 3 \quad 4a_1 \end{array}$$

- (i) $a_3 = a_1 - 6$ 일 때, $a_1 \neq a_3$
(ii) $a_3 = 2a_1 - 6$ 일 때, $a_1 = a_3 = 6$
(iii) $a_3 = 2a_1 - 3$ 일 때, $a_1 = a_3 = 3$
(iv) $a_3 = 4a_1$ 일 때, $a_1 = a_3 = 0$

따라서 a_3 의 최댓값은 6이고

$$a_4 \text{의 최댓값은 } 2 \times 6 = 12$$

13. 그림과 같이 함수 $f(x) = 3x^2 - 7x + 2$ 에 대하여 곡선

$y = f(x)$ 와 직선 $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ 및 y 축으로 둘러싸인 영역을 A ,

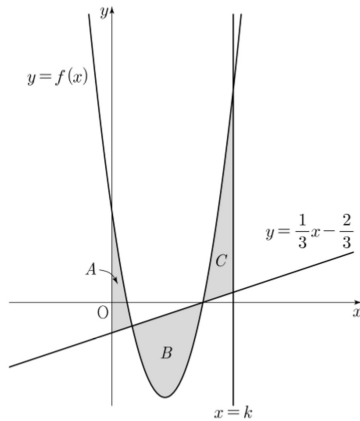
곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ 로 둘러싸인 영역을 B ,

곡선 $y = f(x)$ 와 두 직선 $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$, $x = k (k > 2)$ 로

둘러싸인 영역을 C 라 하자.

$$(A \text{의 넓이}) + (C \text{의 넓이}) = (B \text{의 넓이})$$

일 때, 상수 k 의 값은? [4점]



- ① $\frac{29}{12}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{31}{12}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

$$\int_0^k \left\{ f(x) - \left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \right) \right\} dx = 0$$

$$\begin{aligned} & \int_0^k \left(3x^2 - \frac{22}{3}x + \frac{8}{3} \right) dx \\ &= \left[x^3 - \frac{11}{3}x^2 + \frac{8}{3}x \right]_0^k \\ &= k^3 - \frac{11}{3}k^2 + \frac{8}{3}k \\ &= \frac{1}{3}(3k^3 - 11k^2 + 8k) \\ &= \frac{1}{3}k(k-1)(3k-8) \end{aligned}$$

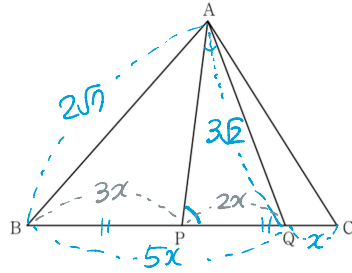
이 값이 0이 되도록 하는 k 의 값은 $\frac{8}{3}$ 이다. ($\because k > 2$)

14. $\overline{AB} = 2\sqrt{7}$ 인 삼각형 ABC 에서 선분 BC 의 중점을 P , 선분 BC 를 5:1로 내분하는 점을 Q 라 하자.

$$\overline{AQ} = 3\sqrt{2}, \sin(\angle QAP) : \sin(\angle APQ) = \sqrt{2} : 3$$

일 때, 삼각형 ABC 의 외접원의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{85}{9}\pi$ ② $\frac{88}{9}\pi$ ③ $\frac{91}{9}\pi$ ④ $\frac{94}{9}\pi$ ⑤ $\frac{97}{9}\pi$



$\overline{BQ} : \overline{QC} = 5 : 1$ 이므로 $\overline{BQ} = 5x$, $\overline{QC} = x$ 라 하자.

$\overline{BC} = 6x$ 이고 P 는 $\overline{BC}$ 의 중점이므로 $\overline{BP} = \overline{PC} = 3x$ 이다.

삼각형 APQ 에서 사인법칙에 의해

$$\overline{PQ} : \overline{AQ} = \cos(\angle QAP) : \cos(\angle APQ) = \sqrt{2} : 3$$

이므로 $\overline{PQ} = \overline{AQ} \times \frac{\sqrt{2}}{3} = 2$ 이다.

$$2x = 2 \text{ 이므로 } x = 1$$

삼각형 ABQ 에서 제2코사인법칙에 의해

$$\overline{AQ}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BQ}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BQ} \cdot \cos(\angle ABQ)$$

$$18 = 28 + 25 - 20\sqrt{7} \cos(\angle ABQ)$$

$$\therefore \cos(\angle ABQ) = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

삼각형 ABC 에서 제2코사인법칙에 의해

$$\overline{AC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \cdot \overline{AB} \cdot \overline{BC} \cdot \cos(\angle ABC)$$

$$= 28 + 36 - 24\sqrt{7} \cdot \frac{\sqrt{7}}{4} = 22$$

$$\therefore \overline{AC} = \sqrt{22}$$

삼각형 ABC 의 외접원 반지름 길이는

$$R = \frac{\overline{AC}}{2 \sin(\angle ABC)} = \frac{\sqrt{22}}{2 \cdot \frac{3}{4}} = \frac{2\sqrt{22}}{3}$$

$$\sqrt{1 - \cos^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2} = \frac{3}{4}$$

$$\text{이므로 외접원의 넓이는 } \pi R^2 = \frac{88}{9}\pi$$

6

수학 영역

15. 상수 k 와 $f'(0)=6$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) + k & (|x| > 1) \\ -f(x) & (|x| \leq 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $k + f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

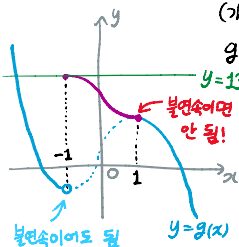
- (가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a+} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}$ 의 값이 존재하고 그 값은 0 이하이다.
(나) x 에 대한 방정식 $g(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 t 의 최댓값은 13이다.

① $\frac{15}{4}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ $\frac{39}{4}$ ④ $\frac{51}{4}$ ⑤ $\frac{63}{4}$

(가) 조건에 의해 $\lim_{x \rightarrow a+} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}$ 는 $\frac{0}{0}$ 꼴이

되려면 하므로 $\lim_{x \rightarrow a+} \{g(x) - g(a)\} = 0$ 이다.

따라서 $\lim_{x \rightarrow a+} g(x) = g(a)$ ★



(가) 조건을 정확히 해석하면

$g(x)$ 가 불연속인 점이 있더라도 상관 없으나

무극한과 함수값은 항상 일치해야 하며,

무미분계수가 항상 0 이하이므로

연속인 구간에서는 $g(x)$ 가 증가하는 부분이 없어야 한다.

따라서 위 그림처럼 $x=-1$ 에서는 불연속이더라도 무극한과 함수값이 항상 일치하지만 $x=1$ 에서는 불연속이면 무극한과 함수값이 일치하지 않으므로 $x=1$ 에서 반드시 연속이어야 한다. ★

따라서 $f(x)$ 는 일단 $x = \pm 1$ 에서 극값을 가져야 하므로 그렇지 않으면 $g'(x) > 0$ 인 부분이 필연적으로 생길 수 밖에 없다.

$$f'(x) = a(x+1)(x-1) = ax^2 - a$$

문제에서 $f'(0)=6$ 이라고 했으므로 $a=-6$ 이다.

$$f'(x) = -6x^2 + 6 \Rightarrow f(x) = -2x^3 + 6x + C$$

그리고 (나) 조건에 의해 위 그림에서 $g(-1)=13$ 이 되어야

$$\text{하므로 } g(-1) = -f(-1) = 13 \Rightarrow f(-1) = -13$$

$$\therefore C = -9 \Rightarrow f(x) = -2x^3 + 6x - 9$$

그리고 $g(x)$ 가 $x=1$ 에서 연속이므로

$$f(1) + k = -f(1) \Rightarrow k = -2f(1) = 10$$

$$\text{결론적으로 } k + f\left(\frac{1}{2}\right) = 10 + \left(-\frac{25}{4}\right) = \frac{15}{4}$$

단답형

16. 방정식 $\log_5(x+1) + \log_5(x-1) = \log_{25} 9$ 를 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점] 2

$$\begin{aligned} \log_5(x+1)(x-1) &= \log_{25} 9 \\ &= \log_{\sqrt{25}} \sqrt{9} \\ &= \log_5 3 \end{aligned}$$

$$(x+1)(x-1) = 3$$

$$\Rightarrow x^2 - 1 = 3$$

$$\Rightarrow x^2 = 4$$

$$\Rightarrow x = 2 \quad (\because \text{전수 조건 : } x > 1)$$

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 + 4x$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점] 6

$$f(x) = \int f'(x) dx$$

$$= \int (3x^2 + 4x) dx$$

$$= x^3 + 2x^2 + C$$

$$f(0) = 3 \text{ 이므로 } C = 3 \Rightarrow f(x) = x^3 + 2x^2 + 3$$

$$\therefore f(1) = 6$$

결론적으로 $k + f\left(\frac{1}{2}\right) = 10 + \left(-\frac{25}{4}\right) = \frac{15}{4}$

수학 영역

7

18. $\sum_{k=1}^6 (k^2 + 2k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$\begin{aligned} & \sum_{k=1}^6 k^2 + 2 \sum_{k=1}^6 k \quad 133 \\ &= \frac{6 \times 7 \times 13}{6} + 2 \times \frac{6 \times 7}{2} \\ &= 91 + 42 \\ &= 133 \end{aligned}$$

19. 상수 a 에 대하여 함수 $f(x) = 3x^3 - 9x^2 + a$ 의 극댓값이 20일 때, 함수 $f(x)$ 의 극솟값을 구하시오. [3점]

$$f'(x) = 9x^2 - 18x = 9x(x-2) \quad 8$$

x	...	0	...	2	...
$f(x)$	$\nearrow$	극대	$\searrow$	극소	$\nearrow$

$f(0) = 20$ 이므로 $a = 20$

극솟값은

$f(2) = 24 - 36 + 20 = 8$

20. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$0 \leq x < 4 \text{ 일 때 } f(x) = -x^2 + 4x \text{ 이고,}$$

$$\text{모든 실수 } x \text{ 에 대하여 } f(x+4) = f(x) \text{ 이다.}$$

방정식 $f(f(x)) = f(x)$ 의 0 이상인 모든 실근을 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자.

다음은 $a_{20} + a_{21} + a_{22}$ 의 값을 구하는 과정이다.

방정식 $f(x) = x$ 의 모든 실근이 0, 3이므로
방정식 $f(f(x)) = f(x)$ 의 실근을 구하는 것은
방정식 $f(x) \times (f(x)-3) = 0$ 의 실근을 구하는 것과 같다.

$0 \leq x < 4$ 일 때, 방정식 $f(x) \times (f(x)-3) = 0$ 의
모든 실근은 0, $\boxed{(가)}$, 3이므로 $\leftarrow f(x)=0$
 $a_1 = 0, a_2 = \boxed{(가)}, a_3 = 3$ 또는 $f(x)=3$
이다. 또한 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4) = f(x)$ 이므로
세 수열 $\{a_{3n-2}\}, \{a_{3n-1}\}, \{a_{3n}\}$ 은
첫째항이 각각 0, $\boxed{(가)}$, 3이고
공차가 모두 $\boxed{(나)}$ 인 등차수열이다.
따라서 $a_{20} + a_{21} + a_{22} = \boxed{(다)}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 이라 할 때,
 $p+q+r$ 의 값을 구하시오. [4점] 85

$0 \leq x < 4$ 일 때 $\leftarrow$ 범위 밖

$f(x) = 0$ 의 실근은 $x=0$ 또는 $x=4$

$f(x) = 3$ 의 실근은 $x=1$ 또는 $x=3$

$\therefore p = 1$

$f(x) = f(x+4)$ 이므로

$f(0) = f(4) = f(8) = \dots$

$f(1) = f(5) = f(9) = \dots$

$f(3) = f(7) = f(11) = \dots$

이런식으로 간다. 즉, 공차는 4이다

$\therefore q = 4$

$$a_{20} = a_2 + 4 \times \frac{20-2}{3} = 1 + 24 = 25$$

$$a_{21} = a_3 + 4 \times \frac{21-3}{3} = 3 + 24 = 27$$

$$a_{22} = a_1 + 4 \times \frac{22-1}{3} = 0 + 28 = 28$$

$$\therefore r = 25 + 27 + 28 = 80$$

$$\therefore p+q+r = 1+4+80 = 85$$

21. 함수 $f(x) = (x-1)(x-2)$ 와 최고차항의 계수가 1인
사차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 a 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)}$ 의 값과 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{|g(x) - f(x)|}{g(x)}$ 의 값이
모두 존재한다.

$g(-1)$ 의 값을 구하시오. [4점] **42**

$$\frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)} = \begin{cases} g(x) & (x < 1 \text{ 또는 } x > 2) \\ -g(x) & (1 < x < 2) \end{cases}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)} = g(1), \quad \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)} = -g(1)$$

이므로 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)}$ 의 값이 존재하기 위해서는

$g(1) = -g(1)$ 이다. 즉, $g(1) = 0$ 이다.

같은 이유를 $g(2) = 0$ 도 설명한다.

$g(x) = (x-1)(x-2)h(x)$ 라 하자. ($h(x)$ 는 이차함수)

$$\begin{aligned} \frac{|g(x) - f(x)|}{g(x)} &= \frac{|(x-1)(x-2)\{h(x)-1\}|}{(x-1)(x-2)h(x)} \\ &= \frac{|x-1|}{x-1} \cdot \frac{|x-2|}{x-2} \cdot \frac{|h(x)-1|}{h(x)} \end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{|g(x) - f(x)|}{g(x)} = (-1) \times (-1) \times \frac{|h(1)-1|}{h(1)} = \frac{|h(1)-1|}{h(1)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{|g(x) - f(x)|}{g(x)} = 1 \times (-1) \times \frac{|h(1)-1|}{h(1)} = -\frac{|h(1)-1|}{h(1)}$$

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|g(x) - f(x)|}{g(x)}$ 의 값이 존재하기 위해서는

좌극한과 우극한이 같아야 하므로 $(\text{분자}) = 0$ 이다.

$$\therefore h(1) = 1$$

$a=2$ 일 때도 같은 논리를 적용할 수 있으므로

$$\therefore h(2) = 1$$

따라서 $h(x) = (x-1)(x-2) + 1$ 이다.

$g(x) = (x-1)(x-2)\{(x-1)(x-2) + 1\}$ 이므로

$$\begin{aligned} g(-1) &= (-2) \times (-3) \times 7 \\ &= 42 \end{aligned}$$

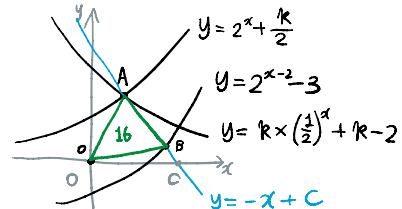
22. $k > 1$ 인 실수 k 에 대하여 두 곡선

$$y = 2^x + \frac{k}{2}, \quad y = k \times \left(\frac{1}{2}\right)^x + k - 2$$

가 만나는 점을 A라 하고, 점 A를 지나고 기울기가 -1인
직선이 곡선 $y = 2^{x-2} - 3$ 과 만나는 점을 B라 하자.

삼각형 AOB의 넓이가 16일 때, $k + \log_2 k = \frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, p 와 q 는 서로소인
자연수이다.) [4점] **38**



두 곡선 $y = 2^x + \frac{k}{2}$, $y = k \times \left(\frac{1}{2}\right)^x + k - 2$ 의 교점의 x 좌표를 구하면

$$2^x + \frac{k}{2} = k \times \left(\frac{1}{2}\right)^x + k - 2 \Rightarrow 2^x + \left(-\frac{k}{2} + 2\right) - k \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x = 0$$

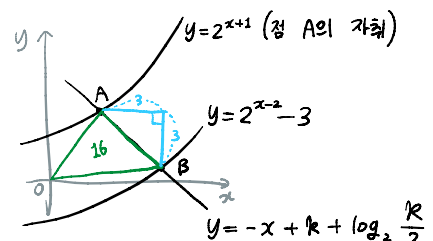
$$\Rightarrow (2^x)^2 + \left(-\frac{k}{2} + 2\right) \cdot 2^x - k = 0 \Rightarrow \left(2^x - \frac{k}{2}\right)(2^x + 2) = 0$$

$$\therefore 2^x = \frac{k}{2} \Rightarrow x = \log_2 \frac{k}{2}$$

따라서 점 A의 좌표는 $(\log_2 \frac{k}{2}, k)$ 이므로

점 A를 지나고 기울기가 -1인 직선의 방정식은 $y = -x + k + \log_2 \frac{k}{2}$ 이고

점 A의 자취의 방정식은 $y = 2^{x+1}$ 이다.



$y = 2^{x-2} - 3$ 의 그래프는 점 A를 x 축의 방향으로 3만큼.

y 축의 방향으로 -3만큼 평행이동시킨 것이다.

따라서 점 A를 이와 같이 평행이동시키면 $y = 2^{x-2} - 3$ 과도 만나고,

y 좌표 변화량이 x 좌표 변화량의 -1배이므로 직선 $y = -x + k + \log_2 \frac{k}{2}$ 와도 또 만난다.

이 두 그래프가 만나는 점을 B라고 정의했기 때문에 $AB = 3\sqrt{2}$

삼각형 AOB의 넓이가 16이므로 원점으로부터 직선 AB까지의 거리를

h 라 하면 $\frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times h = 16$ 이므로 $h = \frac{16}{3}\sqrt{2}$

$$\text{점 A와 직선 사이의 거리 공식에 의해 } \frac{k + \log_2 \frac{k}{2}}{\sqrt{2}} = \frac{16}{3}\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow k + \log_2 \frac{k}{2} = \frac{32}{3} \Rightarrow k + (\log_2 k - 1) = \frac{32}{3}$$

$$\Rightarrow k + \log_2 k = \frac{35}{3} \quad \therefore p+q = 3+35 = 38$$

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 6개의 문자 a, a, a, a, b, c 를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

- ① 18 ② 24 ③ 30 ④ 36 ⑤ 42

$$\frac{6!}{4!} = \frac{6 \times 5 \times \cancel{4!}}{\cancel{4!}} = 30$$

24. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

$$P(A \cup B) = 1, P(A^c) = 2P(A)$$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

A 와 B 가 서로 배반 사건이므로

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) \text{ 이다.}$$

$$\therefore P(A) + P(B) = 1$$

$$P(A^c) = 1 - P(A) \text{ 이므로}$$

$$1 - P(A) = 2P(A)$$

$$\therefore P(A) = \frac{1}{3}$$

따라서 $P(B) = \frac{2}{3}$

2

수학 영역(확률과 통계)

25. 다항식 $(2x-1)^5(x+1)$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는? [3점]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

$$(2x-1)^5 \text{의 일반항} : {}_5C_r \cdot (2x)^r \cdot (-1)^{5-r}$$

$$\begin{aligned} (2x-1)^5(x+1) \\ = \underbrace{(2x-1)^5 x}_{\text{㉑}} + \underbrace{(2x-1)^5}_{\text{㉒}} \end{aligned}$$

㉑에서 x^3 이 나오는 경우

→ $r=2$ 일 때

$${}_5C_2 \cdot (2x)^2 \cdot (-1)^3 \cdot x = -40x^3$$

㉒에서 x^3 이 나오는 경우

→ $r=3$ 일 때

$${}_5C_3 \cdot (2x)^3 \cdot (-1)^2 = 80x^3$$

$$(-40x^3) + 80x^3 = 40x^3$$

$$\therefore x^3 \text{의 계수} = 40$$

26. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7이 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 양 끝에 놓인 카드에 적힌 두 수의 곱이 짝수가 되도록 카드가 놓일 확률은? [3점]

- ① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{9}{14}$ ⑤ $\frac{5}{7}$

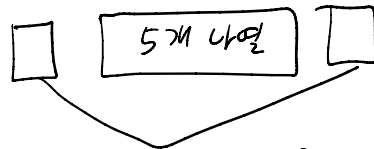


양 끝에 놓인 카드에 적힌 두 수의 곱이 짝수

⇒ 양 끝 중 적어도 하나는 짝수

나열하는 전체 경우의 수 = 7!

(여사건) 양 끝에 홀수만 오는 경우의 수



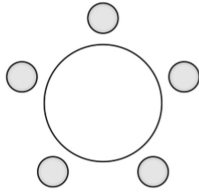
홀수 2개 놓는 경우의 수 (순서 고려) : $4P_2$

남은거 5개 나열하는 방법 : 5!

따라서 구하는 확률은

$$1 - \frac{4P_2 \times 5!}{7!} = 1 - \frac{12 \times 120}{5040} = \frac{5}{7}$$

27. 5명이 둘러앉을 수 있는 원 모양의 탁자와 남학생 5명, 여학생 3명이 있다. 이 8명의 학생 중에서 4명 이상의 남학생을 포함하여 5명의 학생을 선택하고 이 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 탁자에 둘러앉게 하는 경우의 수는?
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]
- ① 384 ② 408 ③ 432 ④ 456 ⑤ 480



(i) 남 4 + 여 1

$$\underbrace{{}_5C_4}_{\text{남학생 선택}} \times \underbrace{{}_3C_1}_{\text{여학생 선택}} \times \underbrace{(5-1)!}_{\text{앉히기}} = 360$$

(ii) 남 5

$$\underbrace{{}_5C_5}_{\text{남학생 선택}} \times \underbrace{(5-1)!}_{\text{앉히기}} = 24$$

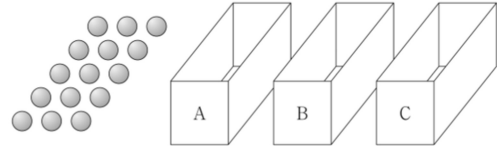
$$\therefore 360 + 24 = 384$$

28. 공 15개와 비어 있는 세 상자 A, B, C가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 세 상자 A, B, C에 공을 넣는 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져
나온 눈의 수가 3의 배수이면
세 상자 A, B, C에 넣는 공의 개수가 각각 1, 2, 0이고,
나온 눈의 수가 3의 배수가 아니면
세 상자 A, B, C에 넣는 공의 개수가 각각 1, 1, 1이다.

이 시행을 5번 반복한 후 상자 B에 들어 있는 공의 개수가 홀수일 때, 상자 A에 들어 있는 공의 개수와 상자 C에 들어 있는 공의 개수의 합이 8 이상일 확률은? [4점]

- ① $\frac{44}{61}$ ② $\frac{47}{61}$ ③ $\frac{50}{61}$ ④ $\frac{53}{61}$ ⑤ $\frac{56}{61}$



3의 배수 눈이 나온 횟수를 n ($0 \leq n \leq 5$)이라 하자.
B에 들어간 공의 개수는 $2n + (5-n) = n+5$ 이고
A와 C에 들어간 공의 개수합은 $n + 2(5-n) = 10-n$ 이다.

따라서 B에 홀수 개의 공이 들어가는 경우는
 $n = 0, 2, 4$ 일 때이고,

이 중에서 A와 C에 들어있는 공의 개수 합이
8 이상이 되는 경우는 $n = 0, 2$ 일 때이다.

(i) 3의 배수 눈이 0회, 3의 배수 아닌 눈이 5회

$${}_5C_0 \times \left(\frac{1}{3}\right)^0 \times \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{32}{243}$$

(ii) 3의 배수 눈이 2회, 3의 배수 아닌 눈이 3회

$${}_5C_2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{80}{243}$$

(iii) 3의 배수 눈이 4회, 3의 배수 아닌 눈이 1회

$${}_5C_4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{10}{243}$$

$$\frac{11}{20} \quad \frac{32}{243} + \frac{80}{243} \Rightarrow \text{(i), (ii)} = \frac{112}{122} = \frac{56}{61}$$

$$\frac{32}{243} + \frac{80}{243} + \frac{10}{243} \Rightarrow \text{(i), (ii), (iii)}$$

단답형

29. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로

a, b, c 라 할 때, $a+b=8$ 또는 $b \geq c$ 일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

44

A: $a+b=8$ 인 사건

B: $b \geq c$ 인 사건

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(ANB)$$

(1) $P(A)$ 구하기

$a+b=8$ 이 되는 경우는

$(a, b) = (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)$

5가지이므로 $P(A) = \frac{5}{6^2} = \frac{5}{36}$

(2) $P(B)$ 구하기

$\underbrace{1+2+3+4+5+6}_{b=1일 때} = 21$ 가지
 $\underbrace{\quad\quad\quad}_{b=6일 때}$

$$P(B) = \frac{21}{6^2} = \frac{21}{36} \quad (\text{계산 편의상 약분 생략})$$

(3) $P(ANB)$ 구하기

$a+b=8$ 과 $b \geq c$ 를 동시에 만족

$(a, b) = (2, 6)$ 일 때, 조건을 만족시키는 c 는 6가지
 $(3, 5)$ 일 때, " " " 5가지
 $(4, 4)$ 일 때, " " " 4가지
 $(5, 3)$ 일 때, " " " 3가지
 $(6, 2)$ 일 때, " " " 2가지

총 20가지

$$\therefore P(ANB) = \frac{20}{6^3} = \frac{5}{54}$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(ANB)$$

$$= \frac{5}{36} + \frac{21}{36} - \frac{5}{54}$$

$$= \frac{17}{27}$$

$$\therefore p+q = 27+17 = 44$$

30. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

115

(가) $x=1, 2, 3, 4$ 일 때 $f(x+1)+3 \geq f(x)+x$ 이다.

(나) $f(2)$ 의 값은 홀수이다.

$$\begin{aligned} \text{(가) 조건에 의해} \quad & f(2)+2 \geq f(1) \\ & f(3)+1 \geq f(2) \\ & f(4) \geq f(3) \\ & f(5)-1 \geq f(4) \end{aligned}$$

(나) 조건에 따라 케이스 분류하면

(i) $f(2)=1$ 일 때

• $f(1) \leq 3$ 이므로 $f(1)$ 으로 가능한 값 3가지

• $f(5)-1 \geq f(4) \geq f(3) \geq 1$ 이므로 $f(2), f(4), f(5)$ 로

가능한 경우의 수는 $\underbrace{1H_2}_{f(5)=2} + \underbrace{2H_2}_{f(5)=3} + \underbrace{3H_2}_{f(5)=4} + \underbrace{4H_2}_{f(5)=5} = 20$

$$\therefore 3 \times 20 = 60$$

(ii) $f(2)=3$ 일 때

$f(1) \leq 5$ 이므로 $f(1)$ 으로 가능한 값 5가지

$f(5)-1 \geq f(4) \geq f(3) \geq 2$ 이므로 $f(2), f(4), f(5)$ 로

가능한 경우의 수는 $\underbrace{1H_2}_{f(5)=3} + \underbrace{2H_2}_{f(5)=4} + \underbrace{3H_2}_{f(5)=5} = 10$

$$\therefore 5 \times 10 = 50$$

(iii) $f(2)=5$ 일 때

$f(1) \leq 5$ 이므로 $f(1)$ 으로 가능한 값 5가지

$f(5)-1 \geq f(4) \geq f(3) \geq 4$ 이므로

$f(5)=5, f(4)=f(3)=4$ 만 가능 $\Rightarrow$ 1가지

$$\therefore 5 \times 1 = 5$$

$$\therefore 60 + 50 + 5 = 115$$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

12/20

2026학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 문제지

1

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 \times 3^{n+1}}{2^n + 3^n}$ 의 값은? [2점]

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

분자·분모를 3^n 으로 나누면

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 \times 3}{\left(\frac{2}{3}\right)^n + 1} = \frac{4 \times 3}{0 + 1} = 12$$

24. 곡선 $3x + y + \cos(xy) = 2$ 위의 점 $(0, 1)$ 에서의 접선의 x 절편은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

양변을 x 에 대하여 미분하면

$$3 + y' + (y + xy') \cdot (-\sin(xy)) = 0$$

양변에 $x=0$, $y=1$ 을 대입하면

$$3 + y' = 0 \quad \therefore y' = -3$$

따라서 접선의 기울기는 -3 이다

기울기가 -3 이고 점 $(0, 1)$ 을 지나는

직선의 방정식은 $y = -3x + 1$ 이므로

x 절편은 $\frac{1}{3}$ 이다.

2

수학 영역(미적분)

25. 양수 a 에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a-3n}{n} + \frac{an+6}{n+a} \right)$ 이

실수 S 에 수렴할 때, $a+S$ 의 값은? [3점]

- ① 7 ② $\frac{15}{2}$ ③ 8 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ 9

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a-3n}{n} + \frac{an+6}{n+a} \right) = 0$$

이므로 $-3+a=0 \quad \therefore a=3$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3-3n}{n} + \frac{3n+6}{n+3} \right)$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{9}{n(n+3)}$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} 3 \left(\frac{1}{n} - \frac{1}{n+3} \right)$$

$$= 3 \left(1 - \frac{1}{4} + \frac{1}{2} - \frac{1}{5} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} + \frac{1}{4} - \dots \right)$$

$$= 3 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \right) = \frac{11}{2}$$

$$\therefore S = \frac{11}{2}$$

$$\therefore a+S = 3 + \frac{11}{2} = \frac{17}{2}$$

26. 함수 $f(x) = e^{3x} - 3e^{2x} + 4e^x$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자.

$g'(a) = \frac{1}{8}$ 이 되도록 하는 실수 a 에 대하여 $a+f'(g(a))$ 의

값은? [3점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

$f(g(x)) = x$ 이므로 양변 미분하면

$$g'(x)f'(g(x)) = 1$$

따라서 $g'(a) = \frac{1}{8}$ 이면 $f'(g(a)) = 8$ 이다.

$$f'(x) = 3e^{3x} - 6e^{2x} + 4e^x \text{ 이므로}$$

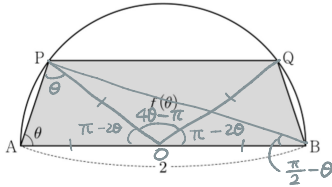
$$e^x = 2 \text{ 이면 } f'(x) = 8 \text{ 을 만족시킨다.}$$

$$\therefore, f'(\ln 2) = 8 \text{ 이므로 } g(a) = \ln 2 \text{ 였다.}$$

$$\therefore a = f(\ln 2) = 8 - 3 \times 4 + 4 \times 2 = 4$$

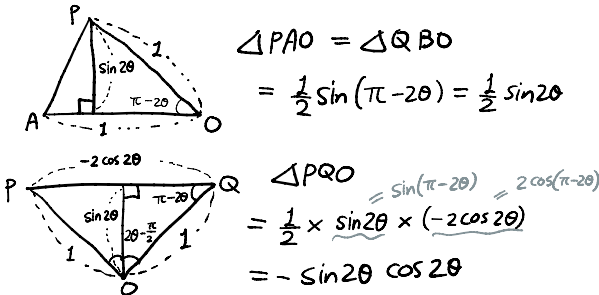
$$\therefore a + f'(g(a)) = 4 + 8 = 12$$

27. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위의 점 P에 대하여 $\angle BAP = \theta$ ($\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$)라 하고, 점 P를 지나고 선분 AB에 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. 사각형 ABQP의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하고, $AP:BP=1:3$ 이 되도록 하는 θ 의 값을 α 라 할 때, $f'(\alpha)$ 의 값은? [3점]



- ① $-\frac{64}{25}$ ② $-\frac{59}{25}$ ③ $-\frac{54}{25}$
④ $-\frac{49}{25}$ ⑤ $-\frac{44}{25}$

반원의 중심을 O라 하면



$$\begin{aligned} \text{따라서 } f(\theta) &= \triangle PAO + \triangle PBO + \triangle PQO \\ &= \sin 2\theta - \sin 2\theta \cos 2\theta \end{aligned}$$

$f(\theta)$ 를 구했으니 다음으로 α 를 구해보자.

삼각형 AOP에서 사인법칙을 적용하면

$$\frac{AP}{\sin(\angle AOP)} = \frac{OP}{\sin(\angle PAO)} \Rightarrow \frac{AP}{\sin 2\theta} = \frac{1}{\sin \theta} = 2 \cos \theta$$

삼각형 PBO에서 사인법칙을 적용하면

$$\frac{BP}{\sin(\angle POB)} = \frac{OP}{\sin(\angle PBO)} \Rightarrow \frac{BP}{\sin 2\theta} = \frac{1}{\cos \theta} = 2 \sin \theta$$

$$\text{따라서 } AP:BP = 1:3 \text{ 이라는 것은 } \cos \alpha : \sin \alpha = 1:3$$

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \text{ 을 이용하면 } \cos \alpha = \frac{\sqrt{10}}{10}, \sin \alpha = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$

$$f'(\theta) = 2 \cos 2\theta - 2 \cos^2 2\theta + 2 \sin^2 2\theta \text{ 이므로}$$

$$f'(\alpha) = 2 \times \left(-\frac{4}{5}\right) - 2 \times \frac{16}{25} + 2 \times \frac{9}{25} = -\frac{54}{25}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

28. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$ 와 두 상수 a, b 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a \times e^b$ 의 값은?

[4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$(f(x))^5 + (f(x))^3 + ax + b = \ln\left(x^2 + x + \frac{5}{2}\right)$$

이다.

(나) $f(-3)f(3) < 0, f'(2) > 0$

- ① $-3e^{-\frac{4}{3}}$ ② $-\frac{5}{3}e^{-\frac{4}{3}}$ ③ $-\frac{1}{3}e^{-\frac{4}{3}}$
④ $e^{-\frac{4}{3}}$ ⑤ $\frac{7}{3}e^{-\frac{4}{3}}$

(가)의 양변을 x 에 대하여 미분하면

$$5\{f(x)\}^4 f'(x) + 3\{f(x)\}^2 f'(x) + a = \frac{2x+1}{x^2+x+\frac{5}{2}} \dots \textcircled{1}$$

$f(x)$ 가 이계도함수를 갖는다고 했으니 양변을 한 번 더 미분해보자.

$$\begin{aligned} 20\{f(x)\}^3 f'(x)^2 + 5\{f(x)\}^4 f''(x) + 6f(x)\{f(x)\}^2 + 3\{f(x)\}^2 f''(x) \\ = \frac{-2(x-1)(x+2)}{(x^2+x+\frac{5}{2})^2} \dots \textcircled{2} \end{aligned}$$

①에서 얻을 수 있는 힌트는

- ① 양변에 $x=1$ 또는 $x=-2$ 를 대입하면 0이 된다.
② 좌변은 $f(x)$ 로 묶을 수 있다 $\Rightarrow f(1)=0$ 이거나 $f(-2)=0$ 이라는 합리적 의심
③ 이 합리적 의심의 근거는 (나)에서 찾을 수 있다.
 $f(-3)f(3) < 0$ 이므로, $f(-3)$ 과 $f(3)$ 의 부호는 서로 반대이다.
따라서 사잇값 정리에 의해 $-3 < \alpha < 3$ 이고 $f(\alpha)=0$ 인 실수 α 가 반드시 존재하므로 $f(1)$ 과 $f(-2)$ 중 적어도 하나는 0이다.

(i) $f(1)=0$ 일 때

$$\textcircled{1} \text{의 양변에 } x=1 \text{을 대입하면 } a = \frac{2}{3}$$

(ii) $f(-2)=0$ 일 때

$$\textcircled{1} \text{의 양변에 } x=-2 \text{을 대입하면 } a = -\frac{2}{3}$$

여기서 (나)의 $f'(2) > 0$ 조건을 이용하면 하나를 걸러낼 수 있다.

양변에 $x=2$ 를 대입하고 a 를 무변으로 이항하면

$$5\{f(2)\}^4 f'(2) + 3\{f(2)\}^2 f'(2) = \frac{10}{17} - a$$

따라서 좌변은 음수가 아니므로 우변도 음수이면 안 된다. $a < \frac{10}{17}$ 이므로

(i)과 (ii) 중에서 (i)은 탈락. 따라서 (ii)를 선택한다.

$$\therefore f(-2)=0, a = -\frac{2}{3}$$

주어진 등식의 양변에 $x=-2$ 를 대입하면

$$\frac{4}{3} + b = \ln \frac{9}{2} \therefore b = \ln \frac{9}{2} - \frac{4}{3} = \ln\left(\frac{9}{2}e^{-\frac{4}{3}}\right)$$

$$\text{따라서 } a \times e^b = \left(-\frac{2}{3}\right) \times e^{\ln\left(\frac{9}{2}e^{-\frac{4}{3}}\right)} = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \frac{9}{2} e^{-\frac{4}{3}} = -3e^{-\frac{4}{3}}$$

4

수학 영역(미적분)

답답형

29. 두 정수 $\alpha, \beta (\alpha > \beta)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \alpha \times \sin \frac{n}{2} \pi + \beta \times \cos \frac{n}{2} \pi$$

이고, $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 = 4$ 이다.

수열 $\{a_n\}$ 과 $b_1 > 0$ 인 등비수열 $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_{4n-2} b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_{4n-3} b_{2n}) = 6$$

일 때, $b_1 \times b_3 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점] **109**

$n=1, 5, 9, \dots$ 이면 $a_n = \alpha \times 1 + \beta \times 0 = \alpha$ 이다

따라서 $a_{4n-3} = \alpha$

$n=2, 6, 10, \dots$ 이면 $a_n = \alpha \times 0 + \beta \times (-1) = -\beta$ 이다

따라서 $a_{4n-2} = -\beta$

같은 논리로 $a_{4n-1} = -\alpha$, $a_{4n} = \beta$

$$\frac{a_1}{\alpha} \times \frac{a_2}{-\beta} \times \frac{a_3}{-\alpha} \times \frac{a_4}{\beta} = 4 \text{ 이므로 } (\alpha\beta)^2 = 4 \Rightarrow \alpha\beta = \pm 2$$

α 와 β 는 정수이고 $\alpha > \beta$ 이므로 가능한 경우는

$$\textcircled{1} \begin{pmatrix} \alpha=2 \\ \beta=1 \end{pmatrix} \textcircled{2} \begin{pmatrix} \alpha=2 \\ \beta=-1 \end{pmatrix} \textcircled{3} \begin{pmatrix} \alpha=1 \\ \beta=-2 \end{pmatrix} \textcircled{4} \begin{pmatrix} \alpha=-1 \\ \beta=-2 \end{pmatrix}$$

등비수열 $\{b_n\}$ 의 공비를 r 이라 하면 ($|r| < 1$)

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_{4n-2} b_n = -\beta \sum_{n=1}^{\infty} b_n = -\frac{\beta b_1}{1-r} = 6$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_{4n-3} b_{2n} = \alpha \sum_{n=1}^{\infty} b_{2n} = \frac{\alpha b_1 r}{1-r^2} = 6$$

$$\text{둘이 같으니} -\frac{\beta b_1}{1-r} = \frac{\alpha b_1 r}{1-r^2} \Rightarrow r = -\frac{\beta}{\alpha+\beta}$$

$$\textcircled{1} r = -\frac{1}{3} \quad \textcircled{2} r = 1 \quad \textcircled{3} r = -2 \quad \textcircled{4} r = -\frac{2}{3}$$

$$\textcircled{1} \alpha=2, \beta=1, r=-\frac{1}{3} \text{ 일 때}$$

$$-\frac{\beta b_1}{1-r} = 6 \text{ 이므로 } b_1 = -8$$

문제에서 $b_1 > 0$ 이라고 했으므로 탈락

$$\textcircled{4} \alpha=-1, \beta=-2, r=-\frac{2}{3} \text{ 일 때}$$

$$-\frac{\beta b_1}{1-r} = 6 \text{ 이므로 } b_1 = 5. \text{ 그리고 이를 } \frac{\alpha b_1 r}{1-r^2} = 6 \text{ 에}$$

대입해도 등식이 성립한다. 따라서 $b_1 = 5, r = -\frac{2}{3}$ 이므로

$$b_1 \times b_3 = b_1 \times (b_1 r^2) = (b_1 r)^2 = \left(-\frac{10}{3}\right)^2 = \frac{100}{9}$$

$$\therefore p+q = 9+100 = 109$$

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \left| f\left(\frac{2}{1+e^{-x}}\right) \right|$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킨다.

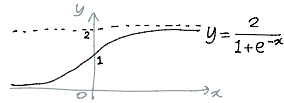
(가) 함수 $g(x)$ 는 $x=0$ 에서 극소이고, $g(0) > 0$ 이다.

(나) $g'(\ln 3) < 0, |g'(-\ln 3)| = \frac{3}{8} g(-\ln 3)$

$g(0)$ 의 최솟값을 $\frac{p}{q}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점] **25**

속함수 $y = \frac{2}{1+e^{-x}}$ 의 그래프는 다음과 같이 증가함수이다.



미분가능한 함수 $g(x)$ 가 $x=0$ 에서 극소이므로 $g'(0) = 0$ 이다

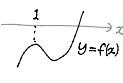
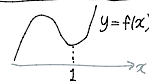
$$g(x) = \pm f\left(\frac{2}{1+e^{-x}}\right) \Leftrightarrow g(x) = \pm \frac{2e^{-x}}{(1+e^{-x})^2} f'\left(\frac{2}{1+e^{-x}}\right)$$

($\pm$ 의 부호는 $f\left(\frac{2}{1+e^{-x}}\right)$ 의 부호와 동일)

$g'(0) = 0$ 이므로 $f'(1) = 0$ 이고, $g(0) > 0$ 이므로 $f(1) \neq 0$ 이다.

$g(x)$ 가 $x=0$ 에서 극소이므로 다음 두 가지로 케이스 분류 가능하다.

(i) $f(1) > 0$ 이고 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 극대 (ii) $f(1) < 0$ 이고 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 극대



(i)에서 $g'(\ln 3) < 0$ 이므로 $y=f(x)$ 가 (i)과 같다면 $f'(\frac{3}{2}) < 0$ 이어야 한다. 그러나 그림에서 보이는 것처럼 $f'(\frac{3}{2}) < 0$ 일 수 없으므로 탈락.

(ii)에서는 $f(\frac{3}{2}) < 0, f'(\frac{3}{2}) > 0$ 이면 $g'(\ln 3) < 0$ 이므로 가능한 경우이다.

$f(\frac{3}{2}) > 0, f'(\frac{3}{2}) < 0$ 은 그래프상 불가능한 경우이므로 고려하지 않는다.

따라서 $f(x)$ 는 $x=1$ 과 $x=a$ ($a > \frac{3}{2}$)에서 극값을 가지므로

$$f'(x) = 3(x-1)(x-a) = 3x^2 - 3(a+1)x + 3a$$

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}(a+1)x^2 + 3ax + C$$

이제 마지막 조건 $|g'(-\ln 3)| = \frac{3}{8} g(-\ln 3)$ 을 활용하자.

$$|g'(-\ln 3)| = \frac{3}{8} |f'(\frac{1}{2})| \text{ 이고 } g(-\ln 3) = |f(\frac{1}{2})| \text{ 이므로}$$

$$\frac{3}{8} |f'(\frac{1}{2})| = \frac{3}{8} |f(\frac{1}{2})| \Leftrightarrow |f'(\frac{1}{2})| = |f(\frac{1}{2})| \Leftrightarrow f'(\frac{1}{2}) = -f(\frac{1}{2}) \quad f'(\frac{1}{2}) > 0, f(\frac{1}{2}) < 0$$

$$f'(\frac{1}{2}) = \frac{3}{2}a - \frac{3}{4}, \quad f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{8}a - \frac{1}{4} + C$$

$$\frac{3}{2}a - \frac{3}{4} = -\frac{1}{8}a + \frac{1}{4} - C \text{ 이므로 } C = 1 - \frac{21}{8}a \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } f(x) = x^3 - \frac{3}{2}(a+1)x^2 + 3ax + 1 - \frac{21}{8}a$$

여기서 추가로 고려해야 하는 점은, $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서

미분가능해야 하므로 속함수의 치역 구간인 $(0, 2)$ 에서는 $f(x)$ 의

부호가 바뀌면 안 된다. 따라서 $f(2) \leq 0$ 이므로

$$3 - \frac{21}{8}a \leq 0 \Leftrightarrow a \geq \frac{8}{7}$$

$$g(0) = |f(1)| = \left| -\frac{1}{8}a + \frac{1}{4} \right| = \frac{1}{8}a - \frac{1}{4} \text{ 이고}$$

$$a \geq \frac{8}{7} \text{ 이므로 } g(0) \geq \frac{11}{14} \text{ 이다. } \therefore p+q = 11+14 = 25$$

2026학년도 대학수학능력시험 6월 모의평가 문제지

1

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 두 벡터 $\vec{a} = (2, 6)$, $\vec{b} = (k, -6)$ 에 대하여
 $\vec{a} + \vec{b}$ 의 모든 성분의 합이 4일 때, k 의 값은? [2점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$\vec{a} + \vec{b} = (2+k, 0)$$
$$(2+k) + 0 = 4 \text{ 이므로 } k=2$$

24. 포물선 $y^2 = 12x$ 위의 점 $(3, 6)$ 에서의 접선이 점 $(1, a)$ 를
지날 때, a 의 값은? [3점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

접선의 방정식은

$$6y = 6(x+3) \Rightarrow y = x+3$$

이 직선이 점 $(1, a)$ 를 지나므로

$$a = 1+3 \qquad \therefore a=4$$

2

수학 영역(기하)

$$\frac{|b|}{a} = \frac{1}{2}$$

25. 좌표평면 위의 두 점 A(4, 0), B(2, -4)에 대하여
점 A를 지나고 법선벡터가 $\overrightarrow{AB}$ 인 직선의 y절편은? [3점]
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$\overrightarrow{AB} = (2, -4) - (4, 0) = (-2, -4)$$

이 벡터를 법선벡터로 갖는 직선의 방정식은

$$-2x - 4y + C = 0$$

이 직선이 A(4, 0)을 지나므로 $C=8$

$$-2x - 4y + 8 = 0$$

이 직선은 점 (0, 2)를 지나므로 y절편은 2이다.

26. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 한 점근선의 방정식이 $y = \frac{1}{2}x$ 이다.

쌍곡선이 직선 $y=1$ 과 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하자.
쌍곡선 위의 점 P에서의 접선과 쌍곡선 위의 점 Q에서의 접선이
서로 수직일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a, b는 양수이다.) [3점]

- ① 15 ② $\frac{35}{2}$ ③ 20 ④ $\frac{45}{2}$ ⑤ 25

$$a = 2b \text{ 이므로}$$

$$\frac{x^2}{4b^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$y=1 \text{ 일 때, } x = \pm 2\sqrt{1+b^2} \text{ 이므로}$$

$$P(-2\sqrt{1+b^2}, 1) \quad Q(2\sqrt{1+b^2}, 1) \text{ 이다.}$$

P에서의 접선의 방정식은

$$\frac{-2\sqrt{1+b^2}}{4b^2}x + \frac{1}{b^2}y = 1 \Rightarrow y = \boxed{\frac{\sqrt{1+b^2}}{2}} + b^2$$

P에서 접선의 기울기

Q에서 접선의 방정식은

$$\frac{2\sqrt{1+b^2}}{4b^2}x + \frac{1}{b^2}y = 1 \Rightarrow y = \boxed{-\frac{\sqrt{1+b^2}}{2}} + b^2$$

Q에서 접선의 기울기

두 직선이 서로 수직이므로 두 직선의 기울기 곱은 -1

$$-\frac{1+b^2}{4} = -1 \quad \therefore b^2 = 3$$

$$\therefore a = 2b \text{ 이므로}$$

$$a^2 = (2b)^2 = 4b^2 = 12$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 12 + 3 = 15$$

27. 삼각형 OAB에 대하여 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 라 하자.

$$|\vec{a} + \vec{b}| = 6, |\vec{2a} - \vec{b}| = 9, (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$$

일 때, 삼각형 OAB의 넓이는? [3점]

- ① $4\sqrt{2}$ ② $5\sqrt{2}$ ③ $6\sqrt{2}$ ④ $7\sqrt{2}$ ⑤ $8\sqrt{2}$

$$|\vec{a} + \vec{b}|^2 = 6^2 \Rightarrow |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 = 36 \dots \textcircled{1}$$

$$|2\vec{a} - \vec{b}|^2 = 9^2 \Rightarrow 4|\vec{a}|^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} + |\vec{b}|^2 = 81 \dots \textcircled{2}$$

$$(\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0 \Rightarrow |\vec{a}|^2 - |\vec{b}|^2 = 0 \Rightarrow |\vec{a}|^2 = |\vec{b}|^2$$

①과 ②에 $|\vec{a}|^2 = |\vec{b}|^2$ 를 대입하여 연립하여 풀면

$$|\vec{b}|^2 + \vec{a} \cdot \vec{b} = 18$$

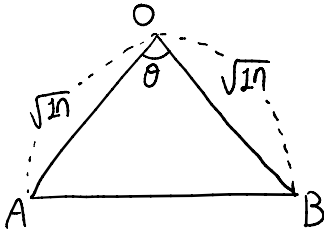
$$5|\vec{b}|^2 - 4\vec{a} \cdot \vec{b} = 81$$

$$|\vec{a}| = |\vec{b}| = \sqrt{11}, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 1$$

$$|\vec{a}||\vec{b}| \cos \theta = 1$$

$$\Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{11}$$

따라서 삼각형 OAB는 다음과 같다.



삼각형 OAB의 넓이는

$$\Delta OAB = \frac{1}{2} \times \overline{OA} \times \overline{OB} \sin \theta$$

$$= \frac{1}{2} \times \sqrt{11} \times \sqrt{11} \cdot \frac{\sqrt{288}}{11}$$

$$= \frac{\sqrt{288}}{2} = \frac{12\sqrt{2}}{2} = 6\sqrt{2}$$

28. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로 하는

타원 $C_1: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$ 과 두 점 $G(0, d)$, $G'(0, -d)$ ($d > 1$)을

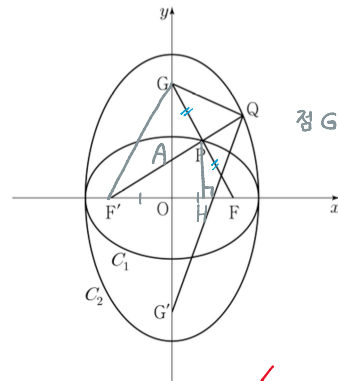
초점으로 하고 타원 C_1 의 두 꼭짓점을 지나는 타원 C_2 가 있다.

직선 FG가 타원 C_1 과 제1사분면에서 만나는 점을 P라 하고,

직선 F'P가 타원 C_2 와 제1사분면에서 만나는 점을 Q라 하자.

$\overline{GP} = \overline{PF}$ 이고 $\overline{GP} + \overline{PF'} = 2\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{QG} + \overline{QG'}$ 의 값은?

(단, a 는 양수이다.) [4점]



점 G: 삼각형 GF'F의 무게중심
(중선폭 2:1로 내분)

- ① $\sqrt{19}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{21}$ ④ $\sqrt{22}$ ⑤ $\sqrt{23}$

$$\overline{GP} = \overline{PF} \text{ 이고 } \overline{GP} + \overline{PF'} = 2\sqrt{2} \text{ 이므로 } \overline{PF} + \overline{PF'} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{타원의 성질에 의해 } 2a = 2\sqrt{2} \text{ 이므로 } a = \sqrt{2} \Rightarrow a^2 = 2$$

두 선분 F'P와 OG의 교점을 A라 하자.

점 A는 삼각형 GF'F의 두 중선 F'P와 OG가 만나는 점이므로
삼각형 GF'F의 무게중심이다. 따라서 선분 F'P를 2:1로 내분하므로

점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하면

두 삼각형 F'AO와 F'PH의 닮음비는 2:3이 된다.

따라서 $\overline{FH} = \frac{3}{2} \overline{FO} = \frac{3}{2}$ 이므로 점 P의 x좌표는 $\frac{1}{2}$ 이 된다.

점 P는 타원 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 위의 점이고 제1사분면 위의 점이므로

$$P\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{14}}{4}\right) \text{ 이다.}$$

두 삼각형 GOF와 PHF의 닮음비는 2:1이므로

$$\overline{OG} = 2 \overline{HF} = 2 \times \frac{\sqrt{14}}{4} = \frac{\sqrt{14}}{2} \quad \therefore d = \frac{\sqrt{14}}{2}$$

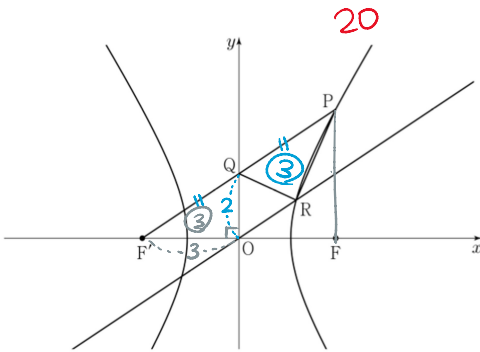
타원 C_2 의 방정식을 $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ (b 는 양수, $b > 0$)이라 하자.

$$b^2 - 2 = d^2 \text{ 이므로 } b = \sqrt{d^2 + 2} = \sqrt{\frac{7}{2} + 2} = \frac{\sqrt{22}}{2} \text{ 이므로}$$

타원의 성질에 의해 $\overline{QG} + \overline{QG'} = 2b = \sqrt{22}$ 이다.

단답형

29. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로 하는 쌍곡선이 있다. 이 쌍곡선 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P 에 대하여 선분 $F'P$ 가 y 축과 만나는 점을 Q 라 하고, 원점 O 를 지나고 선분 $F'P$ 와 평행한 직선이 이 쌍곡선과 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 R 이라 하자. $\overline{F'Q} = \overline{QP}$, $\overline{OQ} = 2$ 이고 삼각형 PQR 의 넓이가 3일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는 $p+q\sqrt{13}$ 이다. p^2+q^2 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]



삼각형 PQR 에서 선분 PQ 를 밑변으로 보고
삼각형 $F'QO$ 에서 선분 QF' 를 밑변으로 보면
두 삼각형은 밑변의 길이와 높이가 모두 같으므로
두 삼각형의 넓이는 같다. 따라서 삼각형 $F'QO$ 의 넓이는 3이다.
이번엔 선분 $F'O$ 를 밑변으로 보면 선분 OQ 가 높이므로
 $\frac{1}{2} \times \overline{F'O} \times \overline{OQ} = 3$ 이다. $\therefore \overline{F'O} = 3 \Rightarrow c = 3$
따라서 $\overline{F'Q} = \sqrt{13}$ 이므로 $\overline{F'P} = 2\sqrt{13}$ 이고,
두 삼각형 $F'QO$ 와 $F'PF$ 의 닮음비는 1:2이므로
 $\overline{FP} = 2\overline{OQ} = 2 \times 2 = 4$ 이다.

쌍곡선의 성질에 의해 주축의 길이는

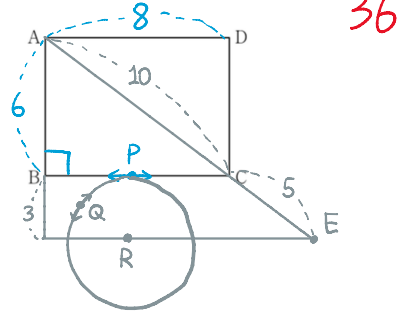
$$\overline{F'P} - \overline{FP} = -4 + 2\sqrt{13}$$

$$p = -4, \quad q = 2 \text{ 이므로 } p^2 + q^2 = 20$$

30. 좌표평면에 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = 8$ 인 직사각형 $ABCD$ 와
 $2\overline{BE} = 3\overline{BC} - \overline{BA}$ 를 만족시키는 점 E 가 있다. 선분 BC 위를
움직이는 점 P 에 대하여 점 Q 가

$$\overrightarrow{PQ} \cdot (\overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{AB}) = 0$$

을 만족시킬 때, $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]



$$\overrightarrow{BE} = \frac{3\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}}{2} = \frac{3\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}}{3-1} \text{ 이므로}$$

점 E 는 선분 AC 를 3:1로 외분하는 점이다.

$$\overrightarrow{PQ} = (x, y) \text{ 라 하자. } \overrightarrow{AB} = (0, -6) \text{ 이므로}$$

$$\overrightarrow{PQ} \cdot (\overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{AB}) = (x, y) \cdot (x, y+6) = x^2 + y^2 + 6y = 0$$

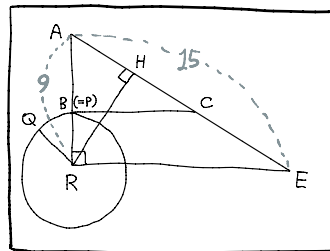
$$\Leftrightarrow x^2 + (y+3)^2 = 9$$

따라서 점 P 의 좌표가 $(0, 0)$ 이라면 점 Q 의 자취는

중심이 $(0, -3)$ 이고 반지름의 길이가 3인 원이다.

이 원의 중심을 R 이라 하자.

$$\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AE} \cdot (\overrightarrow{AR} + \overrightarrow{RQ}) = \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AR} + \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{RQ}$$



① $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AR}$ 최소화

점 R 에서 선분 AE 에 내린 수선의 발을
점 H 라 하면 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AR} = |\overrightarrow{AE}| |\overrightarrow{AH}|$ 이고
이를 최소가 되도록 하는 점 P 의 위치는 점 B 이다.
두 삼각형 ARH 와 AER 은 서로 닮음이고
닮음비는 $\overline{AR} : \overline{AE} = 3 : 5$ 이므로
 $\overline{AH} = \frac{3}{5} \overline{AR} = \frac{3}{5}$ 이다.
따라서 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AR}$ 의 최솟값은 $15 \times \frac{3}{5} = 9$

② $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{RQ}$ 최소화

$\overrightarrow{RQ}$ 는 크기가 3으로 고정되어 있고 방향은 임의로 설정할 수 있는 벡터이므로
 $\overrightarrow{RQ}$ 를 $\overrightarrow{AE}$ 와 방향이 반대가 되도록 점 Q 를 잡으면 $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{RQ}$ 의 값이 최소가 된다.

$$\text{이때의 } \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{RQ} = |\overrightarrow{AE}| |\overrightarrow{RQ}| \cos 180^\circ = 15 \times 3 \times (-1) = -45$$

$$\text{따라서 } \overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AQ} \text{의 최솟값은 } 9 + (-45) = -36$$