

2025 년 전국연합학력평가 수학 영역 미적분 29번 대충 풀이

Minjun Kim
mikanebi0@yonsei.ac.kr mikanet.net

July 12, 2025

솔직히 별 거 없는 문제기도 하고 잘 푸시는 분 많으니까 저는 대충 풀어보도록 하겠습니다.
밥 먹다 말고 심심해서 쓰는 중

Exercise 1. 첫째항이 자연수이고 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty} (|a_n + 1| - a_n - 1) = 26$$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값을 구하시오.

Solution.

$$|a_n + 1| - a_n - 1 = \begin{cases} -2a_n - 2 & (a_n < -1) \\ 0 & (a_n > -1) \end{cases}$$

이니까, 결국 $a_n < -1$ 인 부분만 관심을 가지면 충분하다.

a_1 이 자연수라니까 내가 마음에 드는 숫자 10을 대입해 보았다. 대충 나열이나 해보자.

$$10 \rightarrow -5 \rightarrow \frac{5}{2} \rightarrow -\frac{5}{4}$$

우리의 본능에 의해 여기까지 나열하면 망했다라는 직관을 어렵지 않게 얻는다. 왜 망했는가?

$$-\frac{5}{4} < -1 \text{ 인데 여기다 2를 곱해도 자연수가 안 나오기 때문이다.}$$

우리가 원하는 합은 26, 누가 봐도 자연수이기 때문이다. $2a_n$ 은 등비수열이기 때문에 이렇게 한번 자연수가 아닌 녀석이 등장하면 큰일난다. 왜 큰일났는지는 독자의 상상에 맡긴다. 큰일이 나지 않기 위해, 다음과 같은 추측을 감각적으로 얻는다.

Conjecture 1. a_2 가 8의 배수, a_1 이 4의 배수이면 좋겠다.

26이 딱히 큰 숫자도 아니고 해서 마음에 드는 숫자를 순서대로 넣어보기로 했다.

$$a_1 = 12 \rightarrow -6 \rightarrow 3 \rightarrow -\frac{3}{2} \implies 12 + 3 - 4 \quad (\text{너무 작다})$$

$$a_1 = 16 \rightarrow -8 \rightarrow 4 \rightarrow -2 \rightarrow 1 \implies 16 + 4 - 4 \quad (\text{너무 작다})$$

$a_1 = 20$ 은 뭔가 기분이 썩어서 패스했다. $a_1 = 10$ 이 안 되었기 때문에 트라우마가 생긴 듯.

$$a_1 = 24 \rightarrow -12 \rightarrow 6 \rightarrow -3 \rightarrow \frac{3}{2} \implies 24 + 6 - 4 = 26 \quad (\text{정답!})$$

그래서 우리가 구하는 답은 $24 \times \frac{2}{3} = 16$ 이다.