2026학년도 경찰대학 1차 시험

- 수학 -

응시자 유의사항
※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마십시오.

경 찰 대 학

http://www.police.ac.kr

※ 총 9쪽 25문항(3점 5문항, 4점 15문항, 5점 5문항)입니다.
[1~20] 각 문항의 답을 하나만 고르시오.

1. $x=\log_3 5$일 때, $5^{\frac{1}{x}}=(9\sqrt{3})^a$이 성립하도록 하는 실수 a의 값은? [3점]

① $\frac{2}{9}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{2}{7}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

$3^x=5 \Rightarrow 5^{\frac{1}{x}}=3$

$\frac{5}{2}a=1 \Rightarrow a=\frac{2}{5}$

2. 방정식

$$\log_{x+1}2+\log_{x-1}2=2\log_{x+1}2\times\log_{x-1}2$$

를 만족시키는 실수 x의 값은? [3점]

① $\sqrt{5}$ ② $\sqrt{6}$ ③ $\sqrt{7}$ ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

$$\frac{1}{\log_2(x+1)}+\frac{1}{\log_2(x-1)}=\frac{2}{\log_2(x+1)\times\log_2(x-1)}$$

$\log_2(x^2-1)=2 \Rightarrow x=\sqrt{5}$

3. 두 상수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=ax^2+bx$가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값은? [3점]

(가) $\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2-x+1}=1$

(나) $\lim_{h\to 0}\frac{f(5+h)-f(5-3h)}{2h}=22$

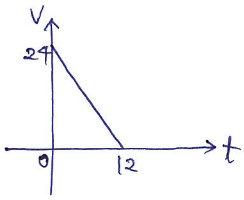
① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

(가) $a=1$

(나) $f'(5)=11 \Rightarrow 10+b=11 \Rightarrow b=1$

4. 직선 도로를 24 m/s의 속도로 달리는 순찰차에 제동을 건 지 t초 후의 순찰차의 속도 $v(t)$ m/s가 $v(t)=24-2t\ (0\le t\le 12)$이다. 이 순찰차에 제동을 건 후 완전히 정지할 때까지 순찰차가 움직인 거리는? (단, 거리의 단위는 m이다.) [3점]

① 132 ② 136 ③ 140 ④ 144 ⑤ 148



$S=12^2=144$

5. 등비수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_1=\sqrt{2}$, $a_2=2$일 때,

$$a_1a_4+a_2a_5+a_3a_6+a_4a_7$$

의 값은? [4점]

① $50\sqrt{2}$ ② $55\sqrt{2}$ ③ $60\sqrt{2}$ ④ $65\sqrt{2}$ ⑤ $70\sqrt{2}$

$r=\sqrt{2}$

$$\frac{a_1^2r^3\{(r^2)^4-1\}}{r^2-1}=2\times2\sqrt{2}(16-1)=60\sqrt{2}$$

6. 자연수 n에 대하여 x에 대한 이차방정식

$$x^2+88x-(n+1)(n+3)=0$$

의 두 근을 각각 α_n, β_n이라 할 때, $\displaystyle\sum_{n=1}^{9}\left(\frac{1}{\alpha_n}+\frac{1}{\beta_n}\right)$의 값은? [4점]

① 27 ② 28 ③ 29 ④ 30 ⑤ 31

$$\sum_{n=1}^{9}\frac{\alpha_n+\beta_n}{\alpha_n\beta_n}=\sum_{n=1}^{9}\frac{88}{(n+1)(n+3)}$$

$$=44\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{11}-\frac{1}{12}\right)$$

$$=29$$

7. 미분가능한 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $g'(1)$의 값은? [4점]

(가) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(1,1)$에서의 접선의 기울기는 12이다.

(나) 모든 실수 x에 대하여 $g(x)=f(x)\times\displaystyle\sum_{n=1}^{4}\frac{x^n}{n}$이다.

① 27 ② 29 ③ 31 ④ 33 ⑤ 35

(가) $f(1)=1$, $f'(1)=12$

(나) $g'(x)=f'(x)\displaystyle\sum_{n=1}^{4}\frac{x^n}{n}+f(x)\sum_{n=1}^{4}x^{n-1}$

$g'(1)=12\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right)+4=29$

8. 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$x^3-x^2+3x\le f(x)\le x^3+x^2+3x$$

를 만족시킬 때, $\displaystyle\lim_{x\to0}\frac{\{f(x)\}^3}{x^2\{4x-f(x)\}}$의 값은? [4점]

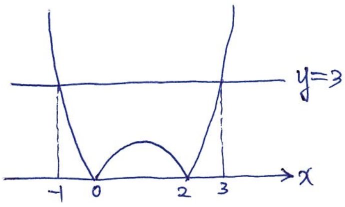
① 23 ② 24 ③ 25 ④ 26 ⑤ 27

$$\lim_{x\to0}\frac{x^3(x^2-x+3)^3}{x^2(-x^3+x^2+x)}=27$$

$$\lim_{x\to0}\frac{x^3(x^2+x+3)^3}{x^2(-x^3-x^2+x)}=27$$

9. 곡선 $y=|x^2-2x|$와 직선 $y=3$으로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

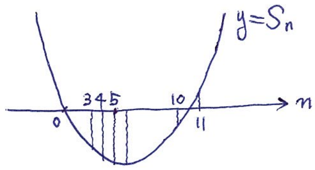


$S=\frac{4^3}{6}-\frac{2\times 2^3}{6}=8$

10. 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_{10}\times S_{11}<0$이고 $a_4=42$일 때, $a_n<0$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값은? [4점]

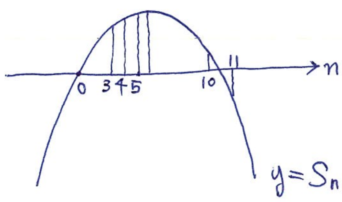
① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

(i)



(X)

(ii)



$$\begin{cases} S_{10}=10a_{5.5}>0 \\ S_{11}=11a_6<0 \Rightarrow n=6 \end{cases}$$

11. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$와 함수

$$g(x)=\begin{cases} \frac{1}{x-2} & (x\neq 2) \\ 3 & (x=2) \end{cases}$$

에 대하여 함수 $f(x)g(x)$가 $x=2$에서 연속일 때, $f(7)$의 값은? [4점]

① 24 ② 25 ③ 26 ④ 27 ⑤ 28

$$f(x)g(x)=\begin{cases} \frac{f(x)}{x-2} & (x\neq 2) \\ 3f(2) & (x=2) \end{cases}$$

$\lim_{x\to 2}\frac{f(x)}{x-2}=3f(2) \Rightarrow f(2)=0,\ f'(2)=0$

$\therefore f(x)=(x-2)^2$

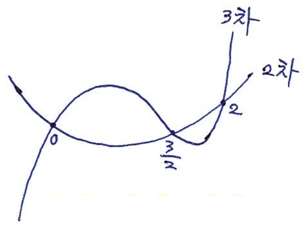
12. 두 연속함수 $f(x), g(x)$에 대하여

$$\max\{f(x), g(x)\}=\begin{cases} f(x) & (f(x)\geq g(x)) \\ g(x) & (f(x)<g(x)) \end{cases}$$

라 하자. $\int_0^2 \max\{2x^3-6x^2+4x,\ x^2-2x\}dx$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{24}$ ② $\frac{5}{96}$ ③ $\frac{1}{16}$ ④ $\frac{7}{96}$ ⑤ $\frac{1}{12}$

$2x^3-7x^2+6x=0 \Rightarrow x=0, \frac{3}{2}, 2$



$\therefore \int_0^{\frac{3}{2}}(2x^3-6x^2+4x)dx+\int_{\frac{3}{2}}^{2}(x^2-2x)dx=\frac{7}{96}$

13. 최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x), g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $g(2)=0$
>
> (나) $n=2, 3, 4, 5$일 때, $\lim_{x \to n} \frac{f(x)}{g(x)} = (n-2)(n-3)$이다.

$g(6)$의 값은? [4점]

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

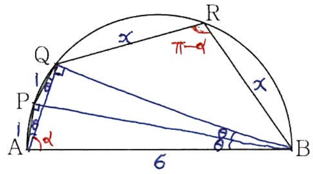
$$\begin{cases} f(x)=(x-2)^2(x-3) \\ g(x)=(x-2)\,h(x) \end{cases}$$

$$\lim_{x \to n} \frac{(x-2)(x-3)}{h(x)} = (n-2)(n-3) \quad (\text{단}, n=4, 5)$$

$$h(4)=h(5)=1 \Rightarrow h(x)=(x-4)(x-5)+1$$

$$\therefore g(6)=4\times 3=12$$

14. 그림과 같이 길이가 6인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 세 점 P, Q, R을 $\overline{AP}=\overline{PQ}=1$과 $\overline{QR}=\overline{RB}$가 되도록 잡는다. 선분 RB의 길이가 x일 때, x^2의 값은? [4점]



① $17-\sqrt{35}$ ② $17-\sqrt{33}$ ③ $18-\sqrt{37}$
④ $18-\sqrt{35}$ ⑤ $18-\sqrt{33}$

$$\overline{BP}=\sqrt{36-1}=\sqrt{35}$$

$$\overline{AQ}=2\cos\theta=2\times\frac{\sqrt{35}}{6}=\frac{\sqrt{35}}{3}$$

$$\overline{BQ}=\sqrt{36-\frac{35}{9}}=\frac{17}{3}$$

$$\frac{289}{9}=2x^2(1+\cos\alpha)$$

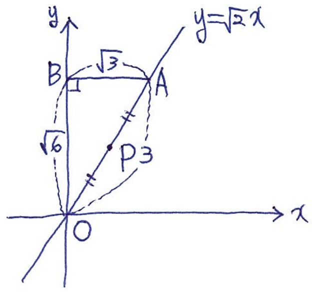
$$\frac{289}{9}=2x^2\left(1+\frac{\sqrt{35}}{18}\right)$$

$$\therefore x^2=\frac{289}{18+\sqrt{35}}=18-\sqrt{35}$$

15. 직선 $y=\sqrt{2}x$ 위의 제1사분면의 점 A와 $\overline{AB}=\sqrt{3}$인 y축 위의 점 B가 있다. $\overline{PO}=\overline{PA}=\overline{PB}$를 만족시키는 좌표평면 위의 점 P에 대하여 $\overline{OP}\times\cos(\angle AOB)$의 값은?
(단, O는 원점이고 점 B의 y좌표는 양수이다.) [4점]

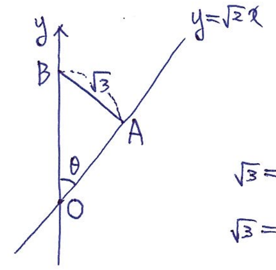
① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② 1 ③ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ④ $\frac{\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\frac{\sqrt{7}}{2}$

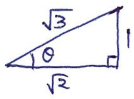
P : △OAB의 외심



∴ $\frac{3}{2}\times\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

※





$\sqrt{3}=2R\sin\theta$

$\sqrt{3}=2R\times\frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow R=\frac{3}{2}$

∴ $R\cos\theta=\frac{3}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{2}$

16. 실수 a에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수

$$f(x)=\begin{cases}-(x+1)^2(x-3) & (x\le a)\\ 0 & (x>a)\end{cases}$$

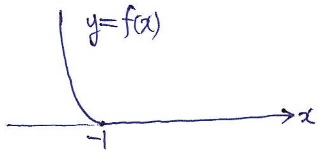
가 다음 조건을 만족시킨다.

기울기가 양수인 직선 중에서 함수 $y=f(x)$의 그래프와 만나는 점의 개수가 2 이상인 직선이 존재한다.

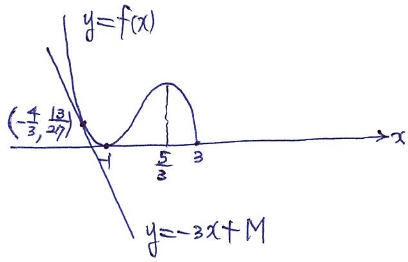
함수 $g(x)$를 $g(x)=-3x+k$라 할 때, 모든 실수 x에 대하여 $g(x)\le f(x)$가 되도록 하는 실수 k의 최댓값을 M이라 하자. $a+M$의 값은? [4점]

① $-\frac{26}{27}$ ② $-\frac{23}{27}$ ③ $-\frac{20}{27}$ ④ $-\frac{17}{27}$ ⑤ $-\frac{14}{27}$

(i) $a=-1$ (X)



(ii) $a=3$



$-(x+1)(3x-5)=-3$

$3x^2-2x-8=0 \Rightarrow x=-\frac{4}{3}$

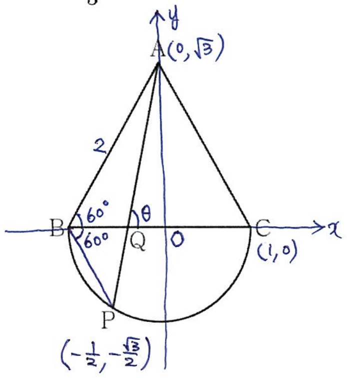
$3x \quad +4$

$x \quad -2$

$M=\frac{13}{27}-4$

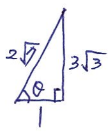
∴ $a+M=\frac{13}{27}-1=-\frac{14}{27}$

17. 그림과 같이 한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC와 선분 BC를 지름으로 하는 반원이 한 평면에 놓여 있다. 호 BC 위의 점 P에 대하여 선분 AP가 선분 BC와 만나는 점을 Q라 하자. $\angle \mathrm{CBP} = \frac{\pi}{3}$일 때, $\sin(\angle \mathrm{CQP})$의 값은? [4점]



① $\frac{\sqrt{21}}{14}$　② $\frac{3\sqrt{21}}{28}$　③ $\frac{\sqrt{21}}{7}$　④ $\frac{5\sqrt{21}}{28}$　⑤ $\frac{3\sqrt{21}}{14}$

$\tan\theta = \dfrac{\frac{3\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = 3\sqrt{3}$



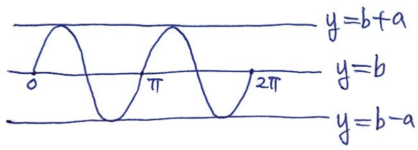
$\therefore \sin(\pi - \theta) = \sin\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{21}}{14}$

18. 10 이하의 두 자연수 a, b에 대하여 함수

$$y = a\sin 2x + b \quad (0 \le x \le 2\pi)$$

의 그래프가 두 직선 $y=1$, $y=6$과 만나는 서로 다른 점의 개수를 각각 m, n이라 하자. $m+n$의 값이 최대일 때, a, b의 모든 순서쌍 (a, b)의 개수는? [5점]

① 6　② 8　③ 10　④ 12　⑤ 14



(i) $m=5,\ n=4$

$\begin{cases} b=1 \\ b<6<b+a \Rightarrow a>5 \end{cases}$

(ii) $m=4,\ n=5$

$\begin{cases} b=6 \\ b-a<1<b \Rightarrow a>5 \end{cases}$

$\therefore 2 \times 5 = 10$

19. 함수 $f(x)$와 실수 a에 대하여 $\lim_{x\to a}\frac{f(x)}{(x-a)^k}=L$ (단, $L\neq 0$)인 실수 L이 존재하도록 하는 자연수 k의 값을 $k(a)$라 하자. 최고차항의 계수가 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 사차함수 $f(x)$에 대하여 $f(0)$의 값의 합은? [5점]

(가) $f(0)<0$, $f(1)=-6$이고 $k(-1)=1$, $k(2)=2$이다.
(나) $t<0$인 모든 실수 t에 대하여 $\{x \mid f(x)=t,\ x는\ 실수\}\neq\varnothing$이다.

① -12 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

(가) $f(x)=(x+1)(x-2)^2\{p(x-1)-3\}$

$f(0)=4(-p-3)<0 \Rightarrow p>-3$

(나) $-3<p<0 \Rightarrow p=-2,-1$

$\therefore 4(3-3\times 2)=-12$

20. $x\geq 0$에서 정의된 연속함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

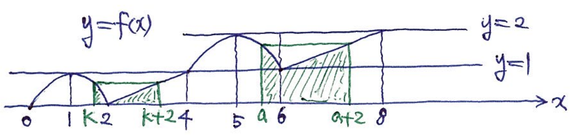
(가) $f(x)=\begin{cases}-x(x-2) & (0\leq x<2)\\ \frac{1}{2}x-1 & (2\leq x\leq 4)\end{cases}$

(나) $x\geq 0$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x+4)=f(x)+1$이다.

실수 a가 $5\leq a\leq 6$일 때, $\int_a^{a+2}f(x)dx$의 최솟값은? [5점]

① $\frac{121}{48}$ ② $\frac{31}{12}$ ③ $\frac{127}{48}$ ④ $\frac{65}{24}$ ⑤ $\frac{133}{48}$

$g(a)=\int_a^{a+2}f(x)dx \Rightarrow g'(a)=f(a+2)-f(a)$



$\frac{1}{2}(k+\cancel{2})-\cancel{1}=-k(k-2) \Rightarrow k=\frac{3}{2},\ a=\frac{3}{2}+4$

$\therefore 2+\int_{\frac{3}{2}}^{2}(2x-x^2)dx+\frac{1}{2}\times\frac{3}{2}\times\frac{3}{4}=\frac{133}{48}$

[21～25] 각 문항의 답을 답안지에 기재하시오.

21. 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여

$$a_1+a_2=5,\ \ a_3+a_4+a_5=30$$

일 때, $a_6+a_7+a_8+a_9$의 값을 구하시오. [3점] 82

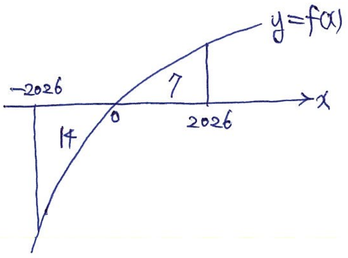
$a_{1.5}=2.5,\ a_4=10 \Rightarrow a_n=3n-2$

$\therefore\ 4a_{\frac{15}{2}}=4\left(\frac{45}{2}-2\right)=82$

22. 미분가능한 함수 $f(x)$가 $f(0)=0$이고 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)>0$이다.

$$\int_{-2026}^{2026} f(x)dx=-7,\quad \int_{0}^{2026} f(x)dx=7$$

일 때, $\displaystyle\int_{-2026}^{2026}|f(x)|dx$의 값을 구하시오. [4점] 21



$\therefore\ 14+7=21$

23. $a>1$인 실수 a에 대하여 곡선 $y=a^x-\frac{1}{2}$이 x축 및 곡선 $y=\left(\frac{1}{a}\right)^x+1$과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 삼각형 AOB의 넓이가 $\frac{1}{4}$일 때, a의 값을 구하시오. (단, O는 원점이다.) [4점] 8

$a^x-\frac{1}{2}=\frac{1}{a^x}+1$

$2(a^x)^2-3a^x+2=0 \Rightarrow a^x=2$

$2a^x \quad\quad +1$

$a^x \quad\quad -2$

$A(-\log_a 2, 0),\ B\left(\log_a 2, \frac{3}{2}\right)$

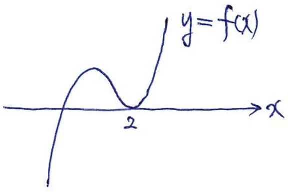
$S=\frac{1}{2}\times\log_a 2\times\frac{3}{2}=\frac{1}{4}$

$a=2^3=8$

24. 양수 k에 대하여 최고차항의 계수가 5인 삼차함수 $f(x)$와 삼차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)$는 $x=2$에서 극소이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)g(x)=(x-1)^2(x-2)^2(x-k)^2$ 이다.

$g'(0)=\dfrac{21}{20}$일 때, $60k$의 값을 구하시오. [5점] 90



$f(x)=5(x-1)(x-2)^2$

$g(x)=\frac{1}{5}(x-1)(x-k)^2=\frac{1}{5}(x-1)(x^2-2kx+k^2)$

$g'(0)=\frac{1}{5}(k^2+2k)=\frac{21}{20}$

$4k^2+8k-21=0 \Rightarrow \underline{k=\frac{3}{2}}$

$2k \quad -3$

$2k \quad +7$

※ $f(x)=5(x-2)^2(x-k)$ (단, $0<k<2$)

$g(x)=\frac{1}{5}(x-1)^2(x-k)=\frac{1}{5}(x^2-2x+1)(x-k)$

$g'(0)=\frac{1}{5}(2k+1)=\frac{21}{20} \Rightarrow k=\frac{17}{8}$ (X)

25. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_1의 최댓값은 $\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [5점] 35

(가) $4<a_1<5$이고, 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}=\lvert a_n\rvert-1$이다.
(나) $\sum_{k=1}^{n}a_k=0$인 자연수 n이 존재한다.

$\underbrace{a_1,\ a_1-1,\ a_1-2,\ a_1-3,\ a_1-4}_{S_5=5a_1-10},\ \underbrace{a_1-5,\ 4-a_1}_{-1},\ \underbrace{a_1-5,\ 4-a_1}_{-1},\ \cdots$ (주기:2)

(i) $S_7=5a_1-11$

$S_9=5a_1-12$

$S_{11}=5a_1-13$

$\vdots$

$20<5a_1<25$ 이므로 $5a_1-24=0 \Rightarrow \underline{a_1=\frac{24}{5}}$

(ii) $S_6=6a_1-15$

$S_8=6a_1-16$

$S_{10}=6a_1-17$

$\vdots$

$24<6a_1<30$ 이므로 $6a_1-29=0 \Rightarrow \underline{a_1=\frac{29}{6}}$

※확인사항 ▷ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입・표기 했는지 확인하시오.