한양대학교 2025학년도 논술전형

자 연 계 열 (오후 2)

성명		지원 학부·학과		수험 번호									

유의 사항

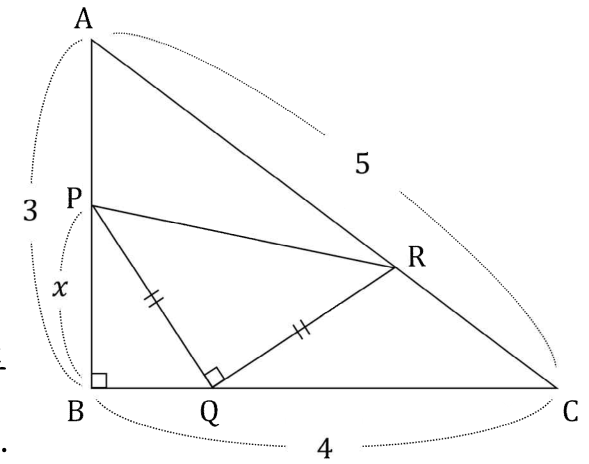
1. 90분 안에 답안을 작성하시오.
2. 답안지는 검정색 펜(샤프, 볼펜, 연필)으로 작성하시오.
3. 답안지와 문제지, 연습지를 함께 제출하시오.
4. 다음 경우는 0점 처리됩니다.
   1) 답안지를 검정색 펜(샤프, 볼펜, 연필)으로 작성하지 않은 경우
   2) 자신의 신원을 드러내는 표기나 표현을 한 경우
   3) 답안을 해당 답란에 작성하지 않은 경우

※ 감독의 지시가 있을 때까지 다음 장으로 넘기지 마시오.

[문제 1] 다음 물음에 답하시오. (50점)

1. 곡선 $y=x^3+3x^2-x-6$을 x축의 방향으로 m만큼, y축의 방향으로 n만큼 평행이동한 곡선을 $y=g(x)$라 하자. 모든 실수 x에 대하여 $g(-x)=-g(x)$가 성립할 때, m과 n의 값을 구하고, 이 두 곡선으로 둘러싸인 도형의 넓이를 구하시오.

2. 세 변 AB, BC, CA의 길이가 각각 3, 4, 5인 삼각형 ABC가 있다.



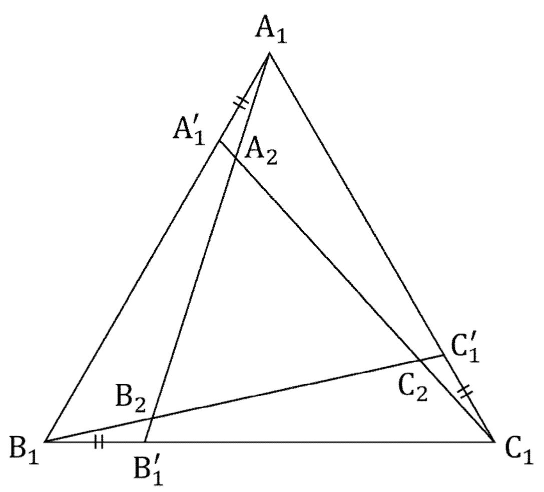
삼각형 PQR은 다음 조건을 만족시킨다.

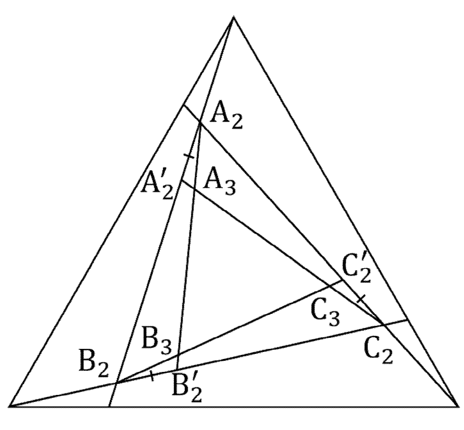
<가> 꼭짓점 P, Q, R은 각각 선분 AB, BC, CA 위에 있다.
<나> 두 선분 PQ와 QR은 서로 수직이고 $\overline{\mathrm{PQ}}=\overline{\mathrm{QR}}$이다.

$\overline{\mathrm{BP}}=x$ $(0\le x\le 3)$라 할 때, 삼각형 PQR의 넓이를 x에 대한 식으로 나타내고, 삼각형 PQR의 넓이가 최소가 되게 하는 x의 값을 구하시오.

3. 정삼각형 $\mathrm{A_1B_1C_1}$과 $0<t<\frac{1}{2}$인 상수 t에 대하여 점 $\mathrm{A_1}'$, $\mathrm{B_1}'$, $\mathrm{C_1}'$은 각각 변 $\mathrm{A_1B_1}$, $\mathrm{B_1C_1}$, $\mathrm{C_1A_1}$ 위에 있고, $\overline{\mathrm{A_1A_1}'}=t\,\overline{\mathrm{A_1B_1}}$, $\overline{\mathrm{B_1B_1}'}=t\,\overline{\mathrm{B_1C_1}}$, $\overline{\mathrm{C_1C_1}'}=t\,\overline{\mathrm{C_1A_1}}$을 만족시킨다. 아래 그림과 같이 선분 $\mathrm{A_1B_1}'$과 $\mathrm{C_1A_1}'$이 만나는 점을 $\mathrm{A_2}$, 선분 $\mathrm{B_1C_1}'$과 $\mathrm{A_1B_1}'$이 만나는 점을 $\mathrm{B_2}$, 선분 $\mathrm{C_1A_1}'$과 $\mathrm{B_1C_1}'$이 만나는 점을 $\mathrm{C_2}$라 하면 삼각형 $\mathrm{A_2B_2C_2}$는 정삼각형이다.

정삼각형 $\mathrm{A_2B_2C_2}$에도 같은 방법을 적용하여, 각각 변 $\mathrm{A_2B_2}$, $\mathrm{B_2C_2}$, $\mathrm{C_2A_2}$ 위에 있고 $\overline{\mathrm{A_2A_2}'}=t\,\overline{\mathrm{A_2B_2}}$, $\overline{\mathrm{B_2B_2}'}=t\,\overline{\mathrm{B_2C_2}}$, $\overline{\mathrm{C_2C_2}'}=t\,\overline{\mathrm{C_2A_2}}$를 만족시키는 점을 각각 $\mathrm{A_2}'$, $\mathrm{B_2}'$, $\mathrm{C_2}'$이라 하면 선분 $\mathrm{A_2B_2}'$과 $\mathrm{C_2A_2}'$이 만나는 점 $\mathrm{A_3}$, 선분 $\mathrm{B_2C_2}'$과 $\mathrm{A_2B_2}'$이 만나는 점 $\mathrm{B_3}$, 선분 $\mathrm{C_2A_2}'$과 $\mathrm{B_2C_2}'$이 만나는 점 $\mathrm{C_3}$을 세 꼭짓점으로 하는 정삼각형 $\mathrm{A_3B_3C_3}$을 얻는다. 이와 같은 과정을 반복하여 정삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n$ $(n\ge 2)$을 얻을 수 있다. 자연수 n에 대하여 정삼각형 $\mathrm{A}_n\mathrm{B}_n\mathrm{C}_n$의 넓이를 s_n이라 하자. $s_2=rs_1$을 만족시키는 r을 t에 대한 식으로 나타내고, $\sum_{n=1}^{\infty}s_n=3s_1$을 만족시키는 t의 값을 구하시오.





[문제 2] 다음 제시문을 읽고 물음에 답하시오. (50점)

<가> 실수 전체의 집합에서 두 번 미분가능하고 이계도함수가 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$f(x) = e^x(3\sin x - \cos x) + 2\int_0^x f''(t)(x-t)\,dt + \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^t f''(t)\,dt$$

를 만족시킨다.

<나> 함수 $p(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(ㄱ) 함수 $p(x)$는 사차함수이다.

(ㄴ) 모든 실수 x에 대하여

$$p(x) = 4x^4 + \int_0^x p''(t)(3x-5t)\,dt + \frac{3}{2}\int_0^2 t\,p(t)\,dt$$

이다.

(ㄷ) 함수 $p(x)$가 닫힌구간 $[0,1]$에서 증가한다.

(ㄹ) 닫힌구간 $[0,1]$에서 함수 $q(x)$를 $q(x) = p(x)$로 정의하자.

함수 $q(x)$의 역함수를 $r(x)$라 할 때, x축, y축, 직선 $y=1$과

곡선 $y = r(x)$ $(q(0) \le x \le q(1))$로 둘러싸인 도형의 넓이는 $\frac{159}{5}$이다.

1. $f(0)$의 값을 구하시오.

2. 제시문 <나>의 조건 중 (ㄱ), (ㄴ)만을 이용하여 $\int_0^3 p(x)\,dx$의 값을 구하시오.

3. $p(1)$의 값을 구하시오.