제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $4^{-\frac{1}{2}} \times \sqrt{2^4}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\frac{1}{2} \times 4 = 2$

2. 다항함수 $f(x)$가

$$f'(x) = 4x^3 - 2x, \quad f(1) = 2$$

를 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [2점]

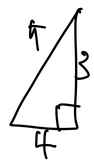
① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

$f(x) = x^4 - x^2 + 2$

$f(2) = 16 - 4 + 2 = 14$

3. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin\theta = \frac{3}{5}$ 일 때, $\tan\theta - \cos\theta$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{11}{20}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{20}$ ④ $\frac{7}{20}$ ⑤ $\frac{13}{20}$



$t = -\frac{3}{4}$

$c = -\frac{4}{5}$

$-\frac{3}{4} + \frac{4}{5} = \frac{-15+16}{20} = \frac{1}{20}$

4. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x+2)f(x)$$

라 하자. 곡선 $y = g(x)$ 위의 점 $(0, g(0))$ 에서의 접선의 방정식이 $y = 5x + 2$ 일 때, $f'(0)$ 의 값은? [3점]

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

$f(0) = 1$ $g'(0) = 5$

$g'(x) = (x+2)f'(x) + f(x)$

$x = 0$ $5 = 2f'(0) + 1 \rightarrow f'(0) = 2$

5. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{10} a_k = 10$ 이고 $\sum_{k=1}^{9} (a_k + 2) = 20$ 일 때, a_{10} 의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$\sum_{k=1}^{9} a_k = 2$

6. 다항함수 $f(x)$에 대하여

$$\lim_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x^2+3x-4} = 2, \quad \lim_{x \to 1} \frac{f(x)}{x^2+3x-4} = -1$$

일 때, $f(0)$의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$f(x) = 2(x-1)(x-k)$

$\lim_{x \to 1} \frac{2\cancel{(x-1)}(x-k)}{(x+4)\cancel{(x-1)}} = \frac{2(1-k)}{5} = -1$

$1-k = -\frac{5}{2}$ $k = \frac{7}{2}$

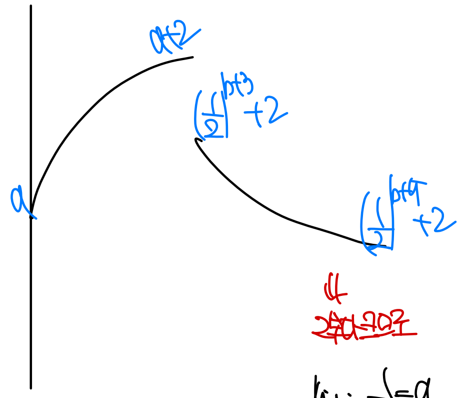
$f(0) = 2k = 7$

7. 두 상수 a, b에 대하여 닫힌구간 $[0, 5]$에서 정의된 함수

$$f(x) = \begin{cases} \log_2(x+1) + a & (0 \le x < 3) \\ \left(\frac{1}{2}\right)^{x+b} + 2 & (3 \le x \le 5) \end{cases}$$

의 최댓값이 3, 최솟값이 $\frac{1}{2}$ 일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① $-\frac{7}{2}$ ② -3 ③ $-\frac{5}{2}$ ④ -2 ⑤ $-\frac{3}{2}$



min: $\frac{1}{2} = a$ $a = \frac{1}{2}$

max: $\left(\frac{1}{2}\right)^{b+3} + 2 = 3$ $\left(\frac{1}{2}\right)^{b+3} = 1$ $b = -3$

8. 다항함수 $f(x)$가 상수 a와 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x tf(t)\,dt = 3x^4 - 4ax^3 + x^2$$

를 만족시킬 때, $\int_{-a}^{a} f(x)\,dx$의 값은? [3점]

① 72　② 76　③ 80　④ 84　⑤ 88

$x=1$　$3-2a+1=0$　$a=2$

양변　$xf(x) = 12x^3-12x^2+2x$

$f(x) = 12x^2-12x+2$

$\int_{-2}^{2} 12x^2-12x+2 = 2\int_0^2 12x^2+2 = 2(32+4)=72$

9. $0 \le x < 2\pi$일 때, 방정식

$$\left|\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\frac{1}{6}\right| = \frac{5}{6}$$

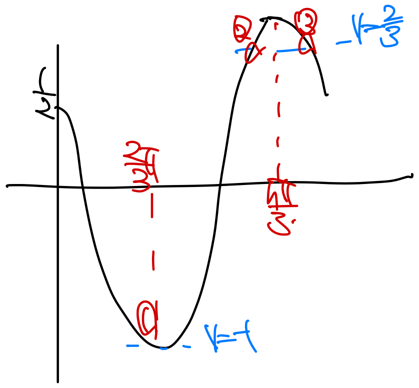
를 만족시키는 모든 실수 x의 값의 합은? [4점]

① 3π　② $\frac{10}{3}\pi$　③ $\frac{11}{3}\pi$　④ 4π　⑤ $\frac{13}{3}\pi$

$\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right) = \frac{2}{3}$ or $\cos\left(x+\frac{\pi}{3}\right) = -1$

① $= \frac{2}{3}\pi$

② + ③ $= \frac{10}{3}\pi$



10. 두 상수 a, b에 대하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\ (t \ge 0)$에서의 위치 x가

$$x = t^3 + at^2 + bt$$

이다. 시각 $t=2$에서의 점 P의 위치와 속도가 각각 2, 3일 때, 시각 $t=b$에서의 점 P의 가속도는? [4점]

① 12　② 14　③ 16　④ 18　⑤ 20

$x(2)=2$　$8+4a+2b=2$　$2a+b=-3$

$\boxed{v=3t^2+2at+b}$

$v(2)=3$　$12+4a+b=3$　$4a+b=-9$

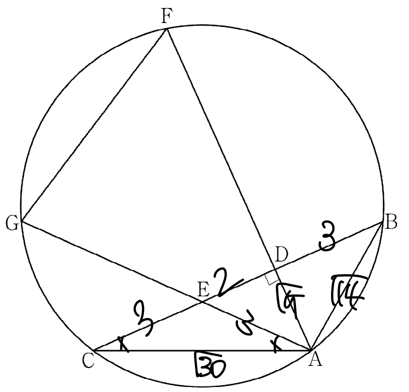
$a=-3,\ b=3$

$\boxed{a=6t-6}$

$a(3)=12$

11. 그림과 같이 $\overline{BC}=8$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 BC 위에 두 점 D, E를 $\overline{BD}=\overline{CE}=3$이 되도록 잡는다. 삼각형 ABC의 외접원이 두 직선 AD, AE와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 각각 F, G라 하자. 직선 BC와 직선 AF가 서로 수직이고, $\overline{AD}=\sqrt{5}$이다. 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R, 선분 FG의 길이를 l이라 할 때, $R \times l$의 값은?

$\left(\text{단, } \angle \text{BAC} > \frac{\pi}{2}\right)$ [4점]



① $\frac{35}{2}$ ② 21 ③ $\frac{49}{2}$ ④ 28 ⑤ $\frac{63}{2}$

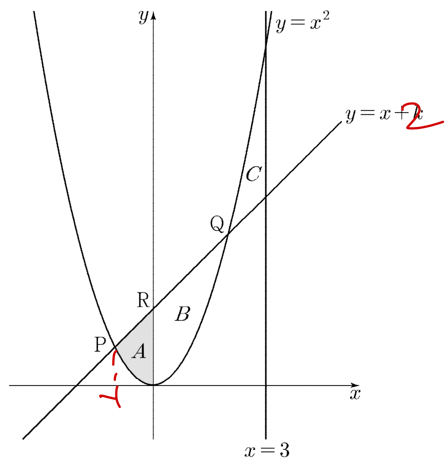
$\sin x = \frac{1}{\sqrt{6}}$

$\sqrt{14} = 2R\frac{1}{\sqrt{6}}$ $R = \frac{\sqrt{84}}{2}$

$FG = 2R\sin\angle DAE = 2 \times \frac{\sqrt{84}}{2} \times \frac{2}{3}$

$l \times R = 2 \times \left(\frac{\sqrt{84}}{2}\right)^2 \times \frac{2}{3} = 42 \times \frac{2}{3} = 28.$

12. 그림과 같이 실수 $k\ (0<k<6)$에 대하여 직선 $y=x+k$가 곡선 $y=x^2$과 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하고, 직선 $y=x+k$가 y축과 만나는 점을 R이라 하자.
곡선 $y=x^2$과 y축 및 선분 PR로 둘러싸인 부분의 넓이를 A,
곡선 $y=x^2$과 y축 및 선분 QR로 둘러싸인 부분의 넓이를 B,
곡선 $y=x^2$과 두 직선 $y=x+k$, $x=3$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 C라 하자. $B-C=\frac{3}{2}$일 때, $k \times A$의 값은? (단, 점 P의 x좌표는 점 Q의 x좌표보다 작다.) [4점]



① $\frac{13}{6}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{17}{6}$

$\int_0^3 x^2 - x - k = -\frac{3}{2}$

$9 - \frac{9}{2} - 3k = -\frac{3}{2}$ $3k=6$ $k=2$

$\int_{-1}^{0} x^2 - x - 2 = -\left|-\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 2\right| = -\frac{7}{6}$ $A = \frac{7}{6}$

$\frac{7}{6} \times 2 = \frac{7}{3}$

13. 정수 k에 대하여 첫째항이 정수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} -a_n+1+k & (|a_n|\text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n+k & (a_n=0 \text{ 또는 } |a_n|\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다. $a_3=2$, $|a_2\times a_4|=8$일 때, 모든 a_1의 값의 합은? [4점]

-10, -9, 20

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

$a_3=2$ $a_4=k+1$

$a_2=\begin{cases} k-1 & (k:\text{짝수}) \\ 4-2k & (k:\text{홀수}) \end{cases}$

① $a_2=k-1$ $k^2-1=9$ $k=\pm3$ ∴ 짝수X

$k^2-1=-9$ ∴ 실근X

② $a_2=4-2k$ $(k+1)(k-2)=4$ $k=3$ or $k=-2$

$(k+1)(k-2)=-4$ ∴ 실근X

i) $k=3$ $a_2=-2$ $a_2=\begin{cases} -a_1+4 & (\text{홀}) \\ \frac{1}{2}a_1+3 & (\text{짝}) \end{cases}$

a_1: -10

ii) $k=-2$ $a_2=8$ $a_2=\begin{cases} -a_1-1 & (\text{홀}) \\ \frac{1}{2}a_1-2 & (\text{짝}) \end{cases}$

a_1: -9, 20

14. 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} -x+4 & (x\le 0 \text{ 또는 } x\ge 6) \\ f(x) & (0<x<6) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $g(f(2))$의 값은? [4점]

$f(2)=\frac{9}{2}\cdot\frac{4}{9}-4=-2$

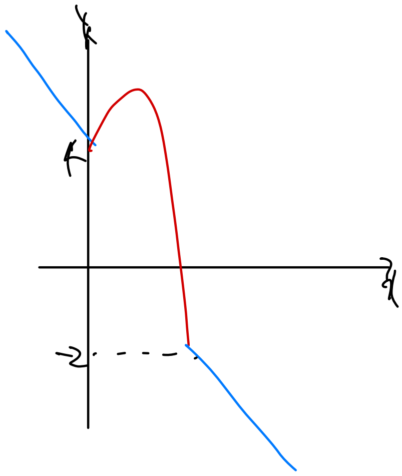
$g(-2)=6$.

> (가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.
> (나) x에 대한 방정식 $|g(x)|=k$의 서로 다른 양의 실근의 개수가 3이 되도록 하는 양수 k의 개수는 1이다.

① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

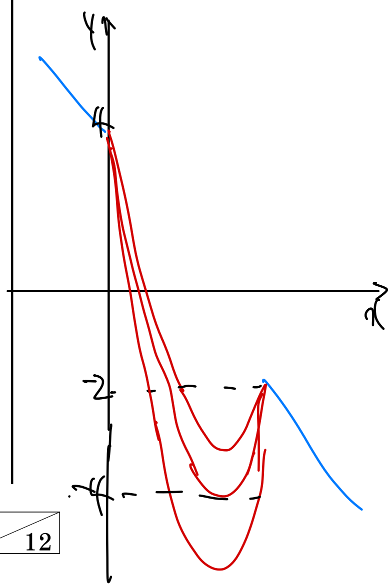
연속 → $f(0)=4$, $f(6)=-2$

① $a<0$ 극값 ≥4인 경우



만족 k 없음.

② $a>0$ 극값 ≤-2인 경우



k 개수… ① $-4<$극값<-2인 경우 $k=-$극값, 2

② 극값$=-4$인 경우 $k=2$로 유일

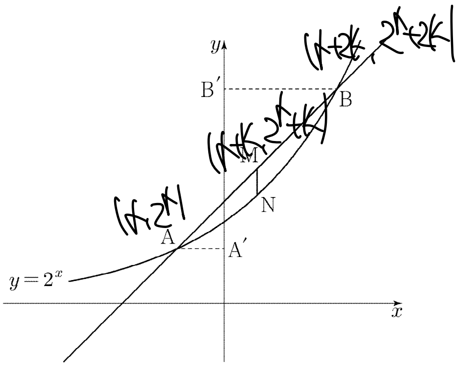
③ 극값<-4인 경우 $k=2$, $4<k<-$극값

$f(x)=p(x-q)^2-4$ $f(0)=4$ $f(6)=-2$

$pq^2=8$ $p(6-q)^2=2$ $q=\frac{4}{3}$ $(q>0)$ $p=\frac{9}{2}$

$f(x)=\frac{9}{2}(x-\frac{4}{3})^2-4$ $f(2)=-2$ $g(-2)=6$

15. 그림과 같이 곡선 $y=2^x$ 위의 제2사분면에 있는 점 A를 지나고 기울기가 1인 직선이 곡선 $y=2^x$와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 B라 하고, 두 점 A, B에서 y축에 내린 수선의 발을 각각 A$'$, B$'$이라 하자. 선분 AB의 중점을 M이라 할 때, 점 M을 지나고 x축에 수직인 직선이 곡선 $y=2^x$와 만나는 점을 N이라 하자. $\overline{\mathrm{MN}}=\frac{1}{6}\overline{\mathrm{A'B'}}$일 때, 점 B의 y좌표는? [4점]



① $\frac{13}{6}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{17}{6}$

$6(2^k+k-2^{1+k})=2k$

$2^{1+2k}=2^k+2k$

$6\times 2^k-6\times 2^{1+k}=-4k.$

$2\times 2^k-2\times 2^{1+2k}=-4k$

$6-6\times 2^k=2-2\times 2^{2k}$ $2^k=t$ $(t>1)$ ..$(k>0)$

$6-6t=2-2t^2$ $2t^2-6t+4=0.$ $t=2$

$k=1$ $4\times 2^k=2^k+2$ $2^k=\frac{2}{3}$

$B_y=2^k+2k=\frac{2}{3}+2=\frac{8}{3}$

단답형

16. 방정식 $\log_3 x=\frac{3}{2}+\log_9 x$를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

$\log_a(x^2)=\log_a(27x)$

$x=27$

17. 상수 a에 대하여 함수

$$f(x)=x^3-ax^2+9x+15$$

가 $x=3$에서 극소일 때, 함수 $f(x)$의 극댓값을 구하시오. [3점]

$f'(x)=3x^2-2ax+9$

$27-6a+9=0$ $a=6$

$f'=3(x-1)(x-3)$

f 극대 at $x=1$ ..> $f(1)=25-6=19$

18. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자.

$a_1+a_2+a_3$

$$\frac{a_3}{a_1}=13, \quad S_2=16$$

일 때, a_5의 값을 구하시오. [3점]

$r^2+r+1=13$

$r^2+r-12=0$

$r=-4$ or $r=3$

$4a_1=16 \quad a_1=4 \quad a_5=4\times(3)^4=324$

19. 다항함수 $f(x)$가 상수 $a\ (a>0)$과 모든 실수 x에 대하여

$$xf(x)-f(x)=x^2+x\int_0^a f(t)\,dt+\frac{3}{2}a$$

를 만족시킬 때, $f(10)$의 값을 구하시오. [3점]

$(x-1)f(x)=x^2 \sim$

$f(x)=x+k$

$x^2+(k-1)x-k=x^2+x\int_0^a f(t)dt+\frac{3}{2}a$

$\vee\ k=-\frac{3}{2}a$

$\int_0^a (t+k)\,dt=k-1$

$\frac{1}{2}a^2+ka=k-1$

$\frac{1}{2}a^2-\frac{3}{2}a^2=-\frac{3}{2}a-1$

$a^2-\frac{3}{2}a-1=0$

$2a^2-3a-2=0$

$a=2$ or $a=-\frac{1}{2}$

$(a>0)$

$\parallel k=-3,\ f(x)=x-3$

$\Rightarrow f(10)=7$

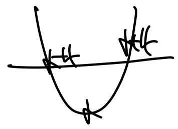
20. 최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 모든 이차함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 값의 합을 구하시오. [4점]

$\lim\limits_{x\to k}\dfrac{f(x)}{f'(x)f(x-4)}$의 값이 존재하지 않는 실수 k의 값은 $p\ (p<4)$와 4뿐이다.

① 분모 0 되는 지점이 실제로 2개인 경우

i) $f'(x)$와 $f(x-4)$ 공통근

$f=0$

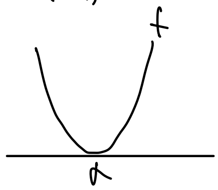


$\alpha, \alpha+8$ 에서 존재X ($\alpha+4, \alpha+4+4$에서의 극한X)

4

$f(x)=(x+8)x \quad f(1)=9$

ii) $f(x-4)$ 중근

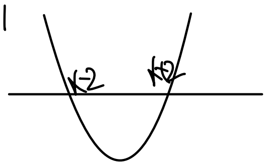


이때 $x=\alpha$는 f도 0이므로 극한 존재

$x=\alpha+4$에서만 존재X

② 분모 0 되는 3개이지만 f에 의해 1개 상쇄

iii)



$x=k,\ k+2,\ k+6$에서 0 되어 상쇄되기

이때 $x=k+2$에서는 f도 0이므로 극한 존재

$\alpha,\ \alpha+6$에서 존재X

4

$f=(x+4)x \quad f(1)=5$

$9+5=14$

21. 공차가 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{n=1}^{6} a_n$의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M+m$의 값을 구하시오. [4점]

> (가) $a_4 = \frac{5}{2}$
>
> (나) $|a_{k+1}| < |a_{k+2}| < |a_k|$를 만족시키는 3이 아닌 자연수 k가 존재한다.

크-작-중 (0 근처 관찰)

	1	2	3	4	5	6
$d<0$			3.5	2.5	1.5	··(X)
			4.5	2.5	0.5	−1.5
			5.5	2.5	−0.5	−3.5
			⋮			
			8.5	2.5	−3.5	

$d=-2$

but 3이 아닌 자연수

	1	2	3	4	5	6	7
$d>0$		0.5	1.5	2.5	3.5		
		−1.5	0.5	2.5	4.5		
		−3.5	−0.5	2.5			
		−5.5	−1.5	2.5			
		2.5	⋮ 2.5				
		X					

$d=3$

$d=4$

$\sum_{n=1}^{6} a_n = 6a_4 - 3d = 15 - 3d$

Max $d=-2$ 값: 21

min $d=4$ 값: 3

24

22. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 있다. 모든 실수 x에 대하여

$$|g(x)| = |f(x)|$$

가 성립한다. 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식 $g(x) = t$의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$라 하자. 서로 다른 두 양수 a, b에 대하여 세 함수 $f(x)$, $g(x)$, $h(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극대이고, $f(-2)=0$이다.
>
> (나) 함수 $g(x)$는 $x=a$와 $x=b$에서만 미분가능하지 않다.
>
> (다) 모든 실수 t에 대하여 $h(t) > 0$이고, $h(f(0)) > 2$이다.

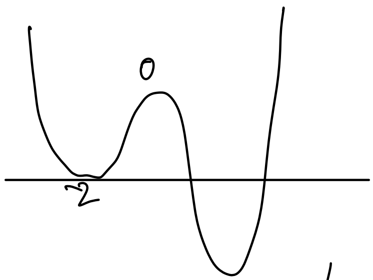
$h\left(\frac{64}{3}\right) = 4$일 때, $|g(-3) + g(0)|$의 값을 구하시오. [4점]

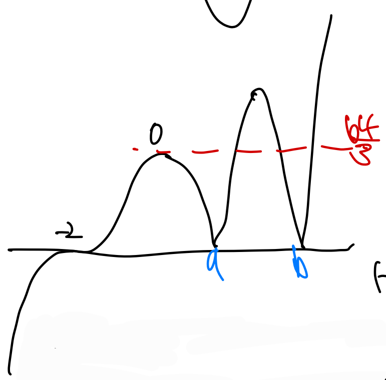
9

$g(x) = \pm f(x)$

$g(x)$ 미분불가 2개: $f(x)$ ╱ 단일근 최소 2개

$+\infty$로 $-\infty$로 모두 감 + 양수의 단일근 2개 ⇒ 중근 1 단일근 1 단일근





$\int_{-2}^{0} f(x) = \frac{64}{3}$

$\int_{-2}^{0} x(x+2)(x-k) = \frac{64}{3}$

$= \frac{64}{3}$

$(1+k)\int_{-2}^{0} x(x+2) = \frac{16}{3}$

$k=3$

$|g(-3)+g(0)| = |f(0) - f(-3)| = 9$

$f(0) - f(-3) = \int_{-3}^{0} (x+2)^2 x(x-3) = \int_{-3}^{0} 4x^3 - 4x^2 - 24x$

$= \left[x^4 - \frac{4}{3}x^3 - 12x^2\right]_{-3}^{0} = -(81+36-108) = -9$

제 2 교시

수학 영역(미적분)

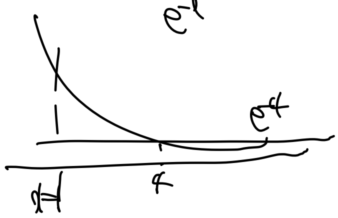
5지선다형

23. 두 양수 a, b에 대하여 $\lim_{x \to 0} \frac{e^{ax}-1}{\ln(x+b)} = 2$일 때, $a+b$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 곡선 $y=e^{-x}$과 두 직선 $x=1$, $y=e^{-4}$으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [3점]

① $\frac{1}{e}-\frac{4}{e^4}$ ② $\frac{1}{e}-\frac{3}{e^3}$ ③ $\frac{1}{e}-\frac{2}{e^4}$ ④ $\frac{2}{e}-\frac{4}{e^4}$ ⑤ $\frac{2}{e}-\frac{3}{e^4}$



$\int_1^4 e^{-x} - e^{-4}$

$= \left[-e^{-x} - e^{-4}x\right]_1^4 = -e^{-4} + e^{-1} - 3e^{-4} = \frac{1}{e} - \frac{4}{e^4}$

25. 곡선 $2\ln y = x^2+2x+2$ 위의 점 $(-2,\ e)$에서의 접선의 x절편은? [3점]

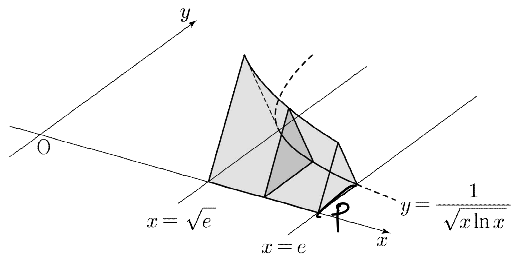
① $-\frac{5}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{3}{2}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{1}{2}$

$\frac{2y'}{y}=2x+2$

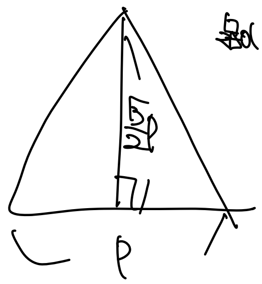
$\frac{2}{e}y'=-2$ $y'=-e$

접선: $y=-e(x+2)+e$ $y=-ex-e.$

26. 그림과 같이 곡선 $y=\frac{1}{\sqrt{x\ln x}}$ $(\sqrt{e}\le x\le e)$와 x축 및 두 직선 $x=\sqrt{e}$, $x=e$로 둘러싸인 부분을 밑면으로 하는 입체도형이 있다. 이 입체도형을 x축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정삼각형일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



① $\frac{\sqrt{3}}{8}\ln 2$ ② $\frac{\sqrt{3}}{4}\ln 2$ ③ $\frac{3\sqrt{3}}{8}\ln 2$
④ $\frac{\sqrt{3}}{2}\ln 2$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{8}\ln 2$



넓이: $\frac{\sqrt{3}}{4}p^2$

$\ln x = t.$

$\int_{\sqrt{e}}^{e}\frac{\sqrt{3}}{4}\frac{1}{x\ln x}dx$

$=\frac{\sqrt{3}}{4}\int_{\frac{1}{2}}^{1}\frac{1}{t}dt.$

$=\frac{\sqrt{3}}{4}[\ln t]_{\frac{1}{2}}^{1}=\frac{\sqrt{3}}{4}\ln 2$

27. 매개변수 t로 나타내어진 곡선

$$x = 2t - \sin 2t \cos 2t, \quad y = \sin^2 2t$$

에 대하여 $0 \le t \le \frac{3}{8}\pi$에서 이 곡선의 길이는? [3점]

① $2 - \frac{\sqrt{2}}{2}$ ② 2 ③ $2 + \frac{\sqrt{2}}{2}$

V ④ $2 + \sqrt{2}$ ⑤ $2 + \frac{3\sqrt{2}}{2}$

$x = 2t - \frac{1}{2}\sin 4t \quad y = \sin^2 2t$

$x' = 2 - 2\cos 4t \quad y' = 4\sin 2t \cos 2t = 2\sin 4t$

$\sqrt{(2-2\cos 4t)^2 + (2\sin 4t)^2}$

$= \sqrt{4\cos^2 4t - 8\cos 4t + 4 + 4\sin^2 4t}$

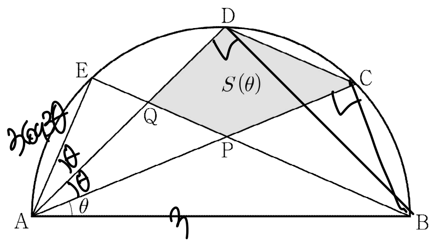
$= \sqrt{8 - 8\cos 4t} = \sqrt{16\sin^2 2t} = 4\sin 2t$

$(0 \le t \le \frac{3}{8}\pi)$

$\int_0^{\frac{3}{8}\pi} 4\sin 2t = \left[-2\cos 2t\right]_0^{\frac{3}{8}\pi}$

$= \sqrt{2} + 2$

28. 그림과 같이 $\overline{AB} = 3$인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 서로 다른 세 점 C, D, E를 $\angle BAC = \angle CAD = \angle DAE = \theta$가 되도록 잡는다. 두 선분 AC, CD가 선분 BE와 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, 사각형 CDQP의 넓이를 $S(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{\theta^3}$의 값은? $\left(\text{단, } 0 < \theta < \frac{\pi}{6}\right)$ [4점]



① 12 ② 15 V ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

$AQ = \frac{3\cos 3\theta}{\cos\theta}, \quad AP = \frac{3\cos 3\theta}{\cos 2\theta}$

$AD = 3\cos 2\theta \quad AC = 3\cos\theta$

$S(\theta) = \triangle ADC - \triangle AQP$

$= \frac{1}{2} \times 3\cos 2\theta \times 3\cos\theta \times \sin\theta - \frac{1}{2} \times \frac{3\cos 3\theta}{\cos\theta} \times \frac{3\cos 3\theta}{\cos 2\theta} \times \sin\theta$

$= \frac{9}{2}\sin\theta \times \left(\frac{(\cos\theta\cos 2\theta)^2 - (\cos 3\theta)^2}{\underbrace{\cos\theta\cos 2\theta}_{\to 1}}\right)$

$\sin\theta \simeq \theta$

$\cos\theta \simeq 1 - \frac{1}{2}\theta^2$

$= \frac{9}{2}\theta \times \left(\left((1-\frac{1}{2}\theta^2)(1-2\theta^2)\right)^2 - (1-\frac{9}{2}\theta^2)^2\right)$

$= \frac{9}{2}\theta \times \left((1-\frac{5}{2}\theta^2)^2 - (1-\frac{9}{2}\theta^2)^2\right)$

$(1-5\theta^2) - (1-9\theta^2)$

$= \frac{9}{2}\theta \times 4\theta^2 = 18\theta^3$

단답형

29. 첫째항과 공비가 각각 0이 아닌 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$이 각각 수렴하고

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_{2n}}{a_{2n}} = \frac{5}{3}, \quad \left|\sum_{n=1}^{\infty}(a_n - b_n)\right| = \left|\sum_{n=1}^{\infty} a_n\right|$$

이 성립한다. $b_1 = \frac{5}{2}a_1$일 때, $25 \times \frac{a_2}{b_3}$의 값을 구하시오. [4점]

1 2 3 4

a_n $2k$.
b_n $5k$

✓ $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_{2n}}{a_{2n}} = \frac{5}{3}$ ⇒ $\dfrac{\frac{5 r_B}{2 r_A}}{1-\left(\frac{r_B}{r_A}\right)^2} = \frac{5}{3}$.

$\frac{r_B}{r_A}=t$ $\dfrac{\frac{5}{2}t}{1-t^2}=\frac{5}{3}$ $3t=2-2t^2$

$2t^2+3t-2=0$
$2t$ -1
t 2

$|t|<1$ (수렴성)

∴ $t=\frac{r_B}{r_A}=\frac{1}{2}$ ①

✓ $\left|\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-b_n)\right| = \left|\sum_{n=1}^{\infty} a_n\right|$

⇒ $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-b_n) = \sum_{n=1}^{\infty}(a_n)$ or $\sum_{n=1}^{\infty}(a_n-b_n)=\sum_{n=1}^{\infty}(-a_n)$

$\sum_{n=1}^{\infty} b_n=0$ ⋯(X) $\sum_{n=1}^{\infty} 2a_n = \sum_{n=1}^{\infty} b_n$

$\frac{4k}{1-r_A} = \frac{5k}{1-r_B}$

$4-4r_B=5-5r_A$ ②

①,②에 의해

$5r_A-4r_B=1$

$6r_B=1$ $r_B=\frac{1}{6}$ $r_A=\frac{1}{3}$

$a_2=\frac{2}{3}k$. $b_3=\frac{5}{36}k$ $\frac{a_2}{b_3}\times 25 = \frac{2}{3}\times\frac{36}{5}\times 25 = 120$

30. 최고차항의 계수가 1이고 극값을 갖는 삼차함수 $f(x)$와 상수 $p\ (p>0)$에 대하여 함수

$$g(x) = \{\ln(|f(x)|+p)\}^2$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, $x=2$에서 극대이다.
>
> (나) x에 대한 방정식 $g'(x)=0$은 서로 다른 세 실근을 갖고, 이 세 실근은 크기 순서대로 공비가 2인 등비수열을 이룬다.

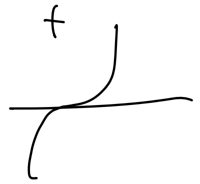
$g(p)>0$일 때, $f(p+5)$의 값을 구하시오. [4점]

$f>0$일때 f'
<0일때 $-f'$

$g'(x)=2\ln(|f(x)|+p)\times\dfrac{\pm f'(x)}{|f(x)|+p}$

이 부분 연속.. 삼차함수에서 무조건 하나 이상 존재하는 미분불가능point
⇒연속의 성질

① $\pm f'$ 자체연속



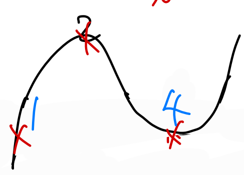
⇒극값X.

② f 미분불가능점에서 $\ln(|f(x)|+p)=0$ .. 미분불가능점에서 $f(x)=0$이므로 $p=1$

$g'(x)=2\ln(|f(x)|+1)\times\dfrac{\pm f'(x)}{|f(x)|+1}$, $x=2$에서 극대이므로 $f'(2)=0$

① $f(2)$ 극값 >0

$g'(x)=2\ln(|f(x)|+1)\times\dfrac{f'(x)}{|f(x)|+1}$ 이므로 극대이려면



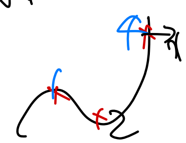
이때 $f'(x)=0$ or $f(x)=0$ 실근 3개, 등비수열

⇒나머지 : 1, 4

이때, $g'(1)=0$이므로 모순!

② $f(2)$ 극값 <0

$g'(x)=2\ln(|f(x)|+1)\times\dfrac{-f'(x)}{|f(x)|+1}$



⇒나머지 : 1, 4

$f=(x-1)^2\left(x-\frac{5}{2}\right)-\frac{27}{2}$

$f(6)=25\times\frac{7}{2}-\frac{27}{2}=\frac{175-27}{2}=74$

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.