

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1.  $\sqrt[3]{8} \times 4$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 4      ④ 8      ⑤ 16

2. 일차함수  $f(x)$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = f(0) + 1$  일 때,  $f'(0)$ 의 값은? [2점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

3. 두 사건  $A$ 와  $B$ 가 서로 독립이고

$$P(A) = \frac{3}{4}, P(A \cap B) = \frac{3}{8}$$

일 때,  $P(B)$ 의 값은? [2점]

- ①  $\frac{1}{2}$       ②  $\frac{1}{3}$       ③  $\frac{1}{4}$       ④  $\frac{1}{5}$       ⑤  $\frac{1}{6}$

4.  $\pi < \theta < 2\pi$ 인  $\theta$ 에 대하여  $\tan \theta = \frac{1}{3}$  일 때,  $\sin \theta + \cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ①  $-\frac{\sqrt{10}}{5}$       ②  $-\frac{2\sqrt{10}}{5}$       ③  $-\frac{3\sqrt{10}}{5}$   
 ④  $-\frac{4\sqrt{10}}{5}$       ⑤  $-\sqrt{10}$

5. 함수  $f(x) = (2x-1)(2x+5)$ 에 대하여  $f'(0)$ 의 값은? [3점]

- ① 2      ② 4      ③ 6      ④ 8      ⑤ 10

6.  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^6$ 의 전개식에서  $x^4$ 의 계수는? [3점]

- ① 6      ② 9      ③ 12      ④ 15      ⑤ 18

7. 두 실수  $a, b$ 에 대하여 함수  $f(x) = 2^{x+a} - 7$ 이 닫힌구간  $[0, 1]$ 에서 최댓값 1과 최솟값  $b$ 를 가질 때,  $a-b$ 의 값은?

[3점]

- ① 1      ② 2      ③ 3      ④ 4      ⑤ 5

8. 한 개의 주사위를 세 번 던져 나온 눈의 수가 모두 다를 확률은? [3점]

- ①  $\frac{1}{9}$     ②  $\frac{2}{9}$     ③  $\frac{1}{3}$     ④  $\frac{4}{9}$     ⑤  $\frac{5}{9}$

9.  $\sum_{k=1}^{10} k^2 - k$ 의 값은? [3점]

- ① 300    ② 310    ③ 320    ④ 330    ⑤ 340

10. 다항함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여

$$(f(x)-x)(f(x)-2x+1) \leq 0$$

을 만족시킨다.  $f(3)=4$ 일 때,  $\int_{-1}^1 f(x) dx$ 의 값은? [3점]

- ① -2    ② -1    ③ 0    ④ 1    ⑤ 2

11. 확률변수  $X$ 가 이항분포  $B\left(n, \frac{3}{5}\right)$ 를 따르고

$$P(X \geq V(X)) = \left(\frac{3}{5}\right)^n$$

일 때,  $E(X)$ 의 최댓값은? [3점]

- ① 15      ② 18      ③ 21      ④ 24      ⑤ 27

12. 서로 다른 두 자연수  $a, b$ 에 대하여

$$8a^3 - b^3 = 1 + \log_4 n, \quad 4a^2 + b^2 = 1 + \log_8 n$$

일 때, 자연수  $n$ 의 최솟값은? [3점]

- ①  $2^{24}$       ②  $2^{36}$       ③  $2^{48}$       ④  $2^{60}$       ⑤  $2^{72}$

13.  $f(0)=0$ 인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 곡선  $y=f(x)$  위의 점  $(2, 4)$ 에서의 접선의 방정식을  $y=g(x)$ 라 하자.

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{g(x)} = 5$$

일 때,  $f(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

14. 등차수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$a_n \times a_{n+2}$ 의 최솟값은  $a_1 \times a_4$ 이다.

$a_6 = 14$ 일 때,  $a_{14}$ 의 값은? [4점]

- ① 54      ② 62      ③ 70      ④ 78      ⑤ 86

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.  $f(10)$ 의 값은? [4점]

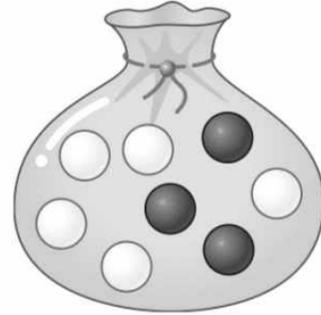
(가)  $f(0) = f(3), f(1) = f(4)$

(나) 방정식  $f(f'(x)) = 0$ 의 실근의 최댓값과 최솟값의 차는 4이다.

- ① 126    ② 136    ③ 146    ④ 156    ⑤ 166

16. 흰 공 5개와 검은 공 3개가 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 공 2개를 동시에 꺼내는 시행을 한다. 이 시행을 2번 반복할 때, 두 시행에서 꺼낸 검은 공의 수가 서로 같을 확률은? (단, 꺼낸 공은 주머니에 다시 넣지 않는다.) [4점]

- ①  $\frac{1}{14}$     ②  $\frac{3}{14}$     ③  $\frac{5}{14}$     ④  $\frac{1}{2}$     ⑤  $\frac{9}{14}$



17. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 함수

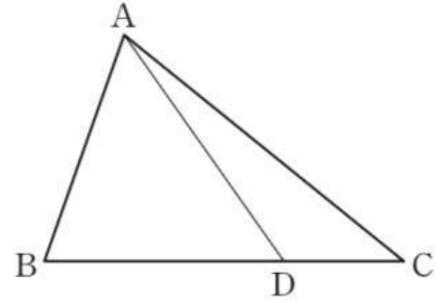
$$g(x) = \int_0^x (t^3 - 4t)f(t) dt$$

가  $x > -2$ 에서 증가하고  $g(-2) + g(2) = -32$ 이다.  $f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 6      ② 12      ③ 18      ④ 24      ⑤ 30

18. 삼각형 ABC 위의 변 BC 위에  $\overline{AB} = \overline{BD}$ 가 되도록 점 D를 잡는다. 삼각형 ABD, ADC, ABC의 외접원의 반지름의 길이가 각각 2, 3, 4일 때,  $\cos(\angle ABC)$ 의 값은? [4점]

- ①  $\frac{17}{32}$       ②  $\frac{19}{32}$       ③  $\frac{21}{32}$       ④  $\frac{23}{32}$       ⑤  $\frac{25}{32}$



19. 두 이산확률변수  $X, Y$ 가 갖는 값은 1부터 6까지의 자연수이고, 양수  $a$ 에 대하여  $n=1, 2, 3, 4, 5$ 일 때

$$P(X=n)+P(Y=n)=\frac{a}{45}$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ.  $P(X=6)+P(Y=6)=2-5a$

ㄴ.  $a=15$ 이면  $V(X)=V(Y)$ 이다.

ㄷ.  $V(X)$ 의 최댓값이  $\frac{11}{6}$ 이도록 하는 모든  $a$ 의 값의 합은 11이다.

- ① ㄱ                      ② ㄴ                      ③ ㄱ, ㄴ  
 ④ ㄱ, ㄷ                ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

20. 최고차항의 계수가  $p$ 이고 최솟값이 음수인 이차함수  $f(x)$ 에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수

$$g(x)=\begin{cases} x & (x \leq 1) \\ f(x) & (x > 1) \end{cases}$$

가 있다. 함수  $g(x)$ 의 그래프와 직선  $y=t$  ( $0 < t < 1$ )가 만나는 세 점을  $x$ 좌표가 작은 순으로 P, Q, R이라 하고, 점 Q에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 H라 하자. 사각형 POHQ의 넓이의 최댓값이  $\frac{2}{3}$ 일 때, 자연수  $p$ 의 최댓값은? (단, 0는 원점이고  $f'(1) < 0$ 이다.) [4점]

- ① 29                      ② 30                      ③ 31                      ④ 32                      ⑤ 33

21. 자연수  $k$ 에 대하여 수열  $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$a_1$ 과  $a_{21}$ 은 자연수이고, 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_n = \begin{cases} \sqrt{a_{n+1}^2 - 2a_{n+1}} + 1 & (a_{n+1} > k) \\ \sqrt{a_{n+1}^2 + 2a_{n+1}} - 1 & (a_{n+1} \leq k) \end{cases}$$

이다.

가능한 모든  $a_1 + k$ 의 값의 합은? [4점]

- ① 13      ② 24      ③ 43      ④ 54      ⑤ 73

단답형

22.  $\log_{(22-a)} 22 > 2$ 이도록 하는 모든 자연수  $a$ 의 값의 합을 구하시오. [3점]

23. 다항함수  $f(x)$ 에 대하여  $f'(x) = 3x^2 + 2$ 이고  $f(4) = 4$ 일 때,  $f(5)$ 의 값을 구하시오. [3점]

24. 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{10} a_k = 10, \quad \sum_{k=1}^5 a_{2k} = 5$$

일 때,  $\sum_{k=1}^5 a_{2k-1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

25. 3 이하의 임의의 두 자연수  $a, b$ 에 대하여 함수

$$f(x) = x^3 - 3ax^2 + bx$$

가 실수 전체의 집합에서 증가할 확률은  $p$ 이다.  $36p$ 의 값을 구하시오. [3점]

26. 두 실수  $a, b$ 에 대하여 열린구간  $(0, \pi)$ 에서 방정식

$$(\sin x - \sin a)(\cos x - \sin a) = 0$$

의 실근이  $a, a+2b, a+3b$  뿐일 때,  $|a-b| = \frac{q}{p}\pi$ 이다.  $p+q$ 의 값을 구하시오. (단,  $p$ 와  $q$ 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

27. 다음 조건을 만족시키는 음이 아닌 정수  $x_1, x_2, x_3$ 의 순서쌍  $(x_1, x_2, x_3)$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가)  $n=1, 2$ 일 때,  $\frac{x_{n+1}-x_n}{2n}$ 은 자연수이다.  
 (나)  $x_3$ 은 20 이하의 짝수이다.

28. 최고차항의 계수가  $-1$ 이고 극솟값  $0$ 을 가지는 사차함수  $f(x)$ 와 양수  $a$ 에 대하여 부등식

$$f(x) = a^x \leq 1$$

을 만족시키는 실수  $x$ 의 개수를  $g(a)$ 라 할 때,  $g(a)$ 의 최솟값은 2이고 최댓값은  $M$ 이다.  $f(1) = -\frac{9}{16}$ 일 때,  $M^2 \times f(2)$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수  $f(x)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수  $a$ 의 합이 4이다.  $f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점]

모든 실수  $t$ 에 대하여  $\lim_{x \rightarrow t} \frac{f(x) - f(a)}{f(x^2)}$ 의 값이 존재한다.

30. 집합  $X = \{x \mid x \text{는 한 자리 자연수}\}$ 의 임의의 세 원소  $a, b, c$ 와 치역의 원소의 개수가 2인 함수  $f: X \rightarrow X$ 에 대하여 두 확률  $p, q$ 가 다음과 같다.

$p$ 는  $a < f(a)$ 일,  $q$ 는  $b \leq f(b) < f(c) \leq c$ 일 확률이다.

$q \geq p(1-p)$ 이도록 하는 함수  $f$ 의 개수를 구하시오. [4점]

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.