12.

[정답] ③ 1325

[해설] 등차수열의 특징을 활용하여 주어진 수열의 항의 값을 추론한다.

등차수열 $\{a_n\}$의 공차를 d라 하면,

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^{2k-1}|a_n-a_k| &= \sum_{n=1}^{2k-1}|(n-k)d| \\ &= |d|\times\sum_{n=1}^{2k-1}|n-k| \\ &= |d|\times\left\{\sum_{n=1}^{k-1}(k-n)+\sum_{n=k+1}^{2k-1}(n-k)\right\} \\ &= |d|\times\left\{-\sum_{n=1}^{k-1}n+\sum_{n=k+1}^{2k-1}n\right\} \\ &= |d|\times\left\{-\sum_{n=1}^{k-1}n+\sum_{n=k+1}^{2k-1}n\right\} \\ &= |d|\times\left\{-\frac{k(k+1)}{2}+\frac{3k(k+1)}{2}\right\} \\ &= |d|\times k(k+1)\end{aligned}$$

이다.

따라서, $k(k+1)\times|d|=168$이다.

이때 $168=2^3\times3\times7$이고, k는 자연수, d는 정수이므로 가능한 경우는 다음 표와 같다.

k	$k(k+1)$	$\lvert d\rvert$
3	3×2	28
4	$2^2\times3$	14
7	$2\times3\times7$	4
8	$2^3\times7$	3

a_k의 값이 최소가 되도록 하기 위해서는 공차가 음수여야 하므로, k의 값에 따라 가능한 a_k의 값은 다음 표와 같다.

k	d	a_k
3	-28	-53
4	-14	-38
7	-4	-17
8	-3	-13

따라서 a_k의 값이 최소가 되도록 하는 자연수 k와 수열 $\{a_n\}$에 대하여 k는 3이고, a_2와 a_3는 각각 -25, -53이다.

그러므로 구하는 값은 $(-25)\times(-53)=1325$이다.