제 2 교시

2025학년도 7월 고3 전국연합학력평가 문제지

수학 영역

성명	《SOLVIX》 논리	수험 번호					3				

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

너의 꾸밈없음과 꿈 많음을 사랑한다

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

※ 시험이 시작될 때까지 표지를 넘기지 마십시오.

인천광역시교육청

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[4]{3}\times 3^{\frac{3}{4}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x)=x^3+x$ 에 대하여 $\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

$f'(x)=3x^2+1$

① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

$f'(1)=3+1=4$

3. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_1\times a_{13}=64,\quad \frac{a_5}{a_2}=2$$

일 때, a_4 의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$a_7^2=64$, $a_7=8$

$\frac{a_5}{a_2}=r^3=2$

$a_4=a_7\times\frac{1}{r^3}=8\times\frac{1}{2}=4$

4. 함수

$$f(x)=\begin{cases} ax^3-5 & (x<2) \\ ax+1 & (x\geq 2)\end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$8a-5=2a+1$, $6a=6$, $a=1$

5. 다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=(x^2-1)f(x)$$

라 하자. $f(1)=5$일 때, $g'(1)$의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$g'(x)=2xf(x)+(x^2-1)f'(x)$

$g'(1)=2f(1)=10$

6. $\sin\left(\frac{\pi}{2}+\theta\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\frac{\sqrt{5}}{5}$일 때, $\sin\theta\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

7. 다항함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt=xf(x)-x^3$$

$f(1)=1$

을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? [3점]

① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

$f(x)=f(x)+xf'(x)-3x^2$

$f'(x)=3x$

$f(x)=\frac{3}{2}x^2-\frac{1}{2}$

$f(2)=\frac{11}{2}$

8. 1이 아닌 두 자연수 a, b에 대하여

$$\log_2 a + \log_4 ab = \frac{5}{2}$$

일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

$\log_4 a^3 b = \frac{5}{2}$

$a^3 b = 32 \rightarrow a=2,\ b=4$

9. 이차함수 $f(x)$가 $\int_{-1}^{1} f'(x)dx = 0$을 만족시킬 때,

$$f(0) - f(-1) + \int_0^1 \{x^2 + 2x + f'(x)\}dx$$

의 값은? [4점]

$\Rightarrow \int_0^1 x^2 + 2x\, dx = \frac{1}{3} + 1 = \frac{4}{3}$

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

$\int_0^1 f'(x)dx = -\int_{-1}^0 f'(x)dx$

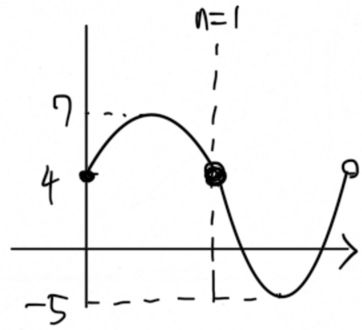
$= -f(0) + f(-1)$

10. 다음과 같이 $0 \le x < 2$에서 정의된 함수 $f(x)$가 있다.

$n-1 \le x < n$일 때, $f(x) = 3^n \sin \pi x + 4$이다. (단, $n = 1$, 2)

함수 $y = f(x)$의 그래프 위의 점 중 y좌표가 자연수인 점의 개수는? [4점]

① 7 ② 10 ③ 13 ④ 16 ⑤ 19



$2 \times 6 + 1 = 13$

11. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 위치가 각각

$$x_1 = t^3 - 5t^2 + 10t, \quad x_2 = \frac{5}{2}t^2 - 2t - 10$$

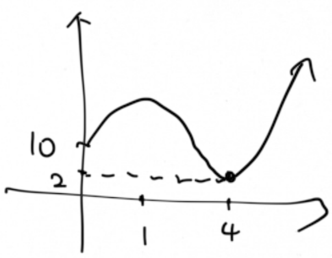
이다. 두 점 P, Q 사이의 거리가 최소가 되는 순간 점 P의 가속도는? [4점]

$6t-10$

① 8 ② 11 ③ 14 ④ 17 ⑤ 20

거리 $= |x_1 - x_2| = \left| t^3 - \frac{15}{2}t^2 + 12t + 10 \right|$

미분 → $3t^2 - 15t + 12 = 0 \Rightarrow t = 1, 4$



112
$64 - 120 + 48 + 10$

$t=4$ 에서 최소

$6 \times 4 - 10 = 14$

12. 첫째항이 1인 등차수열 $\{a_n\}$이 있다. 수열 $\{b_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$b_{n+1} = \begin{cases} b_n + 1 & (n\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \\ a_n + b_n & (n\text{이 3의 배수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $b_9 - b_3 = 27$일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$의 값은? [4점]

① 100 ② 145 ③ 190 ④ 235 ⑤ 280

3	4	5	6
b_3	a_3+b_3	a_3+b_3+1	a_3+b_3+2

7	8	9
$a_3+b_3+2+a_6$	$a_3+b_3+3+a_6$	$a_3+b_3+4+a_6$

$a_3 + a_6 = 23$

$2 + 7d = 23 \quad d = 3$

$a_n = 3n - 2$

$3 \times 55 - 20 = 145$

13. 함수 $f(x)=x^2-4x+5$ 와 두 상수 a, b에 대하여 함수

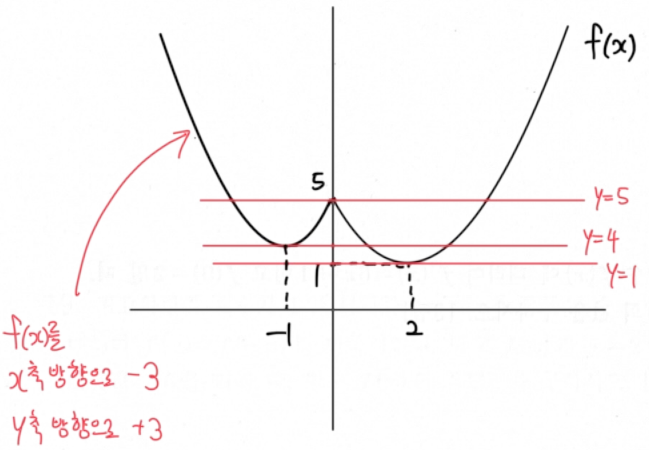
$$g(x)=\begin{cases} f(x+a)+b & (x<0) \\ f(x) & (x \ge 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이다. 실수 t에 대하여 함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 만나는 점의 개수를 $h(t)$라 하자.

$$\left| \lim_{t \to k+} h(t) - \lim_{t \to k-} h(t) \right| = 2$$

를 만족시키는 서로 다른 모든 실수 k의 값이 1, 4, 5일 때, $g(-4)$의 값은? [4점]

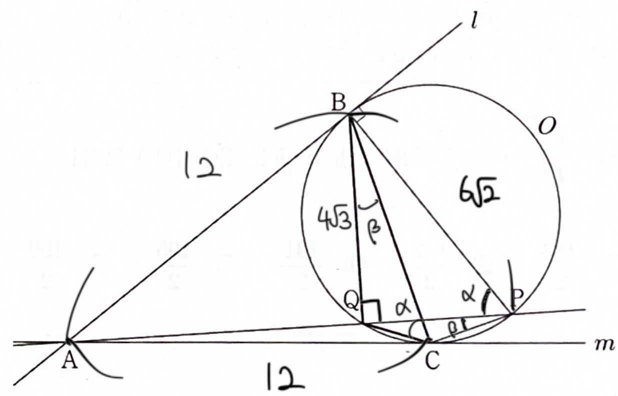
① 9　② 10　③ 11　④ 12　⑤ 13



$g(-4)=4+9=13$

14. 그림과 같이 반지름의 길이가 $3\sqrt{2}$인 원 O의 외부에 있는 점 A에서 원 O에 그은 두 접선을 각각 l, m이라 하고, 두 직선 l, m이 원 O와 만나는 점을 각각 B, C라 하자. 점 B를 지나고 직선 l에 수직인 직선이 원 O와 만나는 두 점 중에서 B가 아닌 점을 P, 직선 AP가 원 O와 만나는 두 점 중에서 P가 아닌 점을 Q라 하면 $\overline{AB}=12$일 때, $\sin(\angle BPQ) : \sin(\angle QPC) = 3 : 1$이다. 삼각형 BQC의 넓이는? [4점]

↳ $\overline{BQ}=3k$, $\overline{QC}=k$



① $\frac{14\sqrt{2}}{3}$　② $\frac{16\sqrt{2}}{3}$　③ $6\sqrt{2}$　④ $\frac{20\sqrt{2}}{3}$　⑤ $\frac{22\sqrt{2}}{3}$

$\sin\alpha = \frac{\sqrt{6}}{3}$, $\sin\beta = \frac{\sqrt{6}}{9}$

$\overline{BQ}=4\sqrt{3}$, $\overline{BC}=\frac{4\sqrt{3}}{3}$　　$\frac{81}{6}$

sol 1) $\overline{BC}=x$

$\frac{16}{3}=x^2+48-2\times x\times 4\sqrt{3}\times\frac{5\sqrt{3}}{9}$

$\frac{16}{3}=x^2-\frac{40}{3}x+48$

$x^2-\frac{40}{3}x+\frac{128}{3}=0$

$(x-8)\left(x-\frac{16}{3}\right)=0$

$x=8$, $\left(4\sqrt{3}>\frac{16}{3}\right)$

$S=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times8\times\frac{\sqrt{6}}{9}=\frac{16\sqrt{2}}{3}$ //

sol 2) 삼각함수 덧셈정리

$S=\frac{1}{2}\times4\sqrt{3}\times\frac{4\sqrt{3}}{3}\times\sin(\alpha+\beta)$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\sin\beta+\cos\alpha\cos\beta$

$=\frac{\sqrt{6}}{3}\times\frac{\sqrt{6}}{9}+\frac{\sqrt{3}}{3}\times\frac{5\sqrt{3}}{9}$

$=\frac{2}{9}+\frac{5}{9}-$

15. 함수 $f(x)=x^2+ax+b$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} |f(x)|-x^2 & (x\le 0) \\ \{f(x)\}^2+x^3 & (x>0) \end{cases}$$ → 두개..?

이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 $x=b$에서만 미분가능하지 않다.
(나) 방정식 $g(x)=0$은 음의 실근을 갖는다.

$g\left(-\frac{1}{2}\right)+g(3)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점]

① $\frac{183}{2}$ ② $\frac{187}{2}$ ③ $\frac{191}{2}$ ④ $\frac{195}{2}$ ⑤ $\frac{199}{2}$

$g(x)$가 $x=0$에서 연속 (불연속이면 (가) X)

$|b|=b^2 \rightarrow b=1$ or $-1 \Rightarrow b=-1$
($b=1$일시 또 (가)에서 X)

실근 1개 ← $|x^2+ax-1|-x^2 \quad (x\le 0)$

$(x^2+ax-1)(x^2+ax-1)+x^3 \quad (x>0)$ → 실근 0개

$\Rightarrow x=0$에서 미.가

$x=0-$ $\quad -x^2-ax+1-x^2$

$x=0+$ $\quad x^4+(2a+1)x^3+(a^2-2)x^2-2ax+1$

$a=0 \Rightarrow$ 미.가

$f(x)=x^2-1$,,

$g(-\frac{1}{2})=|f(-\frac{1}{2})|-\frac{1}{4}=\frac{1}{2}$

$g(3)=f(3)^2+3^3=64+27=91$

$91+\frac{1}{2}=\frac{183}{2}$

단답형

16. 방정식

$$2\log_3(x+1)=\log_3(x+7)$$

을 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

$(x+1)^2=x+7$

$\therefore \boxed{x=2}$

17. 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=6x^2+1$이고 $f(0)=2$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]

$f(x)=2x^3+x+2$

$f(1)=5$

$\therefore \boxed{5}$

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{k=1}^{19}(2a_{k+1}-b_k)=150, \quad \sum_{k=1}^{19}(a_{k+1}+b_k)=330$$

이다. $a_1=3$일 때, $\sum_{k=1}^{20}a_k$의 값을 구하시오. [3점]

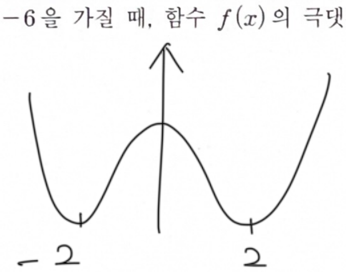
let) $\sum_{k=2}^{20} a_k = A$, $\sum_{k=1}^{19} b_k = B$

$2S - B = 150$

$S + B = 330 \qquad S = 160$

③ $3 + S = 163 \qquad \therefore \boxed{163}$

19. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(-x)$를 만족시킨다. 함수 $f(x)$가 $x=2$에서 극솟값 -6을 가질 때, 함수 $f(x)$의 극댓값을 구하시오. [3점]



$f = (x+2)^2(x-2)^2 - 6$

$f(0) = 16 - 6 = 10 \qquad \therefore \boxed{10}$

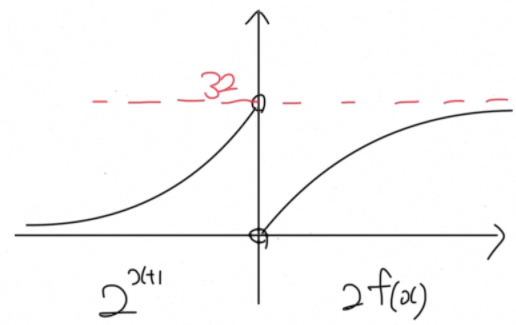
20. 두 실수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=-2^{-x+a}+b$가 있다. 집합 $\{x \mid x \neq 4,\ x$는 실수$\}$에서 정의된 함수

$$g(x)=f(x)+2^x+\frac{|x-4|}{x-4}\{f(x)-2^x\}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $g(6)$의 값을 구하시오. [4점]

모든 실수 t에 대하여 함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 만나는 점의 개수는 0 또는 2이다.

$$g(x)\begin{cases} 2f(x) & (x \geq 4) \\ 2^{x+1} & (x < 4) \end{cases}$$



$2f(0) = 0, \quad 2b = 32$

$\Rightarrow a = 8,\ b = 16$

$g(6) = 2f(6) = 2\{-2^{8-6}+16\}$

$= 2 \times 12 = 24$

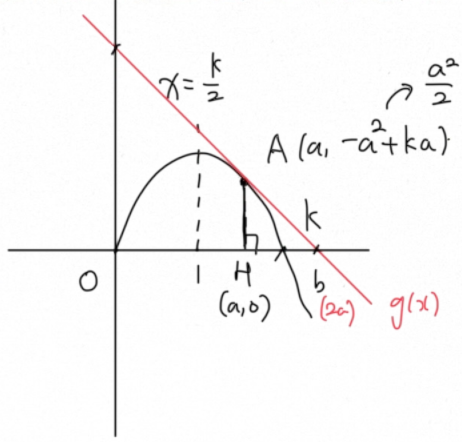
$\therefore \boxed{24}$

21. 함수 $f(x)=-x^2+kx\ (k>0)$의 그래프 위에 있는 제1사분면 위의 점 $\mathrm{A}(a,\ f(a))\left(a>\frac{k}{2}\right)$에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 하고, 직선 $y=g(x)$의 x절편을 b라 하자. 점 A에서 x축에 내린 수선의 발을 H라 하고, 삼각형 AOH의 넓이를 S라 할 때, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_a^b g(x)dx=S$ $\rightarrow b=2a$

(나) $\int_0^a\left\{f(x)-\frac{1}{2}ax\right\}dx=\frac{32}{3}$

$g(-k)$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, k는 상수이다.) [4점]



$\frac{-a^2+ka}{-a}=a-k=-2a+k \qquad k=\frac{3}{2}a$

$\int_0^a f(x)-\left(-\frac{1}{2}ax+a^2\right)+a^2-ax\ dx$

$=-\frac{a^3}{3}+a^3-\frac{a^3}{2}=\frac{a^3}{6}=\frac{32}{3},\quad a=4\Rightarrow k=6$

$g(x)=-2x+16,\quad g(-6)=28 \quad \therefore \boxed{28}$

22. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $a_6=6$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=\begin{cases} a_{n+1}+a_n & (a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) 네 항 a_2, a_3, a_4, a_5 중 짝수인 항의 개수는 1이다.

① $a_4=12 \rightarrow a_2+a_3=12$ (둘다 홀수)
$\Rightarrow a_5$는 홀수

1	2	3	4	5
	1	11	12	
	3	9		
	5	7		
	7	5		
	9	3		
	11	1		

↳ a_1은 짝수 $\Rightarrow \sum a_1=2(1+3+5+7+9+11)=72$

① $a_4\neq 12$ (홀수) $\Rightarrow a_4+a_5=6$ (둘다 홀수)

1	2	3	4	5	6
	X	10	1	5	
	×	6	3	3	6
4	3	2	5	1	

$72+4=76$

$\therefore \boxed{76}$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「**선택과목(확률과 통계)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. ${}_{4}\Pi_{3}$의 값은? [2점]

① 8 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 128

24. 두 사건 A, B는 서로 배반사건이고

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\frac{9}{10},\quad \mathrm{P}(A)=\frac{2}{5}$$

일 때, $\mathrm{P}(B)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{6}{7}$

25. 1부터 12까지의 자연수가 하나씩 적힌 12개의 공이 들어 있는 주머니가 있다. 이 주머니에서 임의로 2개의 공을 동시에 꺼낼 때, 꺼낸 2개의 공에 적힌 수 중 적어도 하나가 8의 약수일 확률은? [3점]

① $\frac{5}{11}$ ② $\frac{17}{33}$ ③ $\frac{19}{33}$ ④ $\frac{7}{11}$ ⑤ $\frac{23}{33}$

26. 다항식 $(1+ax)(2+x)^5$의 전개식에서 x^3의 계수와 x^4의 계수의 합이 290일 때, 양수 a의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

27. 이산확률변수 X가 가지는 값이 1부터 4까지의 자연수이고

$$\mathrm{P}(X=k+2)-\mathrm{P}(X=k)=\frac{(-1)^k}{4}\ (k=1,\ 2)$$

이다. $\mathrm{E}(X)=\frac{21}{8}$일 때, $\mathrm{P}(X=1)$의 값은? [3점]

① $\frac{5}{16}$ ② $\frac{11}{32}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{13}{32}$ ⑤ $\frac{7}{16}$

28. 집합 $X=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \to X$의 개수는? [4점]

(가) $f(1) \le f(2) \le f(3) \le f(4) \le 5$
(나) $n=4, 5, 6$일 때, $f(f(n))=n$이다.

① 70 ② 75 ③ 80 ④ 85 ⑤ 90

단답형

29. 정규분포 $N(80,\ 5^2)$ 을 따르는 확률변수 X와 정규분포를 따르는 확률변수 Y가

$$2X+Y=a$$

를 만족시킨다.

$$P(b \le X \le 75)=0.1359,$$
$$P(a-160 \le Y \le b)=0.4332$$

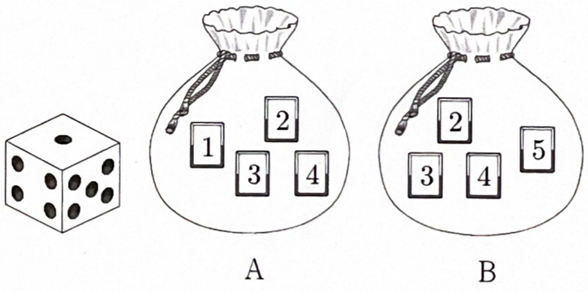
일 때, 오른쪽 표준정규분포표를 이용하여 $a+b$의 값을 구하시오. (단, a, b는 상수이다.) [4점]

z	$P(0 \le Z \le z)$
0.5	0.1915
1.0	0.3413
1.5	0.4332
2.0	0.4772

30. 1부터 4까지의 자연수가 하나씩 적힌 4장의 카드가 들어 있는 주머니 A와 2부터 5까지의 자연수가 하나씩 적힌 4장의 카드가 들어 있는 주머니 B가 있다. 두 주머니 A, B와 한 개의 주사위를 사용하여 다음 시행을 한다.

> 주사위를 한 번 던져 나온 눈의 수가 k일 때,
> k가 3의 배수이면
> 주머니 A에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼낸 후
> 주머니 B에서 임의로 2장의 카드를 동시에 꺼내고,
> k가 3의 배수가 아니면
> 주머니 A에서 임의로 1장의 카드를 꺼낸 후
> 주머니 B에서 임의로 1장의 카드를 꺼낸다.

이 시행을 한 번 하여 두 주머니 A, B에서 꺼낸 카드 중 같은 숫자가 적힌 카드가 있을 때, 꺼낸 카드 중 숫자 4가 적힌 카드의 개수가 2일 확률은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]



> ⋆ 확인 사항
> ○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
> ○ 이어서, 「**선택과목(미적분)**」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{x \to 0} \frac{e^{7x}-1}{x}$ 의 값은? [2점]

① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

$\lim_{x\to0} \frac{e^{7x}-1}{7x} \times 7 = 7$

24. 매개변수 t로 나타내어진 곡선

$$x=t+\sin t,\quad y=-4\cos t+2\sin^2 t$$

에서 $t=\frac{\pi}{3}$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

① $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ④ $2\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

$\frac{dx}{dt} = 1+\cos t \rightarrow 1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$

$\frac{dy}{dt} = 4\sin t + 4\sin t\cos t \rightarrow 2\sqrt{3}+\sqrt{3}=3\sqrt{3}$

$\frac{3\sqrt{3}}{\frac{3}{2}} = 2\sqrt{3}$

25. $x>0$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가

$$f(x)=\lim_{n\to\infty}\frac{\left(\frac{x}{5}\right)^{n+1}+2x}{\left(\frac{x}{5}\right)^{n}+1}$$

일 때, $f(k)=5$ 를 만족시키는 모든 양수 k 의 값의 합은? [3점]

① $\frac{51}{2}$ ② $\frac{53}{2}$ ③ $\frac{55}{2}$ ④ $\frac{57}{2}$ ⑤ $\frac{59}{2}$

$$f(x)\begin{cases} 2x & 0<x<5 \quad k=\frac{5}{2} \\ \frac{2x+1}{2} & x=5 \\ \frac{x}{5} & x>5 \quad k=25 \end{cases}$$

26. 양수 t 에 대하여 곡선 $y=\frac{\ln x}{x}$ 위의 한 점 $\mathrm{P}\left(t,\ \frac{\ln t}{t}\right)$ 와 점 $\mathrm{A}(0,\ 1)$ 을 지나는 직선의 기울기를 $f(t)$ 라 할 때, $\int_1^e f(t)dt$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{1}{e}$ ② $-\frac{2}{e}$ ③ $-\frac{3}{e}$ ④ $-\frac{4}{e}$ ⑤ $-\frac{5}{e}$

$$f(t)=\frac{\frac{\ln t}{t}-1}{t}=\frac{\ln t-t}{t^2}$$

$$\int_1^e \frac{\ln t-t}{t^2}dt=\left[\frac{\ln t-t}{-t}\right]_1^e-\int_1^e\frac{\frac{1}{t}-1}{-t}dt$$

$$=\frac{1-e}{-e}-1-\int_1^e\frac{1}{-t^2}+\frac{1}{t}dt$$

$$=-\frac{1}{e}-\left[\frac{1}{t}-\ln t\right]_1^e$$

$$=-\frac{1}{e}-\frac{1}{e}+1-1=-\frac{2}{e}$$

27. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 실수 $k\,(k \neq 0)$에 대하여 $f(3-2k)=f(3)$을 만족시킨다. 함수

$$g(x)=\frac{f(x)+k}{e^{f(x)}}$$

가 $x=3$에서 극대이고 $g(3)=e$일 때, $g(k)$의 값은? [3점]

① $-2e^6$ ② $-3e^5$ ③ $-2e^5$ ④ $-3e^4$ ⑤ $-2e^4$

$g(x) = (f(x)+k)\,e^{-f(x)}$

$g'(x) = f'(x)e^{-f(x)} - f'(x)(f(x)+k)e^{-f(x)}$

$= -f'(x)\{f(x)+k-1\}e^{-f(x)}$

$f(3) = 1-k \quad (k \neq 0)$

$g(3) = (f(3)+k)\,e^{-f(3)} = e^{-f(3)}$

$f(3)=-1$

$k=2$

$f(3-2k)=f(3) \rightarrow f(x)=(x-3+k)^2+\square$

$= (x-1)^2+\square$

$\square = -5$

$f = (x-1)^2-5$

$g(2) = (f(2)+2)\,e^{-f(2)} = -2e^{+4}$

28. 실수 a에 대하여 함수 $f(x)$가 $\frac{-1-\ln(-x)}{x^2}$

$$f(x)=\begin{cases} \dfrac{\ln(-x)}{x} & (x<0) \\ -x^2+2x+a & (x \geq 0) \end{cases}$$

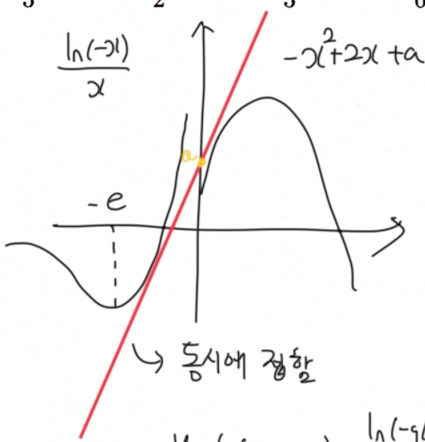
$\frac{-1-\ln x}{x^2}$ $-\frac{\ln(-x)}{(-x)}$ $(x<0)$

이다. 실수 $t\,(0<t<2)$에 대하여 $f'(x)=t$를 만족시키는 음수 x의 값을 $g(t)$라 하고, 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시키도록 하는 a의 값을 $h(t)$라 하자.

> $k \geq a$인 모든 실수 k에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=tx+k$가 만나는 서로 다른 점의 개수는 2이다.

$g(1)+h'(1)$의 값은? (단, $\lim_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x}=0$) [4점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1



$f'(g(t)) = t$

$\Rightarrow \frac{-1-\ln(-g(t))}{g(t)^2} = t$

$y = t(x-g(t)) + \frac{\ln(-g(t))}{g(t)}$ 가 $-x^2+2x+a$와 접함

$x^2+(t-2)x+\frac{2\ln(-g(t))-1}{g(t)} - a = 0$

$(h(t))\ a = \frac{2\ln(-g(t))-1}{g(t)} - \frac{(t-2)^2}{4}$

$g(1)=-1$, $h'(t) = \frac{2-(2\ln(-g(t))-1)}{g(t)^2} \times g'(t) - \frac{t-2}{2}$

$h'(1) = 3g'(1)+\frac{1}{2} = 1+\frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$\frac{-g(t)-(1-\ln(-g(t)))\cdot 2g(t)}{g(t)^4} \times g'(t) = 1$, $\frac{1-(1)(-2)}{1}g'(1)=1$, $g'(1)=\frac{1}{3}$

$\therefore -1+\frac{3}{2}=\frac{1}{2}$

단답형

29. 첫째항이 자연수이고 공비가 $-\frac{1}{2}$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$\sum_{n=1}^{\infty}(|a_n+1|-a_n-1)=26$$

을 만족시킨다. $\sum_{n=1}^{\infty}a_n$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$\sum_{n=1}^{\infty} |a_n+1| - (a_n+1) = 26$$

$$a_n<-1 \rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} -a_n-1 = 13$$

$$a_1=n \Rightarrow n \,/\, -\frac{n}{2} \,/\, \frac{n}{4} \,/\, -\frac{n}{8} \,/\, \frac{n}{16} \,/\, -\frac{n}{32}$$

$$\frac{5}{8}n-2=13 \qquad n=24$$

$24 \quad -12 \quad 6 \quad -3 \quad \frac{3}{2} \quad -\frac{3}{4} \cdots \ (0)$

(>-1)

$$\frac{24}{1+\frac{1}{2}} = 24\times\frac{2}{3}=16 \qquad \therefore \boxed{16}$$

30. 함수 $f(x)=\int_0^x e^{\cos\pi t}dt$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때, 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속인 함수 $h(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$h(g(x)+2)=2x^3+6f(1)x^2+1$$

을 만족시킨다. $\int_3^7 \frac{h'(x)}{f(x)}dx=k\times\{f(1)\}^2$ 일 때, 실수 k 의 값을 구하시오. [4점]

$$\int_0^{g(x)} e^{\cos\pi t}dt = x \ / \ g'(x)\times e^{\cos\pi g(x)}=1$$

$$h'(g(x)+2)\times g'(x) = 6x^2+12f(1)x$$

let $x=g(t)+2$ / $dx=g'(t)dt$

$$\int_3^7 \frac{h'(x)}{f(x)}dx = \int_{f(1)}^{f(5)} \frac{h'(g(t)+2)}{f(g(t)+2)}g'(t)dt = \int_{f(1)}^{f(5)} \frac{6t^2+12f(1)t}{f(g(t)+2)}dt$$

$$f(g(t)+2) = \int_0^{g(t)+2} e^{\cos\pi u}du$$

$$= \int_0^{g(t)} e^{\cos\pi u}du + \int_{g(t)}^{g(t)+2} e^{\cos\pi u}du$$

$$= \int_0^{g(t)} e^{\cos\pi u}du + \int_0^{2} e^{\cos\pi u}du \ (\because \text{주기성})$$

$$= t+2f(1) \ \left(\because \text{대칭성으로 } 2\int_0^1 e^{\cos\pi u}du = \int_0^2 e^{\cos\pi u}du\right)$$

$$\int_{f(1)}^{f(5)} \frac{6t^2+12f(1)t}{t+2f(1)}dt = \int_{f(1)}^{f(5)} 6t\,dt$$

$$= \int_{f(1)}^{5f(1)} 6t\,dt = \left[3t^2\right]_{f(1)}^{5f(1)}$$

$$= 72f(1)^2$$

$$\therefore \boxed{k=72}$$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 두 벡터 $\vec{a}=(-6,0)$, $\vec{b}=(k,2)$에 대하여 $\vec{a}+2\vec{b}=(0,4)$일 때, k의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 타원 $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{8}=1$ 위의 점 $(1,2)$에서의 접선의 y절편은? [3점]

① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

25. 좌표평면 위의 세 점 O(0, 0), A(3, 4), B(−3, 6)에 대하여 점 P가

$$(\overrightarrow{OP}-\overrightarrow{OA})\cdot\overrightarrow{OB}=0$$

을 만족시킬 때, $|\overrightarrow{OP}|$의 최솟값은? [3점]

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

26. 쌍곡선 $\frac{x^2}{4^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$의 한 초점 F$(c, 0)$ $(c>0)$을 지나고 y축에 평행한 직선이 쌍곡선과 제1사분면에서 만나는 점을 P라 하자. $\overline{PF}=5$일 때, b^2의 값은? (단, b는 양수이다.) [3점]

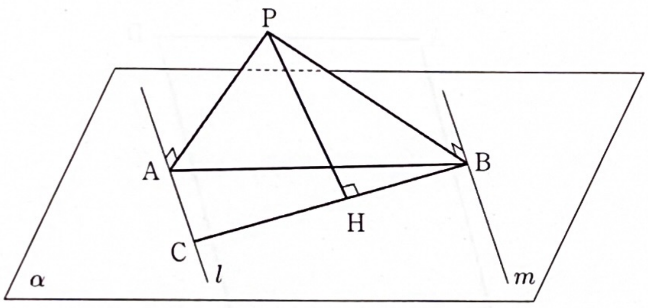
① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

27. 공간에 서로 평행한 두 직선 l, m을 포함하는 평면 α가 있다. 평면 α 위에 있지 않은 점 P에서 두 직선 l, m에 내린 수선의 발을 각각 A, B라 하자. 직선 l 위의 점 C에 대하여 네 점 A, B, C, P가

$$\overline{\mathrm{AP}}=3,\quad \overline{\mathrm{BP}}=3\sqrt{2},\quad \frac{\overline{\mathrm{AP}}}{\overline{\mathrm{CA}}}=\frac{\overline{\mathrm{BP}}}{\overline{\mathrm{BA}}}=\frac{\overline{\mathrm{BA}}}{\overline{\mathrm{BC}}}$$

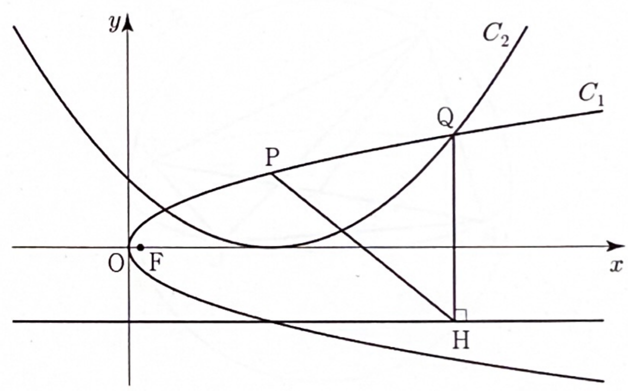
를 만족시킨다. 점 P에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라 할 때, 선분 PH의 길이는? [3점]

① $2\sqrt{2}$ ② $\sqrt{10}$ ③ $2\sqrt{3}$ ④ $\sqrt{14}$ ⑤ 4



28. 양수 p에 대하여 점 F를 초점으로 하는 포물선 $C_1 : y^2=4px$가 있다. 포물선 C_1 위에 있는 제1사분면 위의 점 P를 초점으로 하고 꼭짓점이 x축 위에 있는 포물선을 C_2라 하자. 두 포물선 C_1, C_2가 만나는 두 점 중 x좌표가 큰 점을 Q라 하고, 점 Q에서 포물선 C_2의 준선에 내린 수선의 발을 H라 하자. $\overline{\mathrm{PH}}=4\sqrt{15}$, $\overline{\mathrm{QH}}=5\sqrt{6}$일 때, 선분 PF의 길이는?
(단, 점 P의 x좌표는 점 F의 x좌표보다 크다.) [4점]

① $\frac{389}{40}$ ② $\frac{197}{20}$ ③ $\frac{399}{40}$ ④ $\frac{101}{10}$ ⑤ $\frac{409}{40}$

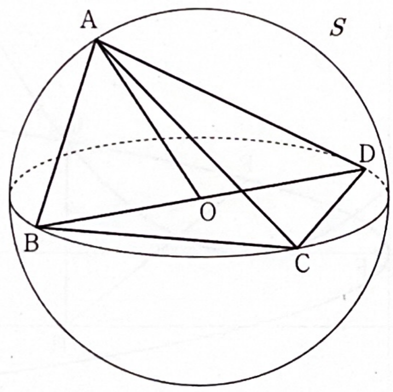


단답형

29. 공간에 점 O가 중심이고 반지름의 길이가 5인 구 S가 있다. 구 S 위의 서로 다른 네 점 A, B, C, D가

$$\overline{BC}=\overline{CD},\quad \overline{BD}=10,\quad \overline{AC}=\sqrt{74},\quad \overline{AB}<\overline{AD}$$

를 만족시킨다. 직선 OA와 평면 BCD가 이루는 예각의 크기를 θ라 할 때, $\cos\theta=\frac{3}{5}$이다. 삼각형 ABD의 평면 BCD 위로의 정사영의 넓이를 구하시오. [4점]



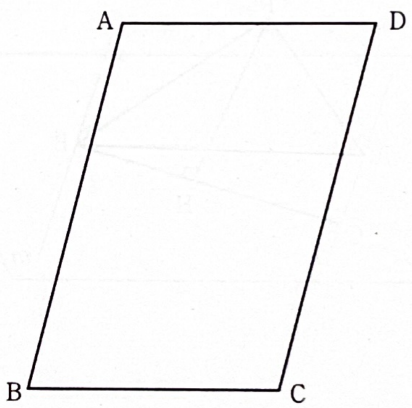
30. 좌표평면에 $\overline{AB}=6$, $\overline{AD}=4$, $\cos(\angle ABC)=\frac{1}{4}$인 평행사변형 ABCD가 있다.

$$|\overrightarrow{PA}+\overrightarrow{PB}+\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{PD}|=\frac{1}{2}|\overrightarrow{BD}|$$

를 만족시키는 점 P에 대하여

$$\overrightarrow{AQ}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AP}$$

를 만족시키는 점을 Q라 하자. $\overrightarrow{PB}\cdot\overrightarrow{DQ}$의 최댓값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항
- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.