## ◆ 99 수능 61~65번

[61-65] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

그리스 신화에 등장하는 힘센 거인 안타이오스는 땅의 여신 ㉠가이아의 아들이었다. 그는 대지(大地)에 발을 붙이고 있는 한 절대로 지지 않았다. 그의 영토를 통과하려는 여행자는 그와 겨루어야만 했는데, 살아서 지나간 사람은 아무도 없었다. 어느 날 헤라클레스와 맞붙는 일이 벌어졌다. 안타이오스의 어마어마한 ㉡힘의 원천을 알고 있던 헤라클레스는 그를 번쩍 들어올렸다. 발이 땅에서 떨어진 안타이오스는 제대로 힘도 쓰지 못한 채 죽을 수밖에 없었다.

이 신화는 수학자들에게 중요한 사실을 시사해 준다. 안타이오스가 ㉢대지에서 태어나 거기에서 힘을 얻었듯이, 영속적이고 중요한 모든 수학이 ㉣자연 세계로부터 탄생하고 그 속에서 성장해 왔음을 수학의 역사는 보여 준다. 안타이오스의 경우와 같이, 수학도 자연 세계와 접촉하고 있는 경우에만 강력한 힘을 발휘할 것이다. 만약 수학이 자신이 태어난 견고한 대지에서 공기가 희박한 ㉤높은 공중으로 올라가서 순수하게 형식적이고 추상적인 상태로 너무 오래 머무르면, 힘이 약화되는 위험을 감수해야 한다. 따라서 새로운 힘을 보충하려면 때때로 자연 세계로 돌아와야만 한다.

수학은 본래 자연에 대한 관찰과 실생활의 경험을 통해 얻은 실용적인 사실들의 수집에서 출발했다. 그 후 고대 그리스 시대에 이르러 증명과 공리(公理)적 방법의 도입으로 확고한 체제를 갖추게 되었다. 여기에서 증명은 다른 사람을 설득하기 위한 논리적 설명이고, 공리적 방법은 증대된 수학 지식의 체계적인 정리(整理)라고 할 수 있다. 그러므로 증명이나 공리적 방법은 발견의 도구가 될 수는 없으며, 창의적 발상을 저해할 수도 있다. 그리스 시대 이후 오랫동안 정체의 늪에 빠져 있던 수학은, 저명한 수학자이며 과학자인 갈릴레오와 케플러의 놀라운 발견이 이루어진 후, 17세기에 새로운 힘을 얻게 되었다. 갈릴레오는 일련의 실험을 통해 지구 중력장 내의 물체 운동에 관한 기초적인 사실을 많이 발견했고, 케플러는 그 유명한 행성의 운동 법칙 세 가지 모두를 밝혀 냈다. 이들의 업적은 수학 발전의 위대한 계기로 인정되어야 할 것이다. 이들의 발견이 현대 동역학(動力學)과 현대 천체 역학으로 발전하는 과정에서 이러한 변화와 ㉥운동을 다룰 수 있는 새로운 수학 도구를 필요로 했기 때문이다.

이렇게 해서 미분 적분학이라는 새로운 형태의 수학이 탄생했다. 옛 수학과 새로운 수학을 비교하면, 옛 것은 고정되고 유한한 대상을 고려하며 정적인 반면에, 새 것은 변화하고 무한한 대상을 연구하며 역동적이다. 이렇듯 수학은 자연에 발을 딛고 있을 때, 현대 동역학이나 현대 천체 역학과 같은 자연 과학의 발전에 공헌함은 물론 수학 자체의 지속적인 발전을 이루어 낼 수 있었다.

61. ㉠~㉤ 중, 문맥적 의미가 다른 하나는? [1.6점]

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉣ ⑤ ㉤

62. 윗글의 논지에 가장 가까운 것은?

① 자연 과학은 수학적인 경우에만 진정한 과학이다.(칸트)
② 수학의 발전은 국가의 번영과 밀접하게 관련된다.(나폴레옹)
③ 수학을 통해서만 참된 과학을 완전히 이해할 수 있다.(콩트)
④ 자연에 대한 깊이 있는 연구는 수학적 발견을 위한 풍성한 공급원이다.(푸리에)
⑤ 수학은 모든 종류의 추상적 개념을 다루는 데 매우 적절한 도구이며, 이 영역에서 수학의 힘에는 한계가 없다.(디랙)

63. 윗글의 서두에서 신화를 제시하여 얻은 효과로 적절하지 않은 것은? [2점]

① 신화와 본문의 내용이 서로 대응되니까 이해하기가 쉬워졌어.
② 신화는 원래 비유적인 것이므로 본문도 다양하게 해석할 수 있구나.
③ 딱딱한 내용인데도 이야기로 시작해서 그런지 별로 부담스럽지 않게 느껴졌어.
④ 본문을 다 읽어 내려간 것은 신화를 활용해서 흥미를 불러일으켰기 때문일 거야.
⑤ 신화가 내포하고 있는 교훈 때문인지 글쓴이의 주장이 더욱 절실하게 와 닿는 것 같아.

64. '옛 수학'과 '새로운 수학'의 특징을 바르게 짝지은 것은?

| | <옛 수학> | <새로운 수학> |
|---|---|---|
| ① | 정적 | 역동적 |
| ② | 분석적 | 종합적 |
| ③ | 구체적 | 관념적 |
| ④ | 비조직적 | 조직적 |
| ⑤ | 과학에 종속 | 과학에서 독립 |

65. ㉥과 같은 뜻으로 '운동'이 쓰인 것은?

① 지구의 자전 운동
② 국회의원 선거 운동
③ 수영하기 전의 준비 운동
④ 맨손 체조의 팔다리 운동
⑤ 자연 보호를 위한 환경 운동

- 정답: 61.⑤ 62.④ 63.② 64.① 65.①

[61～65] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

'수학'이라고 할 때 우리는 일반적으로 서양의 수학을 떠올린다. 그렇다면 동양에는 수학적인 사고 방식이 존재하지 않았던 것일까? 이러한 의문은 우리 선조들이 수학적인 문제 상황을 어떤 방법으로 해결하였는지 확인함으로써 풀릴 수 있을 것이다.

조선 후기의 실학자인 황윤석의『이수신편(理藪新編)』에 있는 '난법가(難法歌)'의 문제중 하나르 보자. "㉠만두 백 개에 ㉡스님이 백 명 인데, ㉢'큰 스님'에게 세 개씩 나누어주고 ㉣'작은 스님'은 세 사람당 한 개식 나누어 준다면, ㉤큰 스님은 몇 명이고 작은 스님은 몇 명일까?"

요즈음의 중・고등 학생들은 이 문제를 어떻게 풀가? 아마도 많은 학생들은 연립방정식을 세워 문제를 해결할 것이다.

즉, 큰스님의 수를 $x$, 작은 스님의 수를 $y$ 라 하면, '$x+y=100$ , ⓐ$3x+\frac{1}{3}y=100$ '이므로 이를 풀어 답을 구할 것이다. 이러한 해법은 서양에서 들어온 것으로, 서양에서는 17세기 경부터 쓰여 온 방법이다.

그런데 난법가에서는 이를 다음과 같이 풀이한다. 만두가 100 개, 스님이 100 명이니까, 큰 스님 1명이 먹는 3개와 작은 스님 3명이 함께 먹는 1개를 묶은 4개를 기본 단위로 삼는다. 이것은 만두 4개에 스님 4명이 대응한다는 데서 이루어진 발상이다. 그리고 만두 100 개를 기본 단위인 4로 나누면 25가 나온다. 이 25는 3개씩 먹는 큰 스님의 수이면서 동시에 작은 스님들이 먹는 만두의 개수이다. 따라서 큰 스님의 수가 25이므로, 작은 스님의 수는 75가 된다.

창의적인 문제 해결의 예로 많이 이용되는 '계토산(鷄兎算)' 문제도『이수신편』에 소개되어 있다. "닭과 토끼가 모두 100마리인데, 다리를 세어보니 272 개였다. 닭과 토끼는 각각 몇 마리인가?" 이 문제는 이율분신(二率分身)이라는 방법으로 풀고 있다. 이율분신이란 닭과 토끼가 모두 다리의 절반을 들고 있다고 가정하는 것이다. 그러면 닭은 다리가 하나, 토끼는 다리가 둘이 되고, 그 수는 모두 136이 된다. 여기서 다리 수와 총 마리 수의 차이, 곧 36은 토끼의 마리 수가 된다. 왜냐하면 이율분신에 의해 닭은 다리 수와 마리 수가 같지만, 토끼는 다리 수가 마리수 보다 하나씩 많기 때문이다. 기발한 착상이다. 이율분신 역시 연립방정식을 세워 푸는 과정과 비교할 때 그 착상의 실체를 확인할 수 있다. 즉, '$x+y=100$ , $2x+4y=272$ '에서 둘째 식의 양변을 2로 나누면 '$x+2y=136$ '이 되는 것과 동일한 조작이다.

연립방정식의 해법에 익숙한 사람의 관점에서 보면, ⓑ이러한 풀이는 상당히 낯설면서도 기발한 착상이 아닐 수 없다. 그런데 이러한 풀이에 대해, 직관에만 의존하였을 뿐 수식에 입각한 논리적인 추론을 갖추지 못하였다고 비판하는 사람도 있다. 그러나 이들 풀이과정에서도 분명히 가설과 논리적인 추론이 작용한다. 직관적으로 만두 네 개와 스님 네 명을 대응시킨 것과 이율분신의 발상을 한 것은 가설에 해당하며, 이를 토대로 합리적인 설명을 해 가는 것은 바로 논리적 추론 그 자체이다.

이러한 사례는 서양과는 다른, 우리 식의 수학적 사고가 분명히 존재했다는 것을 보여준다. 다만 그것이 현재까지 계승되지 못하였을 뿐이다.

61. 윗글에 나타난 우리 선조들의 수학적 사고의 특징으로 가장 적합한 것은?

① 현실적 이해 관계의 중시
② 보편 타당한 방법론의 설정
③ 인간 중심적 세계관의 추구
④ 격식을 중시하는 가치관의 반영
⑤ 구체적인 문제 상황 설정과 해결

62. 난법가의 풀이와 연립방정식에 의한 풀이의 공통점은?

① 추론 과정이 있다.
② 적용 사례가 제한되어 있다.
③ 생활 경험에 기초하여 푼다.
④ 개념을 기호로 바꾸어서 푼다.
⑤ 실험과 관찰의 방법을 이용한다.

63. ⓐ가 함축하는 의미에 해당하지 않는 것은? [1.6점]

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉣ ⑤ ㉤

64. ⓑ와 같은 판단의 근거로 적절하지 않은 것은?

① 서양식의 수학적 사고가 보편화되어 있어서
② 알려지지 않는 풀이 방법을 제시하기 때문에
③ 연립방정식에 의한 풀이보다 더 논리적이어서
④ 예상치 않은 방향에서 풀이의 실마리를 찾기 때문에
⑤ 수와 식을 사용하지 않고도 논리적으로 문제를 풀어서

65. 윗글의 논지를 바탕으로 학술 발표회를 개최하고자 한다. 초청장에 들어갈 발표회의 주제로 적절한 것은? [2점]

① 서양 수학의 동양적 해석
② 정보화 시대의 수학적 사고
③ 수학적 사고의 대중화 방안
④ 전통 수학과 서양 수학의 원류
⑤ 전통 수학의 재평가와 계승 방안

- 정답: 61.⑤ 62.① 63.② 64.③ 65.⑤

## ◆ 07년 10월 고3 25~27번

【25－27】 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

$a^2$의 제곱근*은 $a$다. 예를 들어 4의 제곱근은 2이다. 2를 제곱하면 4가 되기 때문이다. 같은 식으로 9의 제곱근은 3이라는 사실을 금방 알 수 있지만 144처럼 수가 커지면 풀이법을 쓰지 않고서는 제곱근을 구하기가 쉽지 않다. 그래서 풀이 방법이 필요하다. 그런데 수학사에서는 기존의 풀이법과는 전혀 다른 새로운 방법을 고안한 천재들을 종종 발견할 수 있다. 그 중의 한 사람이 조선시대 홍길주다. 그는 전통적 방법이나 서양식 방법과는 다른 획기적인 제곱근 풀이법을 개발했다. 그러면 그의 풀이 방법은 여타의 방법과 어떻게 다른 걸까?

[가] 먼저 동아시아 전통수학사에서 가장 중요한 고전인 ㉠ 구장산술(九章算術)에서 제시한 제곱근 풀이법의 원리를 알아보자. 이 풀이법의 핵심은, 144의 제곱근이 'A십B'(식으로 나타내면 10A+B)일 것으로 예상하고 각 자릿수 A, B가 무엇인지를 알아내는 것이다. 144의 제곱근을 구할 때, 10의 제곱이 100이고 20의 제곱이 400이므로, 144의 제곱근은 10보다는 크고 20보다는 작을 것이니 A는 1이라고 예상한다. 그 다음 10의 제곱인 100을 원래 수 144에서 빼서 나머지 44를 얻는다. 그 다음 일의 자릿수를 알아내기 위해 (2×10+B)×B를 44로 놓고 생각해서 B는 2라는 것을 찾아낸다. 그래서 144의 제곱근이 12임을 알아내는 것이다. 이것은 넓이가 144인 정사각형의 한 변의 길이를 구하기 위해 먼저 각 변을 10으로 잘라서 생기는 정사각형의 넓이를 구한 다음, 그 나머지 도형의 넓이를 구하는 방법으로 생각할 수도 있다.

이것을 일반화한 방정식의 해법인 ㉡ 증승개방법(增乘開方法)은 예상한 값과 실제값의 차를 이용한 반복적 계산으로 제곱근을 알아낼 수 있는 방법이다. 144의 제곱근을 구하기 위한 방정식은 $x^2=144$이고, 이는 $x^2+0x-144=0$으로 나타낼 수 있다. 그런 다음 이 방정식에서 어떤 값을 근이라고 예상한 후, 이 실제값과 예상한 값의 차를 근으로 하는 새로운 방정식으로 변형시킨다. 이 방정식을 이용하여 근에 좀 더 가까운 해를 다시 설정해 또다시 새로운 방정식을 얻는 과정을 반복해서 점차 실제값에 접근해 가는 것이다. 이 방법은 제곱근뿐만 아니라 일반적인 다항방정식의 해법이라는 점에서 구장산술의 방법보다 개선됐다고는 하지만, 제곱근의 최고 자릿수를 예상한 뒤 적당한 수를 원래 수에서 빼면서 차례로 낮은 자릿수를 얻는 방식이라는 점에서 근본 원리는 구장산술과 같다.

그런데 ㉢ 홍길주의 제곱근 풀이법은 다음과 같다. 먼저 원래 수를 반으로 나눈 다음, 그 수에서 1을 빼고, 다시 1을 뺀 나머지에서 2를 빼고, 또 다시 2를 뺀 나머지에서 3을 빼 간다. 이런 식으로 1부터 자연수를 순서대로 빼 나가다가 더 이상 뺄 수 없을 때 이 수를 2배해서 다음에 빼고자 했던 수와 비교해 본다. 비교 결과 두 수가 같으면 그 수가 제곱근이다. 그의 방법은 처음 수를 2로 나누는 과정과 끝에 남은 수를 2배하는 과정만 제외하면, 자연수를 순서대로 빼기만 하면 되기 때문에 쉽다.

구장산술의 방법과 증승개방법은 원리적으로 잘 만들어진 계산법이지만, 실제로 해보면 이해하기 쉽지 않고 계산과정도 복잡하다. 그러나 홍길주의 방법은 쉽다. 홍길주는 제곱근 풀이법뿐만 아니라 여러 가지 새로운 풀이법을 고안해 내기도 했다.

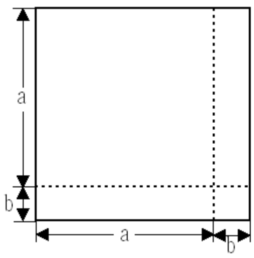
* 제곱근 : 현재 수학교과서에서는 $a^2$의 제곱근을 $\pm a$라고 배우지만, 동양의 전통수학은 실생활 문제 해결 위주여서 음수 제곱근을 생각하지 않았다.

*25.* ㉠~㉢에 대한 설명으로 적절하지 않은 것은?

① ㉠은 제곱근의 최고 자릿수를 예상한 뒤에 답을 찾아가는 방법이다.
② ㉡은 예상한 값과 실제값의 차를 이용한 반복적 계산으로 답을 알아내는 방법이다.
③ ㉡이 ㉠보다는 개선된 풀이 방법이다.
④ ㉢은 ㉠과 ㉡의 문제점을 보완하여 발전시킨 방법이다.
⑤ ㉠, ㉡, ㉢ 모두 제곱근을 얻을 수 있는 방법이다.

*26.* [가]와 <보기>를 관련 지어 이해한 반응으로 적절하지 않은 것은? [3점]

< 보 기 >




[가]의 144의 제곱근을 구하는 방법을 기하학적으로 나타내면 다음과 같다.(단, 두 점선은 정사각형인 각 변과 평행하다.)

① 수환 : a는 [가]의 'A십'을 의미하겠군.
② 명성 : b는 [가]의 'B'를 의미하겠군.
③ 혜영 : a와 b를 합하면 12가 되겠군.
④ 화수 : '(a+b)×(a+b)'는 144가 되겠군.
⑤ 상길 : '(a×b)+(a×b)'가 [가]의 '(2×10+B)×B'에 해당되겠군.

*27.* 홍길주의 방법으로 '289의 제곱근'을 구하려고 한다. 그 풀이 과정을 <보기>처럼 나타냈을 때, ⓐ~ⓔ에 들어갈 내용으로 적절하지 않은 것은?

< 보 기 >

**[문제]** 289의 제곱근을 구하라.
**[답]** 17
**[풀이 과정]**
289를 $\boxed{ⓐ}$(으)로 나눈다.
1을 뺀다. (144.5−1=143.5)
2를 뺀다. (143.5−2=141.5)
$\boxed{ⓑ}$을/를 뺀다. (141.5−$\boxed{ⓑ}$=138.5)
⋮
14를 뺀다. (53.5−14=39.5)
15를 뺀다. (39.5−15=24.5)
$\boxed{ⓒ}$을/를 뺀다. (24.5−$\boxed{ⓒ}$=8.5)
그 다음은 남아 있는 수가 8.5이므로 17을 뺄 수 없다. 그러면 남은 수에다가 $\boxed{ⓓ}$배 해 본다. 이 수가 빼려고 했던 수 $\boxed{ⓔ}$과 같다. 그러므로 답은 17이다.

① ⓐ : 2 ② ⓑ : 3 ③ ⓒ : 16
④ ⓓ : 3 ⑤ ⓔ : 17

- 정답: 25.④ 26.⑤ 27.④

## ◆ 07년 7월 고3 45~47번

**[45~47] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.**

1부터 $n^2$까지의 연속된 자연수를 가로, 세로, 대각선의 합이 같아지도록 정사각형 모양으로 배열한 것을 n행 n열 마방진이라고 한다. 사각형 모양의 숫자 배열을 '방진'이라고 하니, 마방진(魔方陣)은 '마술적인 성질을 가진 정사각형 숫자 배열'이라고 할 수 있다.

지금까지 수많은 형태의 마방진이 만들어지고 이를 이론화하려는 연구들이 있었다. 그 중에서도 역사상 가장 먼저 출현한 마방진은 3행 3열의 마방진일 것이다. 전설에 따르면 하나라의 우임금은 황하의 범람을 막기 위해 제방 공사를 하던 중, 강 한복판에서 등에 이상한 그림이 새겨진 거북이를 만났다. '낙서(洛書)'라고 불리는 이 그림에는 1부터 9까지의 숫자가 배열되어 있었는데, 어느 방향으로 더해도 합은 15가 되었다. 이때부터 중국에서는 '낙서'가 세상의 비밀과 진리를 함축하고 있다고 믿기 시작했다. 낙서를 주역의 원리가 함축된 그림으로 인식하기도 했고, 우주의 진리를 표상하는 그림으로 생각하기도 했다.

| | | |
|---|---|---|
| 4 | 9 | 2 |
| 3 | 5 | 7 |
| 8 | 1 | 6 |

<'낙서'의 마방진>

그러나 마방진은 비밀스럽게 전수되어서 기록으로 남은 것은 거의 없다. 중국의 '낙서' 이후 유물로 남은 마방진은 뒤러의 4행 4열 마방진이다. 16세기 초 독일의 뒤러는 자신의 관뚜껑에 <멜랑콜리아 Ⅰ>이라는 판화를 남겼는데, 거기에 4행 4열의 마방진이 새겨 있다. 이 마방진의 맨 아랫줄 가운데 두 칸의 숫자는 15와 14로 이루어져 있었는데, 이를 연속해서 쓰면 그가 죽은 해인 1514년을 가리키도록 한 교묘한 방진이었다.

이처럼 마방진이 가진 교묘하고 신비한 특성은 글자 그대로 마술적인 느낌을 갖게 한다. 때문에 마방진은 고대부터 자연철학자들의 관심의 대상이 되었고, 근대의 수학자들도 관심을 가졌다.

마방진은 그림의 구도를 잡는 원칙을 제공한다. 특히 마방진에는 가로, 세로줄에 서로 다른 요소들을 중복되지 않게 배치하는 '라틴 방진'이 있는데, 이 방진은 실험 설계의 하나인 '라틴 방진 설계'의 방법론을 제공한다. 뿐만 아니라 예로부터 마방진은 마력을 가진 것으로 여겨져, 중세의 이슬람에서는 전쟁에 나갈 때 마방진을 부적으로 쓰기도 했다. 요즘에도 마방진을 취미로 연구하는 동호인들이 존재하는 걸 보면 마방진에는 사람을 매료시키는 마법과 같은 힘이 있는 것 같다.

최근 들어 전문 수학자들 사이에서 마방진이 연구되면서 고급 수학과 관련이 있다는 점이 조금씩 드러나고 있다. 특히 수학자 알렌 아들러는 방진의 원리를 이론화해서 컴퓨터를 동원해 3차원 입체 마방진을 고안하기도 했다. 그러나 5천년 역사 동안 수많은 수학자들이 연구했음에도 여전히 마방진 전체를 아우르는 명쾌한 수학적인 해답을 얻지 못하고 있는 실정이다.

*45.* 위 글에서 언급하지 않은 것은?

① 마방진의 개념 ② 마방진의 기원 ③ 마방진의 폐해
④ 마방진의 종류 ⑤ 마방진의 응용

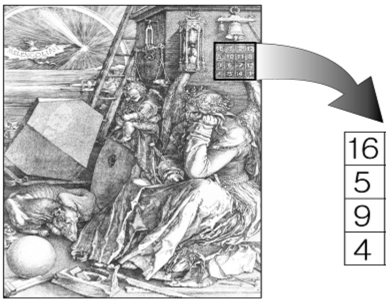
*46.* 위 글을 읽고 생각해 볼 수 있는 현대 수학의 과제로 가장 적절한 것은? [3점]

① 마방진 놀잇감을 많이 만들어 수학의 원리를 터득해 내야 한다.
② 마방진 전체에 적용할 수 있는 일반적인 원리와 공식을 밝혀내야 한다.
③ 컴퓨터를 활용해 평면 방진을 뛰어넘는 입체 마방진을 정교하게 고안해야 한다.
④ 마방진의 오묘한 숫자 배열을 통해 여전히 풀리지 않는 우주의 비밀을 규명해야 한다.
⑤ 동서양 수학자들이 마방진을 통해 어떻게 수학을 연구하고 생활화했는지를 보여 주어야 한다.

*47.* 위 글과 관련해 <보기>에 대해 평가할 때, 가장 적절한 것은?

<보 기>

아래 그림은 뒤러의 동판화 <멜랑콜리아 Ⅰ>에 그려져 있는 마방진이다. 당시 사람들은 3행 3열 마방진은 우울함의 상징인 '새턴(Saturn)'에, 4행 4열 마방진은 활력의 상징인 '주피터(Jupiter)'에 연결된다고 믿었다. 그래서 뒤러는 사색에 열중한 나머지 우울한 기질이 생긴 예술가나 수학자의 머리를 쉬게 하기 위해서는 '주피터'의 도움이 필요하다고 생각하고, 4행 4열 마방진을 이 그림에 그려 넣은 것이다.



| | | | |
|---|---|---|---|
| 16 | 3 | 2 | 13 |
| 5 | 10 | 11 | 8 |
| 9 | 6 | 7 | 12 |
| 4 | 15 | 14 | 1 |

① 이 그림의 마방진에는 신비의 힘을 갈구하는 사람들의 바람이 깃들어 있군.
② 이 그림의 마방진은 균형과 조화를 추구하기 위한 그림의 구도를 잡는 원칙을 제공하고 있군.
③ 이 그림의 마방진은 감성을 중시하는 미술과, 이성과 논리를 중시하는 수학을 결합하여 얻은 산물인 셈이군.
④ 이 그림의 마방진을 통해 뒤러는 수학과 천문학이 자연의 질서와 아름다움을 보여 주는 학문이라는 점을 강조하고 있군.
⑤ 이 그림의 마방진은 각 행과 열, 대각선이 모두 짝수와 홀수의 합으로 표시되어 있는데, 이는 중세 서양에서도 주역이 중시되었다는 증거이군.

- 정답: 45.③ 46.② 47.①

## ◆ 09년 4월 고3 30~32번

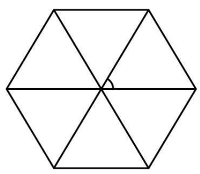
[30 ~ 32] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

우리는 일상 어디에서나 타일을 쉽게 볼 수 있다. 정4각형 타일이 깔린 바닥은 흔히 건물에서 볼 수 있고 가끔은 독특한 모양의 타일을 깔아 한껏 멋을 낸 길을 걷기도 한다. 면에 빈틈없이 타일을 까는 과정을 타일링(tiling)이라고 한다. 타일링을 인테리어 장식의 하나라고 넘겨 버릴 수도 있지만 여기에는 수학적 원리가 숨어 있다.

수학적으로 정의하면 타일링은 평면에 겹치지 않고 빈자리가 생기지 않게 배치한 도형의 집합이다. 타일링의 종류는 무수히 많다. 아무 도형이나 겹치지만 않게 바닥에 깐 뒤 빈 자리가 있을 경우 거기에 맞는 도형을 만들어 끼워 넣으면 되기 때문이다. 하지만 아무런 조건이 없는 타일링은 미적으로도 가치가 떨어지고 수학의 측면에서도 의미가 없다.

따라서 ㉠ 수학자들은 다양한 조건을 만들어 이를 충족하는 타일링을 찾고 거기에서 어떤 법칙을 이끌어 냈다. 구조적으로 가장 단순하면서도 대칭적인 아름다움이 느껴지는 아르키메데스 타일링을 보자. 아르키메데스 타일링이란 한 변의 길이가 같은 정다각형으로 만든 것인데 각각의 도형은 변끼리 만나야 한다. 평면에 만들 수 있는 아르키메데스 타일링은 몇 가지나 될까? 여기에 대한 답을 준 사람은 17세기 천문학자로 '케플러의 법칙'을 남긴 요하네스 케플러이다. 그는 아르키메데스 타일링이 모두 11가지라고 증명했다.

이 가운데 동일한 정다각형으로만 만들 수 있는 타일링, 즉 '규칙적인 타일링'은 정3각형, 정4각형, 정6각형 3가지뿐이다. 평면에서는 한 점을 중심으로 한 바퀴 도는 각도가 360°인데, 이 각도를 정다각형의 한 내각으로 나눌 때 정수가 되어야 도형이 겹치거나 빈자리가 생기지 않고 평면을 채울 수 있기 때문이다. 예를 들어 정삼각형의 경우, n각형의 한 내각의 크기는 180(n−2)/n이므로 정삼각형(n=3)의 한 내각은 60°, 이 60°로 360°를 나누면 정수 6이 되므로 평면의 한 점을 중심으로 정삼각형 6개의 꼭짓점이 모이면 평면이 채워진다는 것이다.



6×60°=360°

그리고 나머지 8개는 반(半)규칙적인 타일링으로 변의 길이가 같은 정다각형 두 가지 이상이 조합되어 있다. 정3각형, 정4각형, 정6각형은 규칙적인 타일링을 이룰 수 있으면서 서로 결합해서 반규칙적인 타일링도 이룰 수 있다. 이와 달리, 정8각형이나 정12각형은 자기들끼리는 아르키메데스 타일링을 만들 수 없지만 정3각형이나 정4각형, 정6각형과 짝을 이루면 가능하다.

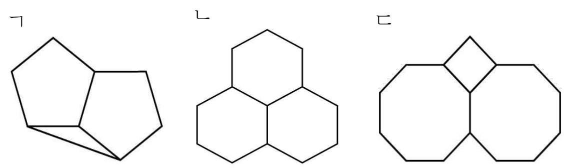
수학의 관점에서 타일링은 2차원뿐 아니라 모든 공간에 적용될 수 있다. 2차원 공간은 면적이므로 면적을 지니는 2차원 타일로, 3차원 공간은 부피이므로 부피를 지니는 다면체로 채우면 되는 것이다. 물론 4차원, 5차원 공간에서도 타일링이 가능하지만 추상적 사고에 능숙한 수학자가 아닌, 3차원 공간에 살고 있는 보통 사람들은 이해하기 어렵다. 가장 쉽게 떠올릴 수 있는 3차원 타일링은 정6각형 구조로 되어 있는 '벌집'이다.

*30.* 위 글의 표제와 부제로 가장 적절한 것은?

① 수학의 신비로움
 − 실체를 드러낸 타일링의 비밀
② 수학과 과학의 만남
 − 타일링의 원리를 밝힌 과학의 힘
③ 타일링의 수학적 의미
 − 도형에서 발견하는 장식적 아름다움
④ 일상에 담긴 수학의 원리
 − 정다각형을 이용한 타일링의 세계
⑤ 수학자들의 법칙 발견 과정
 − 도형의 집합이 만드는 타일링의 원리

*31.* 위 글로 보아 <보기>의 ㄱ ~ ㄷ에 대한 설명으로 적절하지 않은 것은?

〈 보 기 〉




* 단, ㄱ ~ ㄷ은 평면 상태임.

① ㄱ은 아르키메데스 타일링이 아니다.
② ㄱ, ㄴ은 수학적인 조건을 갖춰 미적으로 가치가 높은 타일링이다.
③ ㄴ을 이루는 도형을 활용하여 반규칙적인 타일링을 만들 수 있다.
④ ㄴ은 규칙적 타일링, ㄷ은 반규칙적 타일링에 해당한다.
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ은 모두 수학적 정의에 부합하는 타일링에 해당한다.

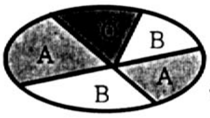
*32.* ㉠의 과정에서 수학자들이 품었음직한 생각으로 적절하지 않은 것은?

① 평면을 도형으로 채우는 방식에 규칙이 존재할 것이다.
② 정다각형을 조합하여 평면을 빈틈없이 채울 수 있을 것이다.
③ 평면을 채울 때 사용할 수 있는 도형의 종류는 제한적일 것이다.
④ 3차원의 공간을 채우는 방식은 평면에서의 방식과 동일할 것이다.
⑤ 도형이 겹치지 않도록 평면을 채우려면 내각의 크기를 고려해야 할 것이다.

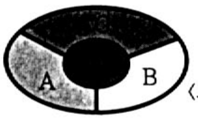
- 정답: 30.④ 31.② 32.④

**[27~31] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.**

1976년에 ㉠미국의 수학자 아펠(K. Appel)과 하켄(W. Haken)은 지도(地圖)의 채색과 관련된 '사색(四色)문제'를 증명했다고 발표했다. 사색문제는 한 세기 이상 수학자들을 괴롭혀 오던 문제로, 어떠한 지도라도 네 가지 색만 있으면 지도상의 모든 지역(국가, 도, 시, 군 등)을 ㉡구별하여 나타낼 수 있음을 증명하는 문제이다. 예를 들어, 아래에서 〈그림 1〉은 세 가지 색만 있으면 각 지역을 구별하여 나타낼 수 있다. 그러나 〈그림 2〉는 네 가지 색이 있어야 한다. 그렇다면, 〈그림 2〉보다 더 복잡한 지도의 경우에는 몇 가지 색이 필요할까? 이에 대한 답이 '어떠한 경우라도 네 가지 색이면 충분하다.'임을 증명하라는 것이 사색문제의 요구이다.



〈그림 1〉



〈그림 2〉

그런데 아펠과 하켄의 증명에서 수학자들의 관심을 끈 점은 증명했다는 사실 자체보다는 그 증명이 이루어진 방법이었다. 그 증명 과정에는 고려해야 할 경우가 대단히 많고 필요한 계산의 양도 엄청났다. 그들은 4년 동안의 집중적인 연구를 통하여 약 만 가지의 기본적인 경우를 분석했으나, 인간인 수학자가 그 모든 과정을 점검하기란 불가능했다. 결국 증명 과정은 컴퓨터에 의존할 수밖에 없었으며, 컴퓨터도 이를 해결하는 데 무려 1,200시간이나 걸렸다. 그에 따라 증명의 결정적인 부분은 인간이 직접 확인할 수 없는 상태로 남게 되었다. 이것은 수학적 증명의 개념이 바뀌어야 함을 의미한다. 현대적인 컴퓨터가 개발된 이래 언젠가는 나타날 것으로 예상했던 사건이 드디어 터진 것이다.

당시까지 증명은 수학자가 어떤 주장의 진실성을 다른 수학자에게 확인시킬 수 있는, 논리적으로 견실한 추론의 일부였다. 수학자들은 그 증명을 읽음으로써 명제의 진실성을 확신하고, 그것이 진실인 이유도 이해할 수 있었다. 그런데 사색문제의 증명은 거의 컴퓨터에 의존해서 이루어졌다. 그 증명을 받아들이려면 증명에 사용된 컴퓨터 프로그램이 제작자의 의도대로 실행되었다고 믿어야만 한다. 하지만 처음에는 많은 수학자가 이에 대해 회의적으로 반응했다. 어떤 수학자는 ㉢"컴퓨터에서 얻은 결과를 불가피하게 이용하는 이런 과정은 사람의 손으로 점검해 볼 수 없다는 점에서 수학적 증명으로 간주할 수 없다."라고 주장했다. 이런 사람들에게 사색문제는 여전히 미해결 상태로 남아 있다.

이 증명이 처음 발표되고 10여 년이 지난 뒤까지도 증명에 사용된 프로그램에서 그 증명을 무효로 만들 수 있는 오류가 발견되었다는 소문이 주기적으로 나돌았다. 그러나 시간이 흐르고 컴퓨터가 더욱더 많이 사용됨에 따라, 사색문제의 증명을 받아들이지 않는 수학자의 수는 점차로 줄어들었다. 오늘날 대다수의 수학자는 컴퓨터의 출현이 수학 연구의 방법뿐 아니라 '무엇을 증명으로 간주할 것인가'에 관한 개념마저도 변화시켰다는 사실을 인정하게 되었다.

**27.** 윗글을 통하여 알 수 없는 것은?

① 수학적 증명에 대한 견해는 서로 다를 수 있다.
② 사색문제가 증명되지 않았다고 생각하는 수학자가 있다.
③ 사색문제를 증명하는 과정에서 새로운 수학 이론이 나왔다.
④ 현재까지 컴퓨터를 이용하지 않고 사색문제를 증명한 사람은 없다.
⑤ 컴퓨터가 등장하면서 언젠가는 수학 연구에 활용될 것으로 예측되었다.

**28.** ㉠에 관해 신문 기사문을 작성한다고 할 때, 윗글의 논지를 가장 잘 반영한 표제와 부제는?

① 컴퓨터, 수학계의 난제 해결
  - 백 년을 끌어 온 '4색문제' 증명
② 신비의 베일 벗은 '4색문제'
  - 수학계, 컴퓨터의 능력 인정
③ 컴퓨터, '4색문제' 증명
  - 수학의 실용성 입증
④ 컴퓨터의 개가
  - 수학자와의 대결에서 승리
⑤ '4색문제' 증명에 성공
  - 수학의 새로운 발전 방향 제시

**29.** ㉡의 용례로 바르지 않은 것은?

① 우리말의 용언은 동사와 형용사로 구별된다.
② 경제학과 경영학은 엄연히 구별되는 학문이다.
③ 토론 과정에서 비판과 비난은 구별되어야 한다.
④ 비전문가에게는 갈대와 억새의 구별이 쉽지 않다.
⑤ /ㅐ/와 /ㅔ/ 발음을 구별하지 못하는 경우가 많이 있다.

**30.** ㉢의 주장을 반박하기 위한 사례로 적절한 것은?

① 사람이 어떻게 주식 시장의 변수들을 다 점검해? 주식 매매 소프트웨어를 활용하면 더 확실하게 판단할 수 있지.
② 기계로 만든 가구가 값싸고 실용적이겠지만, 가구는 손으로 직접 만들어야 튼튼하고 보기도 좋겠지.
③ 자동 항법 장치를 어떻게 믿을 수 있어? 사람이 직접 보며 조종하는 게 제일 안전하지.
④ 컴퓨터로 원주율을 정확하게 계산할 수는 없어. 그런데 사람도 마찬가지야.
⑤ 자동차 부품을 조립하는 로봇은 정교하지만, 단순한 행동을 반복할 뿐이지.

**31.** 윗글의 주된 내용을 발전시켜 제시할 수 있는 의견으로 가장 적절한 것은?

① 다수 연구자가 지지하는 견해를 용인하는 자세가 요구된다.
② 전통적인 방법으로 이루어진 증명들을 재점검할 필요가 있다.
③ 컴퓨터에 의존하지 않고 사색문제를 증명하는 방법을 찾아야 한다.
④ 수학에서는 효율적인 연구를 위해 가급적 컴퓨터를 이용해야 한다.
⑤ 수학적 증명에 사용되는 프로그램의 검토도 수학적 논의로 인정해야 한다.

- 정답: 27.③ 28.① 29.① 30.① 31.⑤

## ◆ 05년 10월 고3 33~37번

**【33－37】다음 글을 읽고 물음에 답하시오.**

청과물 상인들은 경험을 통해서, 제한된 공간 내에 가장 많은 과일을 조밀하게 채우는 방법은 육방밀집쌓기-가운데의 과일을 중심으로 테두리에 6개, 아래와 위로 각각 3개씩의 과일을 배열하는 방법-를 이용하는 것임을 알고 있다. 그러나 수학자들은 다르다. 아무리 오랜 경험을 통해서 얻어진 사실이라고 해도 엄밀한 과정을 통해서 증명되기 전까지는 옳고 그름에 대한 판단을 유보한다.

수학자들의 이러한 태도를 가장 잘 보여 주는 사례가 '뉴턴과 그레고리의 논쟁'이다. 하나의 구(球)와 접할 수 있는 구의 최대의 수를 두고, 뉴턴은 12개만이 가능하다고 주장했고 그레고리는 13개까지도 가능하다고 주장했다.

육방밀집쌓기의 경우, 12개의 구가 가운데 구와 접하고 있을 뿐만 아니라 서로와도 모두 접하고 있기 때문에 추가로 하나의 구가 비집고 들어갈 공간은 전혀 없다. 상식적으로 볼 때 뉴턴의 생각이 당연히 옳은 것처럼 보인다.

(가) 하지만 문제가 그렇게 단순하지만은 않다. 12개의 구가 가운데 구와 맞닿아 있으면서도 육방밀집쌓기와는 본질적으로 다른 배열이 있다. 가운데 구의 적도선의 바로 아래에 5개의 구를 배열한다. 그리고 그 5개의 구들과 엇갈리게 위쪽에 또 다른 5개의 구를 올려놓는다. 꼭대기와 맨 아래쪽에도 하나씩의 구를 놓는다. 이렇게 해서 만들어진 배열에는 12개의 구 사이사이에 여유 공간이 꽤 많이 존재한다.

수학적으로 계산을 해 보면 그 공간들 속으로 구 하나가 추가될 가능성이 좀 더 높아 보인다. 반지름이 1인 여러 개의 구들이 같은 크기의 구를 둘러싸고 있다고 하자. 이 모두를 반지름 3인 커다란 구 안에 넣는다. 가운데 구의 중심에 등불이 있어서 주위에 있는 구들의 그림자가 커다란 구의 표면에 생긴다고 해보자. 계산을 해 보면, 그림자 각각의 면적은 7.6이고 외부의 커다란 구의 면적은 113.1이다. 113.1을 7.6으로 나누면 14.9가 된다. 이론적으로는 14개의 구까지도 들어갈 만큼 공간이 충분하다는 얘기이므로, 구들이 접할 때 생길 수밖에 없는 낭비되는 공간들을 고려하더라도, 그레고리의 주장이 옳을 것처럼 보이기도 한다.

하지만 당사자인 뉴턴과 그레고리는 각자의 주장을 수학적으로 증명해 보이지 못했기 때문에, 결국 이 문제는 2세기 반 동안이나 증명을 기다리며 미제인 채로 남아 있을 수밖에 없었다.

(나) 이 문제의 수학적인 해결은 두 종류의 증명을 통해 비로소 이루어졌다. 쉬테와 바르덴은 공동 연구를 통해 반지름이 1인 13개의 구와 동시에 맞닿을 수 있는 구는 그 반지름이 1보다 클 수밖에 없음(최소 1.04557)을 보였다. 또한 존 리치는 '구면삼각법'이라는 방법을 사용해서 동일한 반경의 구 13개가 같은 반경의 구와 맞닿도록 그물을 짜는 것이 불가능함을 증명해 보였다. 그레고리의 13개의 구에 내려진 사형선고였다. 결국 ㉠ 뉴턴이 옳았던 것으로 판명이 난 것이다.

이제야 $\boxed{\text{수학자들}}$은 3차원 공간에서 크기가 동일한 한 구에 접할 수 있는 구의 최대의 수는 12라고 말할 수 있게 되었고, 이후부터는 가운데 구와 맞닿을 수 있는 구의 최대의 개수를 '뉴턴 수'라고 부르고 있다.

*33.* 위 글을 <보기>와 같이 정리할 때, (　　)에 들어갈 내용으로 적절한 것은? [1점]

〈 보 기 〉

**<사례 제시 - 뉴턴과 그레고리의 논쟁>**

- ○ 논쟁의 핵심 소개
- ○ 상식적인 판단
- ○ 다른 가능성의 모색
- ○ (　　　　　　　　　)
- ○ 논쟁이 미제인 채로 남아 있을 수밖에 없었던 이유
- ○ 증명을 통한 사실의 확인 - 논쟁의 결론

① 가능성이 지닌 논리적 모순 지적
② 수학적 계산을 통한 가능성의 확인
③ 구체적 사례들을 통한 가능성의 부정
④ 가능성을 증명하는 다양한 방법 소개
⑤ 가능성의 결함을 암시하는 경험적 사실 제시

*34.* 위 글의 내용을 참조할 때, <보기>의 질문에 대한 대답으로 가장 적절한 것은?

〈 보 기 〉

3차원 공간에서의 뉴턴 수가 12라면, 직선 위와 평면 위에서의 뉴턴 수는 어떻게 될까?

① 직선과 평면의 경우 모두 3이다.
② 직선에서는 1, 평면에서는 6이다.
③ 직선에서는 2, 평면에서는 6이다.
④ 직선에서는 2, 평면에서는 12이다.
⑤ 직선에서는 6, 평면에서는 12이다.

35. (가)의 내용을 발전시켜 '그레고리'의 주장을 뒷받침한다고 할 때, 그 내용으로 적절한 것은? [3점]

① 구들 사이에 여유 공간이 있으니까 구들을 움직여 여유 공간을 한 곳에 모으는 형태가 만들어질 수도 있어. 그 형태에서는 구 하나가 더 들어갈 여유 공간이 만들어질지도 몰라.
② 구들 사이에 여유 공간이 생긴다는 것은 육방밀집쌓기가 비효율적인 방법임을 뜻하는 거야. 그 공간들 위에 또 다른 구들을 쌓아 올리는 방법이 가장 효율적인 밀집쌓기가 되겠지.
③ 구들 사이에 여유 공간이 있다는 것은 육방밀집쌓기와 달리 12개의 구가 모두 서로 맞닿을 필요는 없다는 뜻이야. 그러니까 12개의 구들 바깥쪽에 하나의 구를 추가할 수 있을 거야.
④ 구들이 모두 가운데의 구와 접하고 있어서 안 되는 거야. 주변의 구들 사이에 여유 공간이 있는 것처럼 가운데의 구와도 간격을 벌린다면 구 하나가 더 들어갈 공간이 생길 수 있을 거야.
⑤ 여유 공간이 있으니까 구들을 움직일 수 있을 것이고, 그것은 또 다른 형태의 육방밀집쌓기가 가능하다는 뜻이지. 그러니까 12개의 구를 조밀하게 쌓는 방법은 매우 다양하게 존재할 수밖에 없어.

36. (나)에서 '존 리치'가 소개된 ㉠을 증명한 방식과 가장 유사한 것은?

① 모든 수에 0을 곱한 결과는 항상 0이야. 그러니까 99에 0을 곱한 값도 당연히 0이 되겠지.
② 3과 5와 7은 홀수인데, 2로 나누면 나머지가 1이야. 11도 홀수이니까, 2로 나누면 나머지가 1일 거야.
③ 3인용 텐트의 값은 13만 원이고, 5인용 텐트는 15만 원이래. 이것은 7인용 텐트이니까 17만 원이겠지.
④ 3점 이상의 차이로 지면 우승할 수 없는 상황이었어. 그런데 지고도 우승했다는 걸 보니 점수 차이가 2점 이내였을 거야.
⑤ 삼각형은 변과 각의 수가 각각 3인 도형이야. 이등변삼각형도 삼각형의 한 종류이니 변과 각의 수가 3일 수밖에 없어.

37. <보기>의 의문에 대한 생각들 중, 수학자들과 가장 유사한 태도를 보이고 있는 것은? [1점]

〈 보 기 〉

빨간 사과와 파란 사과가 각각 하나씩 있다. 둘 중 어느 것의 당도(糖度)가 더 높을까?

① 내가 지금까지 먹어 본 바로는 빨간 사과가 더 달았어. 그러니까 빨간 사과의 당도가 더 높을 거야.
② 나는 아직 두 사과의 맛을 본 적이 없어. 직접 먹어 본 후에야 어느 사과의 당도가 높은지 알 수 있을 거야.
③ 나는 두 사과의 당도를 재 보질 않았어. 당도를 정확히 측정하기 전까지는 어느 것의 당도가 높은지 알 수 없어.
④ 나는 두 사과를 직접 먹어 보지는 않았어. 하지만 빨간 사과가 더 달다는 것은 상식이야. 그러니까 빨간 사과의 당도가 더 높을 거야.
⑤ 내가 직접 두 사과의 당도를 재 보지는 않았어. 하지만 지금까지 알려진 바로는 빨간 색의 사과들이 당도가 더 높다고 해. 그러니까 빨간 사과의 당도가 더 높을 거야.

- 정답: 33.② 34.③ 35.① 36.④ 37.③

## ◆ 09년 3월 고3 47~50번

**[47~50] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.**

유클리드는 '차원'이라는 용어를 사용하여 길이·폭·깊이라는 사물의 성질에 수학적 의미를 부여한 사람이다. 유클리드 기하학에서 직선은 전형적인 일차원적 사물로 정의되는데, 이는 직선이 길이라는 단 하나의 성질을 갖고 있기 때문이다. 같은 방식으로, 길이와 폭이라는 성질을 갖고 있는 평면은 이차원적 사물의 전형이며, 길이·폭·깊이를 모두 갖고 있는 입체는 삼차원적 사물의 전형이다. 이렇게 유클리드 시대의 수학은 삼차원 세계에 대한 고대 그리스인들의 생각을 수학적으로 뒷받침하였다.

유클리드 이후 여러 세대를 거치면서도 이 세계는 계속해서 삼차원으로 인식되었다. 사차원에 대한 어떠한 생각도 수학적으로는 터무니없다고 무시되었다. 위대한 천문학자 톨레미조차 사차원에 대한 생각을 믿지 않았다. 공간에 서로 수직하는 세 직선을 그리는 것은 가능하지만 그와 같은 네 번째의 축을 그리는 것은 불가능하다는 것이 그의 설명이었다.

근대에 들어서 프랑스의 수학자 데카르트는 유클리드와 다른 방식으로 기하학에 접근했다. 대상의 길이·폭·깊이가 아닌 '좌표'라는 추상적 수치 체계를 도입한 것이다. 그에 따르면 어떤 사물의 차원은 그것을 나타내기 위해 필요한 좌표의 개수와 상관관계가 있다. 예를 들어 하나의 선은 오직 하나의 좌표를 사용하여 나타낼 수 있으므로 일차원이며, 두 개의 좌표를 써서 나타낼 수 있는 평면은 이차원이다. 같은 방법으로 입체가 삼차원인 이유는 이를 나타내기 위하여 세 개의 좌표가 필요하기 때문이다. 유클리드의 차원이 감각적인 대상의 특성에 기반한다는 점에서 질적이라고 한다면, 데카르트의 차원은 추상적인 수치에 기반한다는 점에서 양적이었다. 그는 사차원의 가능성을 모색해 보다가 결국 스스로 포기하고 말았는데, 눈으로 보여 줄 수 없는 것의 존재 가능성을 인정하지 않으려 했던 당시 수학자들의 저항을 극복하지 못했기 때문이다.

사차원의 개념이 인정을 받은 것은 19세기 독일의 수학자 리만에 이르러서이다. 그는 데카르트의 좌표에 대한 정의를 활용하여 0차원에서 무한대의 차원까지 기술할 수 있다는 점을 입증하였다. 그에 따르면, 감지할 수 있는 공간에서만 수학적 차원을 언급할 필요가 없다. 단지 순수하게 논리적으로 개념적 공간을 언급할 수 있으면 족한데, 그는 이를 다양체(manifold)라는 개념 속에 포괄하였다. 다양체는 그것을 결정하는 요인의 개수만큼의 차원을 갖게 된다. 헤아릴 수 없이 많은 요인들이 작용하여 이루어지는 어떤 대상이나 영역이 있다면, 그것은 무한 차원에 가까운 다양체라고 할 수 있다.

차원에 대한 정의를 자유롭게 만든 리만 덕택에, 아인슈타인은 이 우주가 사차원의 다양체라고 결론 내릴 수 있었다. 공간을 이루는 세 개의 차원에 시간이라는 한 개의 차원을 더하면 우주의 운동을 설명할 수 있다고 본 것이다.

*47.* 위 글의 성격을 가장 잘 파악한 것은?

① 사차원의 존재 가능성을 수학적으로 증명하고 있다.
② 차원에 대한 다양한 이론들을 통시적으로 고찰하고 있다.
③ 수학의 발전 과정과 수학자들의 연구 방법을 분석하고 있다.
④ 다차원에 대한 이론이 성립하기 위한 조건을 설명하고 있다.
⑤ 차원에 대한 기존 이론을 비판하여 새로운 이론을 모색하고 있다.

*48.* 위 글의 내용과 일치하지 <u>않는</u> 것은?

① 리만은 0차원에서 무한 차원까지 기술할 수 있다고 보았다.
② 데카르트는 좌표라는 추상적 수치 체계로 차원을 설명하였다.
③ 유클리드는 직선을 두 점으로 이루어진 이차원적 사물로 보았다.
④ 톨레미는 공간에 네 번째 축을 그리는 것을 불가능하다고 보았다.
⑤ 아인슈타인의 사차원은 공간에 시간이라는 한 개의 차원을 더한 것이다.

*49.* '리만의 이론'을 소개하는 문구로 가장 적절한 것은?

① 다양체의 존재를 통해 데카르트의 차원 이론을 옹호하다.
② 다양체를 이루는 여러 요인을 수학적인 차원으로 넘기다.
③ 공간의 차원에 대한 유클리드의 고전적 인식을 부활시키다.
④ 반복적인 증명을 통해 지각될 수 있는 차원의 수를 밝히다.
⑤ 감지할 수 있는 공간의 차원을 개념적 공간으로 해방시키다.

*50.* <보기>의 (    ) 속에 들어갈 어휘로 가장 적절한 것은? [1점]

<보 기>

리만의 발상은 아인슈타인의 이론의 (    )이/가 되었다.

① 모태 ② 규범 ③ 귀감
④ 표본 ⑤ 척도

- 정답: 47.② 48.③ 49.⑤ 50.①

◆ 21년 6월 고2 38~42번

[38 ~ 42] 다음 글을 읽고 물음에 답하시오.

과학과 공학에서 '차원'이란 길이, 질량, 시간과 같이 일반화된 물리량의 성질을 말한다. 이러한 차원은 흔히 단위로 나타내는데 길이 단위인 미터(m), 질량 단위인 킬로그램(kg), 시간 단위인 초(s) 등이 있다. "학교까지의 거리는 100m이다." 라고 말할 때, 미터(m)는 거리를 나타내는 '단위'이고, 거리는 길이 '차원'에 해당한다. 미터(m), 킬로미터(km)처럼 하나의 차원을 표시하는 단위는 여러 개일 수 있다. 차원은 대괄호를 사용해 표현하는데, 지름, 거리 등은 길이 차원이므로 [길이]로 표현한다. 면적은 길이 곱하기 길이이므로 [길이$^2$]으로 표현하는데, [길이]와 [길이$^2$]은 물리량의 성질이 다르므로 서로 다른 차원이다. 속도는 길이 나누기 시간이므로 [길이/시간]으로 차원을 표현한다. 이러한 차원을 ⓐ분석하여 단순 비교가 어려운 물리량 변수들 사이의 관계를 미루어 알아내는 방법을 '차원해석'이라 한다. 차원해석을 위해서는 차원의 동일성과 무차원화를 이해해야 한다.

물리적 수식 양변의 각 항들은 동일한 차원을 지녀야 하는데, 이를 ㉠'차원의 동일성'이라 한다. 차원의 동일성을 통해 물리량 변수들의 관계를 알 수 있다. 예를 들어 'v(속도)=s/t (거리/시간)'라는 수식에서 [속도]와 [길이/시간]은 차원이 같다. 이를 통해 속도, 거리, 시간 세 변수들의 관계가 드러난다. 위의 식에서 [길이/시간]과 같이 한 차원으로 다른 차원을 나누는 것은 가능함을 알 수 있다. 이처럼 한 차원으로 다른 차원을 곱하거나 나눌 때는 차원의 동일성이 유지된다. 차원이 같은 항을 더하거나 빼면 차원의 동일성이 유지되지만, 차원이 다른 항을 더하거나 빼면 차원의 동일성이 유지되지 않는다. 그래서 [속도]=[길이/시간]+[질량]과 같은 수식은 성립할 수 없다. 수식에서 2, π와 같은 상수들은 차원을 갖지 않아 무시한다.

다음으로 '무차원화'란 차원을 지닌 변수나 수식을 차원이 없는 상태로 만드는 작업을 말한다. 차원은 단위로 나타내므로 차원이 없다는 것은 단위가 없다는 의미이다. 간단한 무차원화 방법으로 어떤 기준이 되는 양을 놓고 이 양과 상대적인 크기를 비교하는 것이 있다. 전체 인원(N)에서의 순위(n)가 있을 때 기준이 되는 양인 전체 인원으로 순위를 나누면 무차원화되어 상대적인 크기(n/N)만 남는다. 예를 들어, 참가 선수 100명(N) 중에서 10위(n)를 했다면 n/N=0.1에 해당하고, 20명 중 10위를 했다면 n/N=0.5에 해당한다. 무차원화된 수는 0에서 1 사이의 값을 갖는데, 0.1과 0.5와 같이 차원이 없어져 상대적인 크기의 비교가 가능해진다.

[A] 무차원화는 변수들 사이의 관계를 나타낼 때에도 편리하다. 이때는 차원을 가진 두 개의 변수 x와 y의 관계 대신, 두 변수를 기준이 되는 양(A, B)으로 나누어 각각을 무차원화한 X, Y의 관계를 그래프로 나타낼 수 있다. 이때 X는 x/A, Y는 y/B 값이다.

차원의 동일성과 무차원화를 고려하며 다음과 같은 차원해석을 해볼 수 있다. 지상에서 질량 m인 물체를 위쪽을 향해 속도 v로 던졌을 때 도달하는 최대 높이를 구하려고 한다. 최대 높이(h)는 물체의 질량(m), 던지는 속도(v), 중력가속도(g)에 의해 결정될 것이라 ⓑ가정한다. h의 값은 각 변수들의 거듭제곱의 ⓒ조합으로 이루어진다고 생각할 수 있다.

[B] 이를 [h]=[$m^a v^b g^c$]로 나타낼 수 있다. 각 변수의 차원은 [h]=[길이], [m]=[질량], [v]=[길이/시간], [g]=[길이/시간$^2$]이다. 양변의 차원이 동일해야 하므로 a=0, b=2, c=−1이 되면 우변에서 [길이] 외의 차원은 없어져 좌변처럼 [길이]가 된다. 따라서 차원해석을 한 결과는 다음과 같이 ⓓ정리할 수 있다.

$$h = C(v^2 / g)$$

중력가속도(g)는 정해진 값이 있으므로, 결론적으로 이 식에서 위로 던진 물체의 최대 높이(h)는 질량과 관계가 없으며($m^0$), 속도의 제곱에 비례한다($v^2$)는 것을 알 수 있다. 이렇게 차원해석으로 실험 없이 단순히 각 변수들의 차원만 분석해도 꽤 구체적인 결과를 ⓔ도출할 수 있다. 남은 변수들과의 관계를 고려해 실험을 하면 상수값 C를 도출할 수 있는데, 과학에서 상수값 C의 수치를 아는 것보다 변수들 간의 관계를 이해하는 것이 훨씬 중요하다.

차원해석을 활용하면 변수가 많아 복잡한 과학적, 공학적 문제의 의미를 일반화하고 단순화할 수 있다. 그래서 차원이 달라서 비교할 수 없었던 변수들끼리 비교하는 것이 가능하게 될 뿐 아니라, 그것의 실험이나 작업량을 확연히 줄일 수 있다.

**38.** 윗글의 표제와 부제로 가장 적절한 것은?

① 무차원화의 의미와 의의
 − 차원의 동일성이 지닌 의미를 중심으로
② 무차원화의 여러 가지 방법들
 − 차원의 동일성과 변수들의 관계를 중심으로
③ 차원해석의 역사와 방법
 − 다양한 무차원화 이론을 중심으로
④ 차원해석의 이해와 의의
 − 차원의 동일성과 무차원화의 이해를 중심으로
⑤ 차원해석의 기능과 효율성
 − 단위와 차원의 분류를 중심으로

**39.** ㉠을 고려해 <보기>의 수식을 분석한 내용으로 적절한 것은?

<보 기>

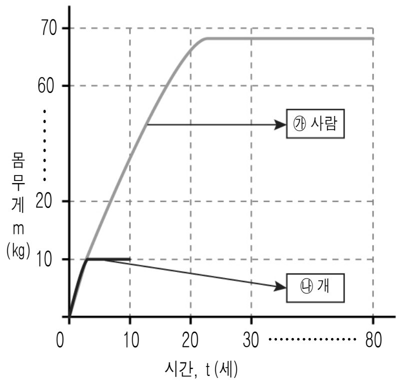
어떤 면적 A를 구하는 식이 'A=2(B×C)+πD'라 가정한다.

① B, C, D 모두 [길이]이어야 수식이 성립한다.
② B, C, D 모두 [길이$^2$]이어야 수식이 성립한다.
③ B와 C는 [길이], D는 [길이$^2$]이어야 수식이 성립한다.
④ B와 D는 [길이], C는 [길이$^2$]이어야 수식이 성립한다.
⑤ B는 [길이$^2$], C와 D는 [길이]이어야 2와 π의 영향으로 차원이 같아져 수식이 성립한다.

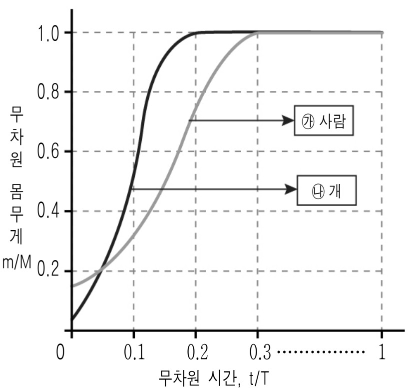
**40.** [A]를 바탕으로 <보기>를 이해한 내용으로 적절하지 <u>않은</u> 것은? [3점]

<보 기>

<그림1>은 '시간(t)'과 '몸무게(m)'라는, 차원이 있는 두 변수로 나타낸 사람(㉮)과 어느 개(㉯)의 성장 곡선이다. <그림2>는 두 변수를 무차원화한 '무차원 시간(t/T)'과 '무차원 몸무게(m/M)'의 관계를 그래프로 나타낸 것이다.
(단, ㉮의 수명(T)은 80년, 성체 몸무게(M)는 68kg, ㉯의 수명(T)은 10년, 성체 몸무게(M)는 10kg이라 가정한다.)




<그림 1> 차원이 있는 변수로 표시된 성장 곡선




<그림 2> 무차원 변수로 표시된 성장 곡선

① <그림1>에서는 ㉮와 ㉯가 각각 시간에 따라 몸무게가 어떻게 변화하는지를 두 변수의 관계로 파악할 수 있다.
② <그림1>에서는 ㉮와 ㉯의 수명이 달라 둘의 몸무게 변화 과정에 대한 상대적인 크기를 비교하기 어렵다.
③ <그림2>에서 첫 교차 지점까지를 제외하면 ㉯보다 ㉮의 성장이 대체로 빠르다는 것을 알 수 있다.
④ <그림2>에서 ㉯가 성체 몸무게에 도달하는 시점은 ㉮가 성체 몸무게에 도달하는 시점보다 빠르다.
⑤ <그림2>는 몸무게(m)를 성체 몸무게(M)로, 시간(t)을 수명(T)으로 나누어 0에서 1 사이의 값으로 나타내었다.

**41.** [B]에 대한 학생의 반응으로 적절한 것은?

① 변수들의 관계보다 상수값 C를 아는 게 중요하군.
② g를 제곱하여서 양변의 차원을 동일하게 만들었군.
③ 차원해석으로 h는 v와 무관하다는 것을 알 수 있군.
④ 물체의 질량을 달리하며 실험을 반복할 필요가 없겠군.
⑤ a, b, c의 합이 1이 되면 좌변은 차원이 없는 상태가 되겠군.

**42.** ⓐ ~ ⓔ의 사전적 의미로 적절하지 <u>않은</u> 것은?

① ⓐ : 얽혀 있거나 복잡한 것을 풀어서 개별 요소나 성질로 나눔.
② ⓑ : 사실인지 아닌지 분명하지 않은 것을 임시로 인정함.
③ ⓒ : 여럿을 모아 한 덩어리로 짬.
④ ⓓ : 흐트러지거나 혼란스러운 상태에 있는 것을 한데 모으거나 치워서 질서 있는 상태가 되게 함.
⑤ ⓔ : 시간이나 물건의 양 따위를 헤아리거나 잼.

- 정답: 38.④ 39.③ 40.③ 41.④ 42.⑤