

8. 1이 아닌 두 자연수  $a, b$ 에 대하여

$$\log_2 a + \log_4 ab = \frac{5}{2}$$

일 때,  $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 4      ② 6      ③ 8      ④ 10      ⑤ 12

9. 이차함수  $f(x)$ 가  $\int_{-1}^1 f'(x)dx = 0$ 을 만족시킬 때,

$$f(0) - f(-1) + \int_0^1 \{x^2 + 2x + f'(x)\} dx$$

의 값은? [4점]

- ①  $\frac{1}{3}$       ②  $\frac{2}{3}$       ③ 1      ④  $\frac{4}{3}$       ⑤  $\frac{5}{3}$

$$\Rightarrow \int_0^1 (x^2 + 2x) dx$$

$$= \frac{4}{3}$$

10. 다음과 같이  $0 \leq x < 2$ 에서 정의된 함수  $f(x)$ 가 있다.

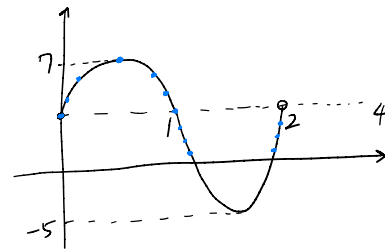
$n-1 \leq x < n$  일 때,  $f(x) = 3^n \sin \pi x + 4$ 이다.  
(단,  $n = 1, 2$ )

함수  $y = f(x)$ 의 그래프 위의 점 중  $y$ 좌표가 자연수인 점의 개수는? [4점]

- ① 7      ② 10      ③ 13      ④ 16      ⑤ 19

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow 3 \sin \pi x + 4$$

$$1 \leq x < 2 \Rightarrow 9 \sin \pi x + 4$$

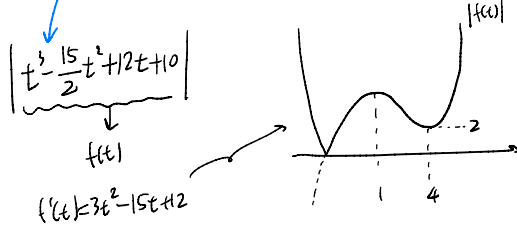


11. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시간  $t$  ( $t \geq 0$ )에서의 위치가 각각

$$x_1 = t^3 - 5t^2 + 10t, \quad x_2 = \frac{5}{2}t^2 - 2t - 10$$

이다. 두 점 P, Q 사이의 거리가 최소가 되는 순간 점 P의 가속도는? [4점]

- ① 8      ② 11      ③ 14      ④ 17      ⑤ 20



$t=4$ 일때 점 P의 가속도

$$V_1 = 3t^2 - 10t$$

$$a_1 = 6t - 10$$

$$\Rightarrow \boxed{14}$$

12. 첫째항이 1인 등차수열  $\{a_n\}$ 이 있다. 수열  $\{b_n\}$ 이 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$b_{n+1} = \begin{cases} b_n + 1 & (n \text{ 이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ a_n + b_n & (n \text{ 이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다.  $b_9 - b_3 = 27$ 일 때,  $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 100      ② 145      ③ 190      ④ 235      ⑤ 280

$$b_4 = a_3 + b_3$$

$$b_7 = a_3 + a_6 + b_3 + 2$$

$$b_9 = a_3 + a_6 + b_3 + 4$$

$$b_9 - b_3 = a_3 + a_6 + 4 = 27$$

$$a_3 + a_6 = 23$$

$$2 + 7d = 23$$

$$d = 3$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{10} a_k = \frac{(1+28) \times 10}{2} = \boxed{145}$$

13. 함수  $f(x) = x^2 - 4x + 5$  와 두 상수  $a, b$  에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x+a)+b & (x < 0) \\ f(x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

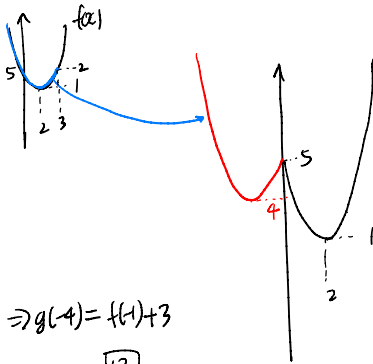
←  $a, b$  의 값이

이 실수 전체의 집합에서 연속이다. 실수  $t$  에 대하여  
함수  $y = g(x)$  의 그래프와 직선  $y = t$  가 만나는 점의 개수를  
 $h(t)$  라 하자.

$$\left| \lim_{t \rightarrow k+} h(t) - \lim_{t \rightarrow k-} h(t) \right| = 2$$

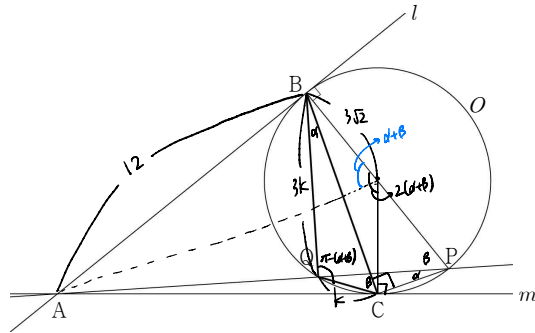
를 만족시키는 서로 다른 모든 실수  $k$  의 값이 ① 4, ⑤ 일 때,  
 $g(-4)$  의 값은? [4점]

- ① 9      ② 10      ③ 11      ④ 12      ⑤ 13



$$\Rightarrow g(-4) = f(-1) + 3 = 13$$

14. 그림과 같이 반지름의 길이가  $3\sqrt{2}$  인 원  $O$  의 외부에 있는  
점  $A$  에서 원  $O$  에 그은 두 접선을 각각  $l, m$  이라 하고,  
두 직선  $l, m$  이 원  $O$  와 만나는 점을 각각  $B, C$  라 하자.  
점  $B$  를 지나고 직선  $l$  에 수직인 직선이 원  $O$  와 만나는 두 점  
중에서  $B$  가 아닌 점을  $P$ , 직선  $AP$  가 원  $O$  와 만나는 두 점  
중에서  $P$  가 아닌 점을  $Q$  라 하면  $\overline{AB} = 12$  일 때,  
 $\sin(\angle BPQ) : \sin(\angle QPC) = 3 : 1$  이다. 삼각형  $BQC$  의  
넓이는? [4점]



- ①  $\frac{14\sqrt{2}}{3}$       ②  $\frac{16\sqrt{2}}{3}$       ③  $6\sqrt{2}$   
④  $\frac{20\sqrt{2}}{3}$       ⑤  $\frac{22\sqrt{2}}{3}$

$$\triangle BCP \text{ 에서 } \overline{BC} = 6\sqrt{2} \sin(\theta + \phi)$$

$$\triangle BQC \text{ 에서 } \overline{BC}^2 = 9k^2 + k^2 + 2 \cdot 3k \cdot k \cdot \cos(\theta + \phi)$$

$$\hookrightarrow 12k^2 = 64$$

$$k = \frac{4}{\sqrt{3}}$$

$$\therefore \frac{1}{2} \times 3k^2 \times \frac{2\sqrt{2}}{3} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$$

$$\sin(\theta + \phi) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\cos(\theta + \phi) = \frac{1}{3}$$

15. 함수  $f(x) = x^2 + ax + b$  에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} |f(x)| - x^2 & (x \leq 0) \rightarrow \begin{cases} ax+b & (x \geq 0) \\ -2x^2 - ax - b & (x < 0) \end{cases} \\ \underbrace{\{f(x)\}^2 + x^3}_{3x^2 + 2f(x)f'(x)} & (x > 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수  $g(x)$  는  $x=b$  에서만 미분가능하지 않다.  
 (나) 방정식  $g(x)=0$  은 음의 실근을 갖는다.

$g\left(-\frac{1}{2}\right) + g(3)$  의 값은? (단,  $a, b$  는 상수이다.) [4점]

✓  
 ①  $\frac{183}{2}$     ②  $\frac{187}{2}$     ③  $\frac{191}{2}$     ④  $\frac{195}{2}$     ⑤  $\frac{199}{2}$

미분 불가능 의심점  $\Rightarrow f(x)=0$  or  $x=0$   
 $(x < 0)$

이 곳에서 미가 이려면,  
 $a = -4x - a$

$$x = -\frac{a}{2} \rightarrow f(x) = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2$$

[가]로 인해  $b=0, \rightarrow a=0$

이러면  $x=0$  에서 미분 가능  $\rightarrow$  모순

$\therefore x=0$  에서 미분 가능,  $f(m)=0$  ( $m < 0$ ) 인  $x=m$  에서만 미분 X  
 $m=b$  ( $b < 0$ )

연속  $\Rightarrow -b=b^2$

$b=-1 \rightarrow f(-1)=0 \rightarrow a=0$

미계  $\Rightarrow -a=2ab \leftarrow \text{ok!}$

$x=-1$  리우 미계  $\Rightarrow a \neq 4-a$

$$f(x) = x^2 - 1$$

$$g\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

$$g(3) = 9$$

$$\therefore \frac{183}{2}$$

단답형

16. 방정식

$$2\log_3(x+1) = \log_3(x+7)$$

을 만족시키는 실수  $x$  의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수  $f(x)$  에 대하여  $f'(x) = 6x^2 + 1$  이고  $f(0) = 2$  일 때,  
 $f(1)$  의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열  $\{a_n\}$ ,  $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{19} (2a_{k+1} - b_k) = 150, \quad \sum_{k=1}^{19} (a_{k+1} + b_k) = 330$$

이다.  $a_1 = 3$  일 때,  $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 최고차항의 계수가 1인 사차함수  $f(x)$ 가 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f(x) = f(-x)$ 를 만족시킨다. 함수  $f(x)$ 가  $x = 2$ 에서 극솟값  $-6$ 을 가질 때, 함수  $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. [3점]

20. 두 실수  $a, b$ 에 대하여 함수  $f(x) = -2^{-x+a} + b$ 가 있다.

집합  $\{x | x \neq 4, x \text{는 실수}\}$ 에서 정의된 함수

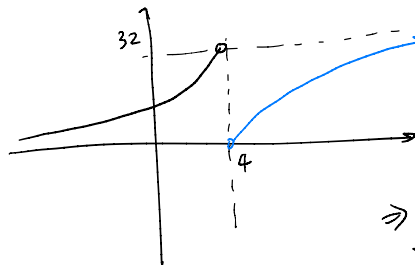
$$g(x) = f(x) + 2^x + \frac{|x-4|}{x-4} \{f(x) - 2^x\}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때,  $g(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

모든 실수  $t$ 에 대하여 함수  $y = g(x)$ 의 그래프와 직선  $y = t$ 가 만나는 점의 개수는 0 또는 2이다.

$$x > 4 \Rightarrow 2^x = -2^{-x+a} + b$$

$$x < 4 \Rightarrow 2^x = -2^{-x+a} + b$$



$$\Rightarrow 2b = 32$$

$$b = 16$$

$$-2^{a-3} + 2b = 0$$

$$a = 8$$

$$\therefore g(6) = 24$$

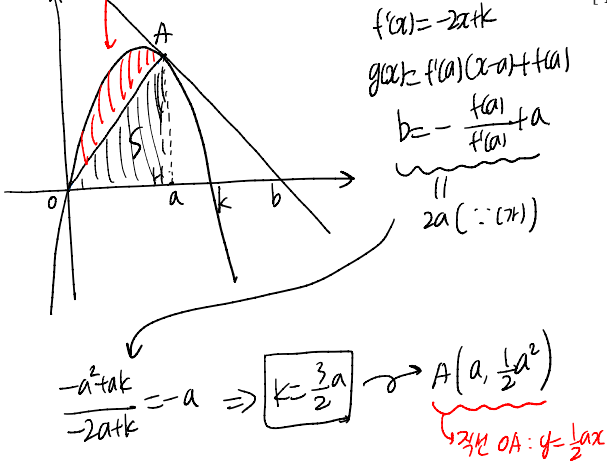
$$\checkmark 24$$

21. 함수  $f(x) = -x^2 + kx$  ( $k > 0$ )의 그래프 위에 있는 제 1사분면 위의 점  $A(a, f(a))$  ( $a > \frac{k}{2}$ )에서의 접선의 방정식을  $y = g(x)$ 라 하고, 직선  $y = g(x)$ 의  $x$ 절편을  $b$ 라 하자. 점 A에서  $x$ 축에 내린 수선의 발을 H라 하고, 삼각형 AOH의 넓이를  $S$ 라 할 때, 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)  $\int_a^b g(x)dx = S$

(나)  $\int_0^a \left\{ f(x) - \frac{1}{2}ax \right\} dx = \frac{32}{3}$

$g(-k)$ 의 값을 구하시오. (단, 0은 원점이고,  $k$ 는 상수이다.) [4점]



22. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열  $\{a_n\}$ 에 대하여  $a_6 = 6$ 이 되도록 하는 모든  $a_1$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수  $n$ 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) 네 항  $a_2, a_3, a_4, a_5$  중 짝수인 항의 개수는 1이다.

Handwritten notes for problem 22:

- ① 짝 짝 짝 짝
- ② 짝 짝 짝 짝

①  $a_4 + a_5 = 6$

1 5  $\rightarrow a_3 = 10 \rightarrow a_2 = 2$

3 3  $\rightarrow a_3 = 6 \rightarrow a_2 = 6$

5 1  $\rightarrow a_3 = 2 \rightarrow a_2 = 3 \rightarrow a_1 = 4$

②  $a_4 = 12$

$a_2 + a_3 = 12$

1 11

3 9

5 7

7 5

9 3

11 1

$a_1 = 2a_3$

$\rightarrow 2 \times (12 \times 3)$

$= 72$

26

76

\* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

27. 최고차항의 계수가 1 인 이차함수  $f(x)$  가 실수  $k(k \neq 0)$  에 대하여  $f(3-2k) = f(3)$  을 만족시킨다. 함수

$$g(x) = \frac{f(x) + k}{e^{f(x)}}$$

가  $x=3$  에서 극대이고  $g(3)=e$  일 때,  $g(k)$  의 값은? [3점]

- ①  $-2e^6$     ②  $-3e^5$     ③  $-2e^5$     ④  $-3e^4$     ⑤  $-2e^4$

28. 실수  $a$  에 대하여 함수  $f(x)$  가

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(-x)}{x} & (x < 0) \\ -x^2 + 2x + a & (x \geq 0) \end{cases}$$

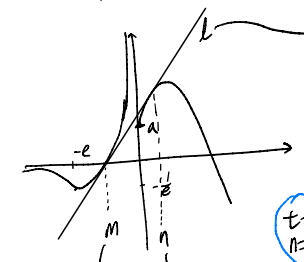
이다. 실수  $t(0 < t < 2)$  에 대하여  $f'(x) = t$  를 만족시키는 음수  $x$  의 값을  $g(t)$  라 하고, 함수  $f(x)$  가 다음 조건을 만족시키도록 하는  $a$  의 값을  $h(t)$  라 하자.

$k \geq a$  인 모든 실수  $k$  에 대하여 함수  $y = f(x)$  의 그래프와 직선  $y = tx + k$  가 만나는 서로 다른 점의 개수는 2 이다.

$g(1) + h'(1)$  의 값은? (단,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ ) [4점]

- ①  $\frac{1}{3}$     ②  $\frac{1}{2}$     ③  $\frac{2}{3}$     ④  $\frac{5}{6}$     ⑤ 1

$$f'(x) = \begin{cases} \frac{1 - \ln(-x)}{x^2} & (x < 0) \\ -2x + 2 & (x \geq 0) \end{cases}$$



$$\begin{aligned} \frac{1 - \ln(-m)}{m^2} &= t \\ 1 - \ln(-m) &= m^2 t \\ \frac{d}{dt} (1 - \ln(-m)) &= \frac{d}{dt} (m^2 t) \\ -\frac{1}{m} \frac{dm}{dt} &= 2mt \frac{dm}{dt} + m^2 \\ \frac{dm}{dt} &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$-1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} 1 - \ln(-g(t)) &= g(t)^2 \\ g(t) &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= t(x-m) + \frac{\ln(-m)}{m} \\ y &= t(x-n) - n^2 + 2n + a \end{aligned}$$

$$-mt + \frac{\ln(-m)}{m} = -nt - n^2 + 2n + a$$

$$\begin{aligned} -t \frac{dm}{dt} - m + \frac{1 - \ln(-m)}{m^2} \frac{dm}{dt} &= -t \frac{dn}{dt} - n + (2-2n) \frac{dn}{dt} + \frac{da}{dt} \\ -t \frac{dm}{dt} - m + \frac{1 - \ln(-m)}{m^2} \frac{dm}{dt} &= -t \frac{dn}{dt} - n + (2-2n) \frac{dn}{dt} + \frac{da}{dt} \end{aligned}$$

$$\frac{da}{dt} = \frac{3}{2}$$

$$h'(1) = \frac{3}{2}$$

## 단답형

29. 첫째항이 자연수이고 공비가  $-\frac{1}{2}$  인 등비수열  $\{a_n\}$  이

$$\sum_{n=1}^{\infty} (|a_n + 1| - a_n - 1) = 26$$

을 만족시킨다.  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  의 값을 구하시오. [4점]

$a_n \geq -1 \Rightarrow 0$   
 $a_n < -1 \Rightarrow -2a_n - 2$   
 $-2(a_2 + a_4 + \dots + a_{2n}) - 2n = 26 \quad (a_{2n} < -1, a_{2n+2} \geq -1)$   
 $\downarrow$   
 $-2 \times \frac{(1 - \frac{1}{4^n})}{1 - \frac{1}{4}} \times (-\frac{1}{2}) - 2n = 26$   
 $\downarrow$   
 $a = \frac{3(4^{n+1})}{2} \times \frac{4^n}{4^n - 1}$   
 $\rightarrow$   $a$ 가 자연수이려면,  $n=1$  or  $n=2$   

|                        |                        |
|------------------------|------------------------|
| $a=28$                 | $a=24$                 |
| $\downarrow$           | $a_2=-12$              |
| $a_2=-14$              | $a_4=-3$               |
| $a_4=-\frac{7}{2}$ (X) | $a_6=-\frac{3}{4}$ (X) |

  
 $\therefore \frac{24}{1+\frac{1}{2}} = 16$

30. 함수  $f(x) = \int_0^x e^{\cos t} dt$  의 역함수를  $g(x)$  라 할 때,

실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수  $h(x)$  가 모든 실수  $x$  에 대하여

$$h(g(x)+2) = 2x^3 + 6f(1)x^2 + 1$$

을 만족시킨다.  $\int_3^7 \frac{h'(x)}{f(x)} dx = k \times \{f(1)\}^2$  일 때, 실수  $k$  의 값을 구하시오. [4점]

$$g'(x) h'(g(x)+2) = 6x^2 + (2f(1))x$$

$\downarrow$   
 $x = f(t)$   
 $\hookrightarrow \frac{h'(t+2)}{f'(t)} = 6f(t)^2 + (2f(1))f(t)$

$$h'(x+2) = 6f(x)^2 + (2f(1))f(x)$$

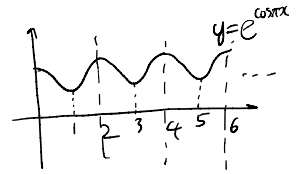
$$\int_3^7 \frac{h(x)}{f(x)} dx = \int_1^5 \frac{h'(x+2)}{f'(x+2)} dx$$

$$= \int_1^5 \frac{6f(x)^2 + (2f(1))f(x)}{f(x)+2f(1)} dx$$

$$= [3f(x)^2]_1^5 = 3(f(5)^2 - f(1)^2)$$

$$= 3(25f(1)^2 - f(1)^2)$$

$$= 72f(1)^2$$



$\downarrow$   
 $f(x)$ 는 주기가 2인 주기함수.  
 $\oplus f(n) = n \times f(1)$  ( $n$ 은 자연수)  
 $\therefore f(x+2) = f(x) + 2f(1)$

$$\boxed{12}$$

## \* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.