

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $\sqrt[3]{3} \times 3^{\frac{3}{4}}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x)=x^3+x$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h)-f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{5}{2}$ ② 3 ③ $\frac{7}{2}$ ④ 4 ⑤ $\frac{9}{2}$

3. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$a_1 \times a_{13} = 64, \quad \frac{a_5}{a_2} = 2$

일 때, a_4 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$a_7 = 8 \qquad a_n = 2^{\frac{n+2}{3}}$

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} ax^3 - 5 & (x < 2) \\ ax + 1 & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$8a - 5 = 2a + 1$

5. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2 - 1)f(x)$$

라 하자. $f(1) = 5$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

$$2f(1)$$

6. $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \frac{\sqrt{5}}{5}$ 일 때, $\sin\theta\cos\theta$ 의 값은?

[3점]

- ① $-\frac{2}{5}$ ② $-\frac{1}{5}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ $\frac{2}{5}$

$$C + S = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$1 + 2CS = \frac{1}{5}$$

7. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\int_1^x f(t)dt = xf(x) - x^3$$

을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

$$0 = xf' - 3x^2$$

$$f = \frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{2}$$

8. 1이 아닌 두 자연수 a, b 에 대하여

$$\log_2 a + \log_4 ab = \frac{5}{2}$$

일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② ☒ 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

$$a^3 b = 32$$

$$\begin{array}{c} \swarrow \quad \downarrow \\ 2 \quad 4 \end{array}$$

9. 이차함수 $f(x)$ 가 $\int_{-1}^1 f'(x)dx = 0$ 을 만족시킬 때,

$$\cancel{f(0)} - \cancel{f(-1)} + \int_0^1 \{x^2 + 2x + \cancel{f'(x)}\} dx$$

의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ ☒ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

$$f(1) - f(-1) = 0.$$

$$\frac{1}{3} + 1$$

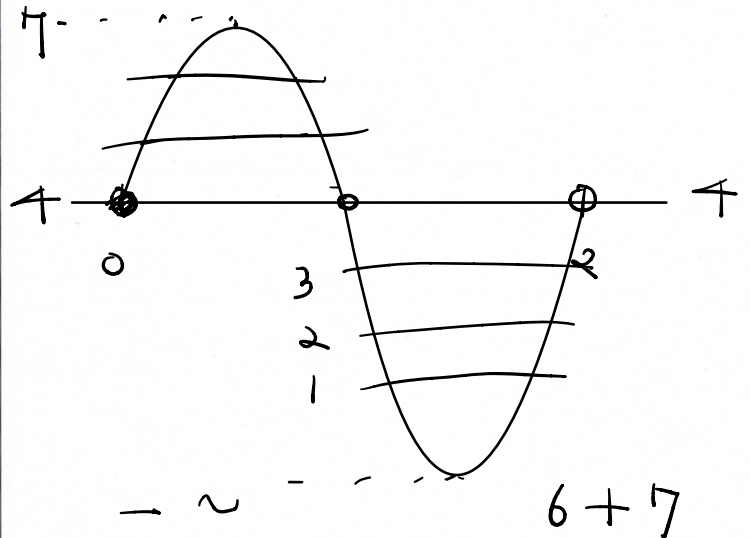
10. 다음과 같이 $0 \leq x < 2$ 에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 있다.

$$n-1 \leq x < n \text{ 일 때, } f(x) = 3^n \sin \pi x + 4 \text{ 이다.}$$

(단, $n = 1, 2$)

함수 $y=f(x)$ 의 그래프 위의 점 중 y 좌표가 자연수인 점의 개수는? [4점]

- ① 7 ② 10 ③ ☒ 13 ④ 16 ⑤ 19



11. 수직선 위를 움직이는 두 점 P, Q의 시간 t ($t \geq 0$)에서의 위치가 각각

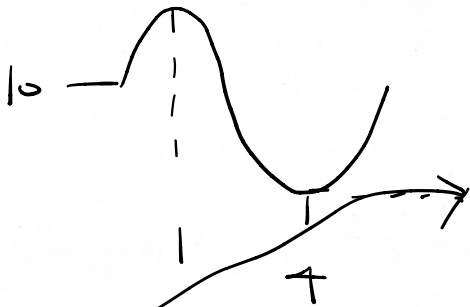
$$x_1 = t^3 - 5t^2 + 10t, \quad x_2 = \frac{5}{2}t^2 - 2t - 10$$

이다. 두 점 P, Q 사이의 거리가 최소가 되는 순간 점 P의 가속도는? [4점]

- ① 8 ② 11 ③ 14 ④ 17 ⑤ 20

$$t^3 - \frac{5}{2}t^2 + 12t + 10$$

$$3t^2 - 5t + 12 \quad t = 1.4$$



$$x_1'' = 6t - 10 = 14$$

$$\frac{4^3}{64} - 120 + 48 + 10 > 0$$

12. 첫째항이 1인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 있다. 수열 $\{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_{n+1} = \begin{cases} b_n + 1 & (n \text{ 이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ a_n + b_n & (n \text{ 이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $b_9 - b_3 = 27$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10} a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 100 ② 145 ③ 190 ④ 235 ⑤ 280

$$b_9 - b_3$$

$$= \sum_{n=3}^8 (b_{n+1} - b_n)$$

$$= 6 - 2 + a_3 + a_6$$

$$= 4 + 2 + 7d$$

$$= 27$$

$$d = 3$$

$$a = 3n - 2$$

$$(1 + 28) \times 5$$

$$29$$

13. 함수 $f(x) = x^2 - 4x + 5$ 와 두 상수 a, b 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x+a)+b & (x < 0) \\ f(x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

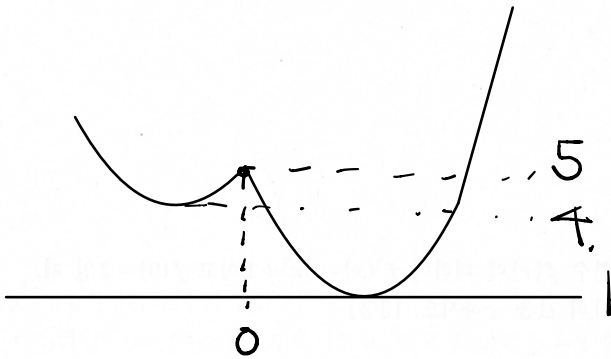
$= (x-2)^2 + 1$

이 실수 전체의 집합에서 연속이다. 실수 t 에 대하여 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 가 만나는 점의 개수를 $h(t)$ 라 하자.

$$\left| \lim_{t \rightarrow k+} h(t) - \lim_{t \rightarrow k-} h(t) \right| = 2$$

를 만족시키는 서로 다른 모든 실수 k 의 값이 1, 4, 5일 때, $g(-4)$ 의 값은? [4점]

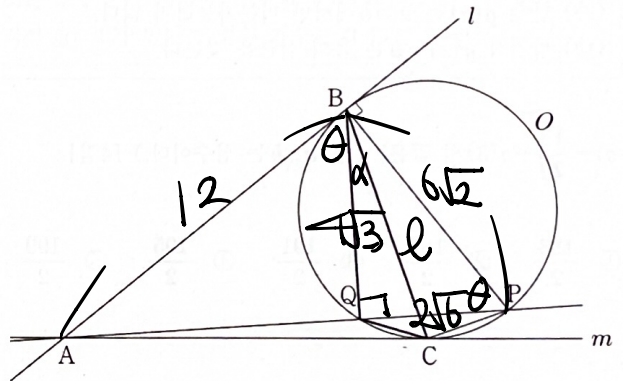
- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13



$$b=3. \quad f(a+3) = 5 \\ \Rightarrow a=3.$$

$$g(-4) = f(-1) + 3 \\ = 13.$$

14. 그림과 같이 반지름의 길이가 $3\sqrt{2}$ 인 원 O 의 외부에 있는 점 A 에서 원 O 에 그은 두 접선을 각각 l, m 이라 하고, 두 직선 l, m 이 원 O 와 만나는 점을 각각 B, C 라 하자. 점 B 를 지나고 직선 l 에 수직인 직선이 원 O 와 만나는 두 점 중에서 B 가 아닌 점을 P , 직선 AP 가 원 O 와 만나는 두 점 중에서 P 가 아닌 점을 Q 라 하면 $\overline{AB} = 12$ 일 때, $\sin(\angle BPQ) : \sin(\angle QPC) = 3 : 1$ 이다. 삼각형 BQC 의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{14\sqrt{2}}{3}$ ② $\frac{16\sqrt{2}}{3}$ ③ $6\sqrt{2}$
④ $\frac{20\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{22\sqrt{2}}{3}$

$$\tan \theta = \sqrt{2} \Rightarrow S = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$$

$$C = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\sin \alpha = \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}} \quad \cos \alpha = \frac{5}{3\sqrt{3}}$$

$$\frac{16}{3} = 48 + l^2 - 2 \cdot 4\sqrt{3}l \times \frac{5}{3\sqrt{3}}$$

$$16 = 16 \cdot 9 + 3l^2 - 40l.$$

$$3l^2 - 40l + 128 = 0$$

$$\begin{array}{r} 3 \\ -16 \\ \hline 1 \\ -8 \\ \hline \end{array}$$

$$l = \frac{16}{3} \quad 3 \cdot 4\sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}$$

15. 함수 $f(x) = x^2 + ax + b$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} |f(x)| - x^2 & (x \leq 0) \\ \{f(x)\}^2 + x^3 & (x > 0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 $x=b$ 에서만 미분가능하지 않다.

(나) 방정식 $g(x)=0$ 은 음의 실근을 갖는다.

$g(-\frac{1}{2}) + g(3)$ 의 값은? (단, a, b 는 상수이다.) [4점]

① $\frac{183}{2}$ ② $\frac{187}{2}$ ③ $\frac{191}{2}$ ④ $\frac{195}{2}$ ⑤ $\frac{199}{2}$

$$|f(b)| = f(b)^2$$

$$\Rightarrow |b| = b^2 \Rightarrow b = -1.$$

$$f(-1) = 1 - a - 1 = 0$$

$$\Rightarrow a = 0.$$

$$f = x^2 - 1.$$

$$g(-\frac{1}{2}) = |f(-\frac{1}{2})| - \frac{1}{4}$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$g(3) = 8^2 + 27$$

$$= 91$$

$$182$$

단답형

16. 방정식

$$2\log_3(x+1) = \log_3(x+7)$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

$$x = 2$$

17. 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 6x^2 + 1$ 이고 $f(0) = 2$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$2 + 1 + 2 = 5$$

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^{19} (2a_{k+1} - b_k) = 150, \quad \sum_{k=1}^{19} (a_{k+1} + b_k) = 330$$

이다. $a_1 = 3$ 일 때, $\sum_{k=1}^{20} a_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$50 + 110 + 3 = 163$$

19. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x) = f(-x)$ 를 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 가 $x=2$ 에서 극솟값 -6 을 가질 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하시오. [3점]

$$f = (x^2 - 4)^2 - 6$$

$$f(6) = 10$$

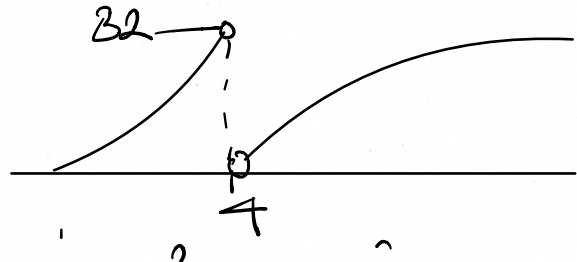
20. 두 실수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = -2^{-x+a} + b$ 가 있다. 집합 $\{x | x \neq 4, x \text{는 실수}\}$ 에서 정의된 함수

$$g(x) = f(x) + 2^x + \frac{|x-4|}{x-4} \{f(x) - 2^x\}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $g(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

모든 실수 t 에 대하여 함수 $y = g(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 가 만나는 점의 개수는 0 또는 2이다.

$$g = \begin{cases} 2^{x+1} & (x < 4) \\ 2^x & (x > 4) \end{cases}$$



$$\boxed{24}$$

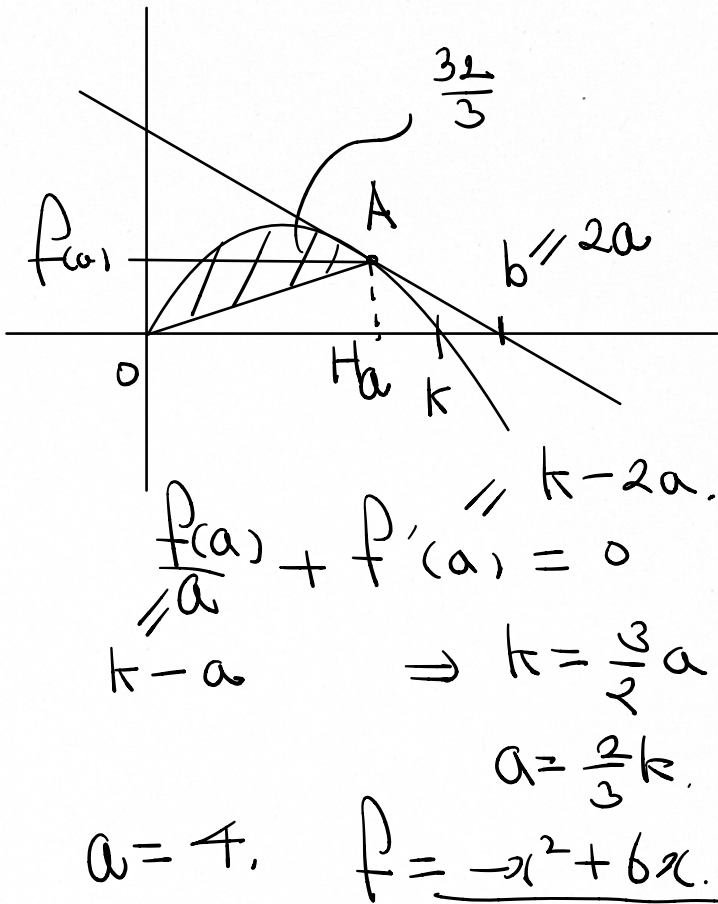
21. 함수 $f(x) = -x^2 + kx$ ($k > 0$)의 그래프 위에 있는 제 1 사분면 위의 점 $A(a, f(a))$ ($a > \frac{k}{2}$)에서의 접선의 방정식을 $y = g(x)$ 라 하고, 직선 $y = g(x)$ 의 x 절편을 b 라 하자. 점 A 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 삼각형 AOH 의 넓이를 S 라 할 때, 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\int_a^b g(x)dx = S$

(나) $\int_0^a \left\{ f(x) - \frac{1}{2}ax \right\} dx = \frac{32}{3}$

$g(-k)$ 의 값을 구하시오. (단, 0는 원점이고, k 는 상수이다.)

[4점]



22. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_6 = 6$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) 네 항 a_2, a_3, a_4, a_5 중 짝수인 항의 개수는 1이다.

- Handwritten solutions for problem 22:
- i) $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6$
- $a_1 = 0, a_2 = 0, a_3 = 1, a_4 = 1, a_5 = 2, a_6 = 6$
- $a_1 + a_2 = 1, a_1 = 2a_2$
- ii) $a_1 = 0, a_2 = 0, a_3 = 0, a_4 = 1, a_5 = 1, a_6 = 1$
- iii) $a_1 = 0, a_2 = 1, a_3 = 1, a_4 = 2, a_5 = 3, a_6 = 6$
- $a_1 = 5, a_2 = 0, a_3 = 5, a_4 = 5, a_5 = 10, a_6 = 15$
- ④ $\rightarrow 3 + 2 + 5 + 1 = 11$

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.