

생각을 하면서 문제를 푼다는 행위(문제 풀이의 과정)

15.  $-1 \leq t \leq 1$ 인 실수  $t$ 에 대하여  $x$ 에 대한 방정식

$$\left(\sin \frac{\pi x}{2}-t\right)\left(\cos \frac{\pi x}{2}-t\right)=0$$

의 실근 중에서 집합  $\{x|0 \leq x < 4\}$ 에 속하는 가장 작은 값을  $\alpha(t)$ , 가장 큰 값을  $\beta(t)$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ.  $-1 \leq t < 0$ 인 모든 실수  $t$ 에 대하여  $\alpha(t)+\beta(t)=5$ 이다.

ㄴ.  $\left\{t \mid \beta(t)-\alpha(t)=\beta(0)-\alpha(0)\right\}=\left\{t \mid 0 \leq t \leq \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

ㄷ.  $\alpha\left(t_1\right)=\alpha\left(t_2\right)$ 인 두 실수  $t_1, t_2$ 에 대하여  $t_2-t_1=\frac{1}{2}$ 이면  $t_1 \times t_2=\frac{1}{3}$ 이다.

- ① ㄱ

② ㄱ, ㄴ

③ ㄱ, ㄷ
- ④ ㄴ, ㄷ

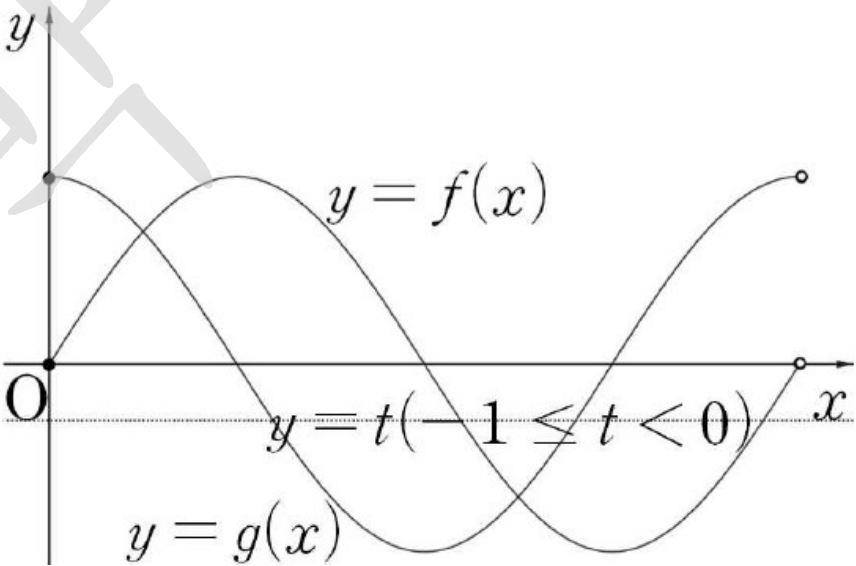
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

이 문제는 2026 수능을 준비하는 시점에서 이미 풀이가 연구가 많이 된 문제이다.

문제의 풀이보다 앞서 말한 생각하며 문제를 풀기 위한 몸을 만든다는 관점에서 생각해보다.

일반적으로 삼각함수가 포함된 방정식의 해결은 교과서에서 언급했듯 그래프를 통한 관찰이 기본적인이다.

$f(x)=\sin \frac{\pi x}{2}, g(x)=\cos \frac{\pi x}{2}$ 라 할 때,  $-1 \leq t < 0$ 의 상황을 그림으로 나타내면 아래와 같다.



따라서  $-1 \leq t < 0$ 일 때, 두 점  $(\alpha(t), t), (\beta(t), t)$ 가  $x=\frac{5}{2}$ 에 대칭이면, ㄱ은 참이고, 이는 그래프의 관찰을 통해 쉽게 규명할 수 있다.



다음은 다른 기출이다.

17. 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의  
시각  $t(0 \leq t \leq 5)$ 에서의 속도  $v(t)$ 가 다음과 같다.

$$v(t)=\begin{cases} 4t & (0 \leq t < 1) \\ -2t+6 & (1 \leq t < 3) \\ t-3 & (3 \leq t \leq 5) \end{cases}$$

$0 < x < 3$ 인 실수  $x$ 에 대하여 점 P가

- 시각  $t=0$ 에서  $t=x$ 까지 움직인 거리,
- 시각  $t=x$ 에서  $t=x+2$ 까지 움직인 거리,
- 시각  $t=x+2$ 에서  $t=5$ 까지 움직인 거리

중에서 최소인 값을  $f(x)$ 라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서  
있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

㉠.  $f(1)=2$

㉡.  $f(2)-f(1)=\int_1^2 v(t)dt$

㉢. 함수  $f(x)$ 는  $x=1$ 에서 미분가능하다.

- ① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

⑤ ㉡, ㉢

㉠과 ㉡의 선지는 쉽게 해결할 수 있으니 관건은 ㉢인데 이 문제의 많은 해설이  $f(x)$ 의  $x < 1$ ,  $1 \leq x < 3$ 을 구해서 그 이차식의 미분계수를 비교한다. ㉢이 단독문항이었으면 적절한 풀이지만 이 문항이 ㉠, ㉡, ㉢이 연계된 합답형 문제임을 고려하면 문제의 맥락을 무시한 풀이라 할 수 있다.

㉠은 ‘ $t=0$ 에서  $t=1$ 까지 움직인 거리’, ‘ $t=1$ 에서  $t=3$ 까지 움직인 거리’, ‘ $t=3$ 에서  $t=5$ 까지 움직인 거리’의 비교로 각각의 값이 2, 4, 2가 나와 쉽게 알 수 있다.

㉡은 두 가지 의도가 있다.  $f(x)$ 의 의미를 변위로 착각한 학생을 가려내는 것과  $f(2)$ , 즉  $1 < x < 3$ 에서  $f(x)$ 가 어떻게 결정되는지를 경험하게 하려는 의도가 있다. 이때  $f(x)$ 는  $t=x+2$ 에서  $t=5$ 까지 움직인 거리이다.

이렇게 ㉠, ㉡의 과정을 통해  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}$ 의 좌극한, 우극한을 비교해야 계속 말해왔던 ‘생각을 하며 문제를 푸는 것’이 가능해진다.

$x \rightarrow 1^-$ :  $f(x)=\int_0^x v(t)dt$ ,  $f(1)=\int_0^1 v(t)dt$ 이므로,  $f(x)-f(1)=\int_1^x v(t)dt$ 이다.

따라서  $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}=v(1)$ 이다.

$x \rightarrow 1^+$ :  $f(x)=\int_{x+2}^5 v(t)dt$ ,  $f(1)=\int_3^5 v(t)dt$ 이므로,  $f(x)-f(1)=\int_{x+2}^3 v(t)dt$ 이다.

따라서  $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)-f(1)}{x-1}=-v(3)$ 이다.

사고력 평가를 하는 수능은 이런 식으로 그에 걸맞게 준비하면 동일 수학실력으로도 10점 이상 올릴 수 있다.