

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{3} \times 3^{\frac{3}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^3 + x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은?

[2점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

3. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1 \times a_{13} = 64, \quad \frac{a_5}{a_2} = 2$$

일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 - 5 & (x < 2) \\ ax + 1 & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2 - 1)f(x)$$

라 하자. $f(1) = 5$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

7. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = xf(x) - x^3$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

6. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ 일 때, $\sin\theta \cos\theta$ 의 값은?

[3점]

- ① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

8. 1 이 아닌 두 자연수 a, b 에 대하여

$$\log_2 a + \log_4 ab = \frac{5}{2}$$

일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

9. 이차함수 $f(x)$ 가 $\int_{-1}^1 f'(x)dx = 0$ 을 만족시킬 때,

$$f(0) - f(-1) + \int_0^1 \{x^2 + 2x + f'(x)\} dx$$

의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

10. 다음과 같이 $0 \leq x < 2$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 있다.

$n-1 \leq x < n$ 일 때, $f(x) = 3^n \sin \pi x + 4$ 이다.
(단, $n = 1, 2$)

함수 $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 중 y 좌표가 자연수인 점의 개수는? [4점]

- ① 7 ② 10 ③ 13 ④ 16 ⑤ 19

11. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시간 t ($t \geq 0$)에서의 위치가 각각

$$x_1 = t^3 - 5t^2 + 10t, \quad x_2 = \frac{5}{2}t^2 - 2t - 10$$

이다. 두 점 P, Q 사이의 거리가 최소가 되는 순간 점 P의 가속도는? [4점]

- ① 8 ② 11 ③ 14 ④ 17 ⑤ 20

12. 첫째항이 1인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 있다. 수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_{n+1} = \begin{cases} b_n + 1 & (n \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ a_n + b_n & (n \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $b_9 - b_3 = 27$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 100 ② 145 ③ 190 ④ 235 ⑤ 280

$$b_{n+1} - b_n = \begin{cases} 1 & (n \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ a_n & (n \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

$$b_9 - b_8 = 1$$

$$b_8 - b_7 = 1$$

$$b_7 - b_6 = a_6$$

$$b_6 - b_5 = 1$$

$$b_5 - b_4 = 1$$

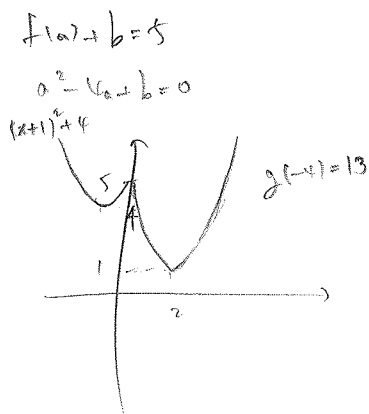
$$+) b_4 - b_3 = a_3$$

$$b_9 - b_3 = 4 + a_3 + a_6 = 27$$

$$a_3 + a_6 = 23 \quad d = 3$$

$$1 \quad 4 \quad 7 \quad 10 \quad 13 \quad 16 \quad 19 \quad 22 \quad 25 \quad 28$$

$$29 \times 5 = 145$$


$$I_c = \frac{4}{\sqrt{3}} \quad \Delta BQC = \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{3} \cdot \frac{4}{\sqrt{3}} \cdot \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$$

15. 함수 $f(x) = x^2 + ax + b$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} |f(x)| - x^2 & (x \leq 0) \\ \{f(x)\}^2 + x^3 & (x > 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x=b$ 에서만 미분가능하지 않다.
(나) 방정식 $g(x)=0$ 은 음의 실근을 갖는다.

$g(-\frac{1}{2}) + g(3)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{183}{2}$ ② $\frac{187}{2}$ ③ $\frac{191}{2}$ ④ $\frac{195}{2}$ ⑤ $\frac{199}{2}$

$g(x)$ 는 $x=0$ 에서 연속

$$|b| = b^2 \quad b = \pm 1 \quad x > 0 \text{ 때 미분가능} \Rightarrow b \neq 1$$

$$\therefore b = -1 \quad f(-1) = 0$$

$$\therefore f(x) = x^2 - 1 \quad (a=0 \text{ 일 때 } x=0 \text{ 에서 미분가능})$$

$$f(-\frac{1}{2}) = -\frac{3}{4} \quad g(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$$

$$f(3) = 64 + 27 = 91$$

$$\frac{1}{2} + 91 = \frac{183}{2}$$

단답형

16. 방정식

$$2\log_3(x+1) = \log_3(x+7)$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점] 2

$$x > -1 \quad (x+1)^2 = x+7$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \quad (x+3)(x-2) = 0 \quad x = 2$$

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 + 1$ 이고 $f(0) = 2$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점] 5

$$f(x) = 2x^3 + x + 2$$

$$f(1) = 5$$

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{19} (2a_{k+1} - b_k) = 150, \quad \sum_{k=1}^{19} (a_{k+1} + b_k) = 330$$

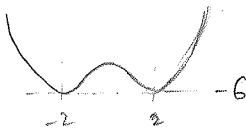
이다. $a_1 = 3$ 일 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값을 구하시오. [3점] 163

$$\sum_{k=1}^{19} 3a_{k+1} = 480$$

$$a_2 + \dots + a_{20} = 160$$

$$\therefore a_1 + \dots + a_{20} = 163$$

19. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(-x)$ 를 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 가 $x=2$ 에서 극솟값 -6 을 가질 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. [3점]



$$f(x) = (x+2)^2(x-2)^2 - 6$$

$$f(0) = 10$$

20. 두 실수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = -2^{-x+a} + b$ 가 있다.

집합 $\{x | x \neq 4, x \text{는 실수}\}$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = f(x) + 2^x + \frac{|x-4|}{x-4} \{f(x) - 2^x\}$$

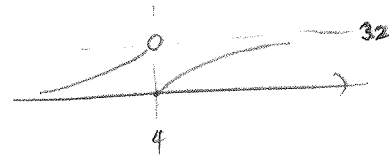
이 다음 조건을 만족시킬 때, $g(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

24

모든 실수 t 에 대하여 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 가 만나는 점의 개수는 0 또는 2이다.

$$x \geq 4 \quad g(x) = 2f(x) = -2^{-x+a+1} + 2b = -2^{-x+4} + 32$$

$$x < 4 \quad g(x) = 2^{x+1}$$



$$\therefore g(6) = -2^3 + 32 = 24$$

21. 함수 $f(x) = -x^2 + kx$ ($k > 0$)의 그래프 위에 있는

제1사분면 위의 점 $A(a, f(a))$ ($a > \frac{k}{2}$)에서의 접선의

방정식을 $y = g(x)$ 라 하고, 직선 $y = g(x)$ 의 x 절편을 b 라

하자. 점 A 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 하고,

삼각형 AOH 의 넓이를 S 라 할 때, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가

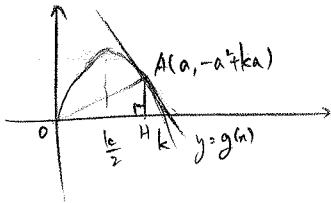
다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \int_a^b g(x)dx = S$$

$$(나) \int_0^a \left\{ f(x) - \frac{1}{2}ax \right\} dx = \frac{32}{3}$$

$g(-k)$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, k 는 상수이다.)

[4점]



$$\int_a^b g(x)dx = S \Rightarrow b = 2a$$

$$g(x) > 0 \Rightarrow \frac{a^2 - ka}{a} = a - k = -2a + k$$

$$\therefore k = \frac{3}{2}a$$

$$\int_0^a \left\{ f(x) - \frac{1}{2}ax \right\} dx = \int_0^a (-x^2 + ax) dx$$

$$= \frac{a^3}{6} = \frac{32}{3} \quad a = 4 \quad k = 6 \quad (4, 8)$$

$$g(x) = -2x + 6 \quad g(-6) = 28$$

22. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_6 = 6$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) 네 항 a_2, a_3, a_4, a_5 중 짝수인 항의 개수는 1이다.

16

$$i) a_4 = a_2 + a_3$$

$$a_5 = \frac{1}{2}a_3$$

$$a_6 = a_4 + a_5 = 6$$

$$\begin{array}{r} + 5 \\ 3 \quad 3 \\ \hline 5 \quad 1 \end{array}$$

$$a_4 = 1 \quad a_5 = 5$$

$$a_3 = 2 \quad a_2 = 3$$

$$a_1 = 4$$

$$4 \quad 3 \quad 2 \quad 5 \quad 1 \quad 6$$

$$4 + 12 = 16$$

$$ii) a_4 = a_2 + a_3 = 12$$

$$a_5 = a_3 + a_4 = a_3 + 12$$

$$a_6 = \frac{1}{2}a_4 = 6$$

$$a_2 + a_3 = 12$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 11 \\ 3 \quad 9 \\ 5 \quad 7 \\ 7 \quad 5 \\ 9 \quad 3 \\ 2 \quad 1 \end{array}$$

$$22 + 18 + 14 + 10 + 6 + 2$$

$$= 24 \cdot 3 = 72$$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - 1}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

7

24. 매개변수 t 로 나타내어진 곡선

$$x = t + \sin t, \quad y = -4 \cos t + 2 \sin^2 t$$

에서 $t = \frac{\pi}{3}$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

$$\frac{dx}{dt} = 1 + \cos t \quad \frac{dy}{dt} = 4 \sin t + 4 \sin t \cos t$$

$$\frac{\frac{3\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{3}$$

25. $x > 0$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\left(\frac{x}{5}\right)^{n+1} + 2x}{\left(\frac{x}{5}\right)^n + 1}$$

일 때, $f(k) = 5$ 를 만족시키는 모든 양수 k 의 값의 합은?

[3점]

- ① $\frac{51}{2}$ ② $\frac{53}{2}$ ③ $\frac{55}{2}$ ④ $\frac{57}{2}$ ⑤ $\frac{59}{2}$

$$\begin{aligned} 0 < x < 5 & \quad 2x = 5 \quad k = \frac{5}{2} \\ x = 5 & \\ x > 5 & \quad \frac{x}{5} = 5 \quad k = 25 \\ 25 + \frac{5}{2} &= \frac{55}{2} \end{aligned}$$

26. 양수 t 에 대하여 곡선 $y = \frac{\ln x}{x}$ 위의 한 점 $P\left(t, \frac{\ln t}{t}\right)$ 와

점 $A(0, 1)$ 을 지나는 직선의 기울기를 $f(t)$ 라 할 때,

$\int_1^e f(t)dt$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{1}{e}$ ② $-\frac{2}{e}$ ③ $-\frac{3}{e}$ ④ $-\frac{4}{e}$ ⑤ $-\frac{5}{e}$

$$f(t) = \frac{\frac{\ln t}{t} - 1}{t} = \frac{\ln t - t}{t^2} = \frac{\ln t - t}{t^2} - \frac{1}{t}$$

$$\int \frac{\ln t}{t^2} dt = \int x \cdot \frac{1}{e^x} dx = (-x-1)e^{-x} = \frac{-\ln t - 1}{t}$$

$$\text{let } x = \ln t \quad \frac{dx}{dt} = \frac{1}{t}$$

$$\left[\frac{-\ln t - 1}{t} - \ln t \right]_1^e = -\frac{2}{e} - 1 + 1 = -\frac{2}{e}$$

27. 최고차항의 계수가 1 인 이차함수 $f(x)$ 가 실수 $k(k \neq 0)$ 에 대하여 $f(3-2k)=f(3)$ 을 만족시킨다. 함수

$$g(x) = \frac{f(x)+k}{e^{f(x)}}$$

가 $x=3$ 에서 극대이고 $g(3)=e$ 일 때, $g(k)$ 의 값은? [3점]

- ① $-2e^6$ ② $-3e^5$ ③ $-2e^5$ ④ $-3e^4$ ⑤ $-2e^4$

$$g'(x) = \frac{f'(x)(-f(x)-k-1)}{e^{f(x)+1}}$$

$$\therefore f(3) = -k+1 \quad (k \neq 0)$$

$$g(3) = \frac{1}{e^{f(3)}} = \frac{1}{e^{-k+1}} = e \quad \therefore k=2$$

$$f(x) = x^2 - x - 4$$

$$g(2) = \frac{-4+2}{e^{-4}} = -2e^4$$

28. 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(-x)}{x} & (x < 0) \\ -x^2 + 2x + a & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. 실수 $t(0 < t < 2)$ 에 대하여 $f'(x)=t$ 를 만족시키는 음수 x 의 값을 $g(t)$ 라 하고, 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 a 의 값을 $h(t)$ 라 하자.

$k \geq a$ 인 모든 실수 k 에 대하여 함수 $y=f(x)$ 의 그래프와 직선 $y=tx+k$ 가 만나는 서로 다른 점의 개수는 2 이다.

$g(1)+h'(1)$ 의 값은? (단, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 0$) [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

$$f'(x) = \frac{1 - \ln(-x)}{x^2}$$

$$f'(g(t)) = t$$

$$\frac{1 - \ln(-g(t))}{\{g(t)\}^2} = t$$

$$t=1 \Rightarrow 1 - \ln(-g(1)) = \{g(1)\}^2 \quad \therefore g(1) = -1$$

$$x < 0 \text{ 점선 } y = t(x - g(t)) + \frac{\ln(-g(t))}{g(t)} \\ = tx - tg(t) + \frac{\ln(-g(t))}{g(t)}$$

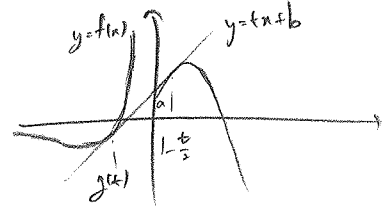
$$x > 0 \text{ 점선 } y = t(x - 1 + \frac{t}{2}) - (1 - \frac{t}{2})^2 + 2(1 - \frac{t}{2}) + a \\ = tx - t(1 - \frac{t}{2}) - (1 - \frac{t}{2})^2 + 2(1 - \frac{t}{2}) + a \\ = tx + (1 - \frac{t^2}{2}) + a$$

$$-tg(t) + \frac{\ln(-g(t))}{g(t)} = (1 - \frac{t}{2})^2 + h(t)$$

$$h(t) = -tg(t) + \frac{\ln(-g(t))}{g(t)} - (1 - \frac{t}{2})^2$$

$$h'(t) = -g(t) - tg'(t) + \frac{1 - \ln(-g(t))}{\{g(t)\}^2} \cdot g'(t) - (1 - \frac{t}{2}) \\ = -g(t) - \frac{t}{2} + 1$$

$$\therefore h'(1) = -g(1) - \frac{1}{2} + 1 \quad h(1) + g(1) = \frac{1}{2}$$



단답형

29. 첫째항이 자연수이고 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty} (|a_n + 1| - a_n - 1) = 26$$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

16

$$a_n > -1 \rightarrow 0$$

$$a_n < -1 \rightarrow -2(a_n + 1)$$

$$a_n < -1 \Rightarrow a_n + 1 \text{ 합 } -13$$

$$24 \quad -12 \quad 6 \quad -3 \quad \frac{3}{2} \quad -\frac{3}{4}$$

$$\frac{24}{1 + \frac{1}{2}} = 16$$

30. 함수 $f(x) = \int_0^x e^{\cos t} dt$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때,

실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $h(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$h(g(x) + 2) = 2x^3 + 6f(1)x^2 + 1$$

을 만족시킨다. $\int_3^7 \frac{h'(x)}{f(x)} dx = k \times \{f(1)\}^2$ 일 때, 실수 k 의

값을 구하시오. [4점]

72

$$f'(x) = e^{\cos x} \quad (\text{우함수}) \Rightarrow f(x) \text{ 는 기함수 } (f(0) = 0)$$

$$f'(x+2) = f'(x) \Rightarrow f(x+2) = f(x) + f(2)$$

$$(1, f(1)) \text{ 점대칭} \quad f(1+n) = (n+1)f(1)$$

$$x = f(x) \text{ 대입하면 } h(x+2) = 2(f(x))^3 + 6f(1)(f(x))^2 + 1$$

$$h'(x+2) = 6(f(x))^2 f'(x) + 12f(1)f(x)f'(x)$$

$$\int_3^7 \frac{h'(x)}{f(x)} dx = \int_1^5 \frac{h'(x+2)}{f(x+2)} dx = \int_1^5 \frac{6(f(x))^2 f'(x) + 12f(1)f(x)f'(x)}{f(x) + f(2)} dx$$

$$= \int_1^5 \frac{[6(f(x))^2 + 12f(1)f(x)]f'(x)}{f(x) + 2f(1)} dx = \int_1^5 6f(x)f'(x) dx$$

$$= 3[f(x)^2]_1^5 \quad f(5) = 5f(1) \text{ 이므로 } (f(x) = x f(1))$$

$$= 3 \cdot 24f(1)^2 = 72f(1)^2 \quad \therefore k = 72$$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.