1. 상수 k와 $f'(0)=6$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x)+k & (|x|>1) \\ -f(x) & (|x|\le 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $k+f\left(\frac{1}{2}\right)$의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 a에 대하여 $\displaystyle\lim_{x\to a+}\frac{g(x)-g(a)}{x-a}$의 값이 존재하고 그 값은 0 이하이다.
(나) x에 대한 방정식 $g(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 t의 최댓값은 13이다.

① $\frac{15}{4}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ $\frac{39}{4}$ ④ $\frac{51}{4}$ ⑤ $\frac{63}{4}$

#2026학년도 6월 공통 15번

[정답] ①

2. 함수 $f(x)=(x-1)(x-2)$와 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 a에 대하여 $\lim_{x \to a} \frac{g(x) \times \lvert f(x) \rvert}{f(x)}$의 값과 $\lim_{x \to a} \frac{\lvert g(x)-f(x) \rvert}{g(x)}$의 값이 모두 존재한다.

$g(-1)$의 값을 구하시오. [4점]

#2026학년도 6월 공통 21번

[정답] 42

3. $k>1$인 실수 k에 대하여 두 곡선 $y=2^{x}+\frac{k}{2}$, $y=k\times\left(\frac{1}{2}\right)^{x}+k-2$가 만나는 점을 A라 하고, 점 A를 지나고 기울기가 -1인 직선이 곡선 $y=2^{x-2}-3$과 만나는 점을 B라 하자. 삼각형 AOB의 넓이가 16일 때, $k+\log_{2}k=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

#2026학년도 6월 공통 22번

[정답] 38

4. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$와 두 상수 a, b가 다음 조건을 만족시킬 때, $a\times e^{b}$의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 x에 대하여

$$\left(f(x)\right)^5+\left(f(x)\right)^3+ax+b=\ln\left(x^2+x+\frac{5}{2}\right)$$

이다.

(나) $f(-3)f(3)<0$, $f'(2)>0$

① $-3e^{-\frac{4}{3}}$　② $-\frac{5}{3}e^{-\frac{4}{3}}$　③ $-\frac{1}{3}e^{-\frac{4}{3}}$

④ $e^{-\frac{4}{3}}$　⑤ $\frac{7}{3}e^{-\frac{4}{3}}$

#2026학년도 6월 미적분 28번

[정답] ①

5. 두 정수 α, β $(\alpha > \beta)$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

모든 자연수 n에 대하여 $a_n = \alpha \times \sin\frac{n}{2}\pi + \beta \times \cos\frac{n}{2}\pi$ 이고, $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 = 4$이다.

수열 $\{a_n\}$과 $b_1 > 0$인 등비수열 $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(a_{4n-2}\, b_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_{4n-3}\, b_{2n}\right) = 6$$

일 때, $b_1 \times b_3 = \frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

#2026학년도 6월 미적분 29번

[정답] 109

6. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\left|f\left(\frac{2}{1+e^{-x}}\right)\right|$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 $x=0$에서 극소이고, $g(0)>0$이다.

(나) $g'(\ln 3)<0$, $|g'(-\ln 3)|=\frac{3}{8}g(-\ln 3)$

$g(0)$의 최솟값을 $\frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

#2026학년도 6월 미적분 30번

[정답] 25

7. 상수 $a\,(a \neq 3\sqrt{5})$와 최고차항의 계수가 음수인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} x^3+ax^2+15x+7 & (x \leq 0) \\ f(x) & (x>0) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) x에 대한 방정식 $g'(x) \times g'(x-4)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 4이다.

$g(-2)+g(2)$의 값은? [4점]

① 30 ② 32 ③ 34 ④ 36 ⑤ 38

#2025학년도 수능 공통 15번

[정답] ②

8. 곡선 $y=\left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}$과 직선 $y=x$가 만나는 점의 x좌표를 k라 하자. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

$x>k$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=\left(\frac{1}{5}\right)^{x-3}$이고 $f(f(x))=3x$이다.

$f\left(\frac{1}{k^3\times5^{3k}}\right)$의 값을 구하시오. [4점]

#2025학년도 수능 공통 20번

[정답] 36

9. 함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx+4$가 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 정수 a, b에 대하여 $f(1)$의 최댓값을 구하시오. [4점]

모든 실수 α에 대하여 $\lim_{x \to \alpha} \dfrac{f(2x+1)}{f(x)}$의 값이 존재한다.

#2025학년도 수능 공통 21번

[정답] 16

10. 모든 항이 정수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $|a_1|$의 값의 합을 구하시오. [4점]

(가) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 3 & (|a_n| \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n = 0 \text{ 또는 } |a_n| \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) $|a_m| = |a_{m+2}|$인 자연수 m의 최솟값은 3이다.

#2025학년도 수능 공통 22번

[정답] 64

11. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가

$$f'(x) = -x + e^{1-x^2}$$

이다. 양수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$에서의 접선과 곡선 $y=f(x)$ 및 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(t)$라 하자. $g(1)+g'(1)$의 값은? [4점]

① $\frac{1}{2}e+\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{2}e+\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{2}e+\frac{5}{6}$

④ $\frac{2}{3}e+\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{2}{3}e+\frac{2}{3}$

#2025학년도 수능 미적분 28번

[정답] ②

12. 등비수열 $\{a_n\}$이

$$\sum_{n=1}^{\infty}(|a_n|+a_n)=\frac{40}{3}, \qquad \sum_{n=1}^{\infty}(|a_n|-a_n)=\frac{20}{3}$$

을 만족시킨다. 부등식

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{2n}\left((-1)^{\frac{k(k+1)}{2}}\times a_{m+k}\right)>\frac{1}{700}$$

을 만족시키는 모든 자연수 m의 값의 합을 구하시오. [4점]

#2025학년도 수능 미적분 29번

[정답] 25

13. 두 상수 $a\,(1 \le a \le 2)$, b에 대하여 함수 $f(x)=\sin(ax+b+\sin x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(0)=0$, $f(2\pi)=2\pi a+b$ (나) $f'(0)=f'(t)$인 양수 t의 최솟값은 4π이다.

함수 $f(x)$가 $x=\alpha$에서 극대인 α의 값 중 열린구간 $(0, 4\pi)$에 속하는 모든 값의 집합을 A라 하자. 집합 A의 원소의 개수를 n, 집합 A의 원소 중 가장 작은 값을 α_1이라 하면, $n\alpha_1 - ab = \frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

#2025학년도 수능 미적분 30번

[정답] 17

14. 양수 k에 대하여 $a_1 = k$인 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_2 \times a_3 < 0$

(나) 모든 자연수 n에 대하여

$$\left(a_{n+1} - a_n + \frac{2}{3}k\right)(a_{n+1} + ka_n) = 0$$이다.

$a_5 = 0$이 되도록 하는 서로 다른 모든 양수 k에 대하여 k^2의 값의 합을 구하시오. [4점]

#2025학년도 9월 공통 22번

[정답] 8

15. 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속인 이계도함수를 갖고, 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f'(2x)\sin\pi x+x$$

라 하자. 함수 $g(x)$는 역함수 $g^{-1}(x)$를 갖고,

$$\int_0^1 g^{-1}(x)\,dx = 2\int_0^1 f'(2x)\sin\pi x\,dx+\frac{1}{4}$$

을 만족시킬 때, $\int_0^2 f(x)\cos\frac{\pi}{2}x\,dx$의 값은? [4점]

① $-\frac{1}{\pi}$ ② $-\frac{1}{2\pi}$ ③ $-\frac{1}{3\pi}$ ④ $-\frac{1}{4\pi}$ ⑤ $-\frac{1}{5\pi}$

#2025학년도 9월 미적 28번

[정답] ③

16. 양수 k에 대하여 함수 $f(x)$를 $f(x)=(k-|x|)e^{-x}$이라 하자. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $F(x)$에 대하여 $F(0)$의 최솟값을 $g(k)$라 하자.

모든 실수 x에 대하여 $F'(x)=f(x)$이고 $F(x)\geq f(x)$이다.

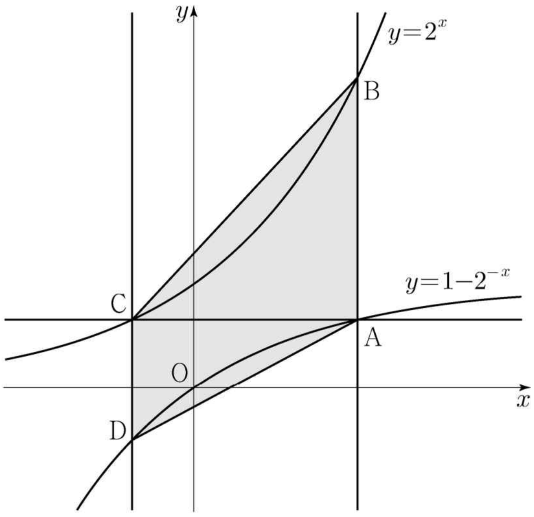
$g\left(\frac{1}{4}\right)+g\left(\frac{3}{2}\right)=pe+q$일 때, $100(p+q)$의 값을 구하시오.

(단, $\lim_{x\to\infty} xe^{-x}=0$이고, p와 q는 유리수이다.) [4점]

#2025학년도 9월 미적분 30번

[정답] 25

17. 그림과 같이 곡선 $y=1-2^{-x}$ 위의 제1사분면에 있는 점 A를 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$과 만나는 점을 B라 하자. 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$과 만나는 점을 C, 점 C를 지나고 y축에 평행한 직선이 곡선 $y=1-2^{-x}$과 만나는 점을 D라 하자.
$\overline{AB}=2\overline{CD}$일 때, 사각형 ABCD의 넓이는? [4점] 공12



① $\frac{5}{2}\log_2 3-\frac{5}{4}$　② $3\log_2 3-\frac{3}{2}$　③ $\frac{7}{2}\log_2 3-\frac{7}{4}$
④ $4\log_2 3-2$　⑤ $\frac{9}{2}\log_2 3-\frac{9}{4}$

#2025학년도 6월 공통 12번

[정답] ③

18. 다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 k의 값의 합은? [4점]

$\log_2 \sqrt{-n^2+10n+75} - \log_4 (75-kn)$의 값이 양수가 되도록 하는 자연수 n의 개수가 12이다.

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

#2025학년도 6월 공통 14번

[정답] ④

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 상수 k $(k \geq 0)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} 2x-k & (x \leq k) \\ f(x) & (x > k) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능하다. (나) 모든 실수 x에 대하여 $\int_0^x g(t)\{\lvert t(t-1)\rvert + t(t-1)\}dt \geq 0$이고, $\int_3^x g(t)\{\lvert (t-1)(t+2)\rvert - (t-1)(t+2)\}dt \geq 0$이다.

$g(k+1)$의 최솟값은? [4점]

① $4-\sqrt{6}$ ② $5-\sqrt{6}$ ③ $6-\sqrt{6}$ ④ $7-\sqrt{6}$ ⑤ $8-\sqrt{6}$

#2025학년도 6월 공통 15번

[정답] ②

20. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(a) \le 0$인 실수 a의 최댓값은 2이다. (나) 집합 $\{x \mid f(x) = k\}$의 원소의 개수가 3 이상이 되도록 하는 실수 k의 최솟값은 $\frac{8}{3}$이다.

$f(0) = 0$, $f'(1) = 0$일 때, $f(3)$의 값을 구하시오. [4점]

#2025학년도 6월 공통 21번

[정답] 15

21. 수열 $\{a_n\}$은 $a_2 = -a_1$이고, $n \geq 2$인 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - \sqrt{n} \times a_{\sqrt{n}} & (\sqrt{n}\text{이 자연수이고 } a_n > 0\text{인 경우}) \\ a_n + 1 & (\text{그 외의 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_{15} = 1$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 곱을 구하시오. [4점]

#2025학년도 6월 공통 22번

[정답] 231

22. 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases}(x-a-2)^2e^x & (x \ge a)\\ e^{2a}(x-a)+4e^a & (x<a)\end{cases}$$

일 때, 실수 t에 대하여 $f(x)=t$를 만족시키는 x의 최솟값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 $t=12$에서만 불연속일 때, $\dfrac{g'(f(a+2))}{g'(f(a+6))}$의 값은? (단, a는 상수이다.) [4점]

① $6e^4$ ② $9e^4$ ③ $12e^4$ ④ $8e^6$ ⑤ $10e^6$

#2025학년도 6월 미적분 28번

[정답] ④

23. 함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2+\ln(1+x^2)+a$ (a는 상수)와 두 양수 b, c에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x \geq b) \\ -f(x-c) & (x < b) \end{cases}$$

는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. $a+b+c=p+q\ln 2$일 때, $30(p+q)$의 값을 구하시오. (단, p, q는 유리수이고, $\ln 2$는 무리수이다.) [4점]

#2025학년도 6월 미적분 29번

[정답] 55

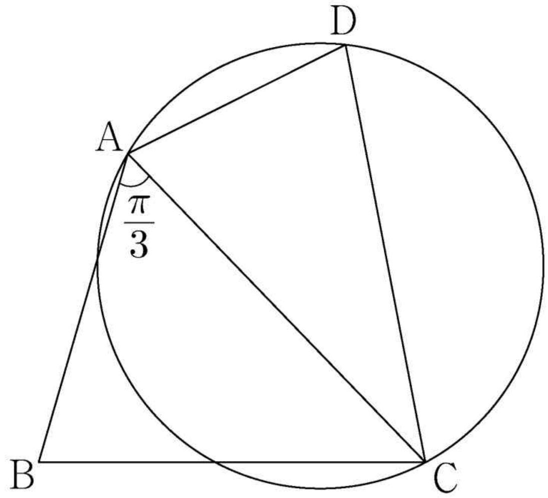
24. 함수 $y=\dfrac{\sqrt{x}}{10}$ 의 그래프와 함수 $y=\tan x$ 의 그래프가 만나는 모든 점의 x 좌표를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자.

$\dfrac{1}{\pi^2}\times\lim\limits_{n\to\infty} {a_n}^3\tan^2\left(a_{n+1}-a_n\right)$의 값을 구하시오. [4점]

#2025학년도 6월 미적분 30번

[정답] 25

25. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AB}}=3$, $\overline{\mathrm{BC}}=\sqrt{13}$, $\overline{\mathrm{AD}}\times\overline{\mathrm{CD}}=9$, $\angle\mathrm{BAC}=\frac{\pi}{3}$인 사각형 ABCD가 있다. 삼각형 ABC의 넓이를 S_1, 삼각형 ACD의 넓이를 S_2라 하고, 삼각형 ACD의 외접원의 반지름의 길이를 R이라 하자. $S_2=\frac{5}{6}S_1$일 때, $\frac{R}{\sin(\angle\mathrm{ADC})}$의 값은? [4점] ①



① $\frac{54}{25}$ ② $\frac{117}{50}$ ③ $\frac{63}{25}$ ④ $\frac{27}{10}$ ⑤ $\frac{72}{25}$

#2024학년도 수능 공통 13번

[정답] ①

26. 두 자연수 a, b에 대하여 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} 2x^3-6x+1 & (x\le 2) \\ a(x-2)(x-b)+9 & (x>2) \end{cases}$$

이다. 실수 t에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 만나는 점의 개수를 $g(t)$라 하자. $g(k)+\lim_{t\to k-}g(t)+\lim_{t\to k+}g(t)=9$를 만족시키는 실수 k의 개수가 1이 되도록 하는 두 자연수 a, b의 순서쌍 (a, b)에 대하여 $a+b$의 최댓값은? [4점]

① 51 ② 52 ③ 53 ④ 54 ⑤ 55

#2024학년도 수능 공통 14번

[정답] ①

27. 첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} 2^{a_n} & (a_n\text{이 홀수인 경우}) \\ \dfrac{1}{2}a_n & (a_n\text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_6+a_7=3$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은? [4점]

① 139　② 146　③ 153　④ 160　⑤ 167

#2024학년도 수능 공통 15번

[정답] ③

28. 함수 $f(x)=\sin\frac{\pi}{4}x$ 라 할 때, $0<x<16$ 에서 부등식

$$f(2+x)f(2-x)<\frac{1}{4}$$

을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [3점]

#2024학년도 수능 공통 19번

[정답] 32

29. $a>\sqrt{2}$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $f(x)$ 를 $f(x)=-x^3+ax^2+2x$ 라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{O}(0,0)$ 에서의 접선이 곡선 $y=f(x)$ 와 만나는 점 중 O 가 아닌 점을 A 라 하고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A 에서의 접선이 x 축과 만나는 점을 B 라 하자. 점 A 가 선분 OB 를 지름으로 하는 원 위의 점일 때, $\overline{\mathrm{OA}}\times\overline{\mathrm{AB}}$ 의 값을 구하시오. [4점] 2024수능 공통 20 25

#2024학년도 수능 공통 20번

[정답] 25

30. 양수 a에 대하여 $x \geq -1$에서 정의된 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} -x^2+6x & (-1 \leq x < 6) \\ a\log_4(x-5) & (x \geq 6) \end{cases}$$

이다. $t \geq 0$인 실수 t에 대하여 닫힌구간 $[t-1, t+1]$에서의 $f(x)$의 최댓값을 $g(t)$라 하자. 구간 $[0, \infty)$에서 함수 $g(t)$의 최솟값이 5가 되도록 하는 양수 a의 최솟값을 구하시오. [4점]

#2024학년도 수능 공통 21번

[정답] 10

31. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $f(x)$에 대하여 $f(k-1)f(k+1)<0$ 을 만족시키는 정수 k는 존재하지 않는다.

$f'\left(-\frac{1}{4}\right)=-\frac{1}{4}$, $f'\left(\frac{1}{4}\right)<0$일 때, $f(8)$의 값을 구하시오. [4점]

#2024학년도 수능 공통 22번

[정답] 483

32. 실수 t에 대하여 원점을 지나고 곡선 $y=\frac{1}{e^x}+e^t$에 접하는 직선의 기울기를 $f(t)$라 하자. $f(a)=-e\sqrt{e}$를 만족시키는 상수 a에 대하여 $f'(a)$의 값은? [3점]

① $-\frac{1}{3}e\sqrt{e}$ ② $-\frac{1}{2}e\sqrt{e}$ ③ $-\frac{2}{3}e\sqrt{e}$

④ $-\frac{5}{6}e\sqrt{e}$ ⑤ $-e\sqrt{e}$

#2024학년도 수능 미적분 27번

[정답] ①

33. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \geq 0$이고, $x<0$일 때 $f(x)=-4xe^{4x^2}$이다. 모든 양수 t에 대하여 x에 대한 방정식 $f(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수는 2이고, 이 방정식의 두 실근 중 작은 값을 $g(t)$, 큰 값을 $h(t)$라 하자. 두 함수 $g(t)$, $h(t)$는 모든 양수 t에 대하여

$2g(t)+h(t)=k$ (k는 상수)

를 만족시킨다. $\int_0^7 f(x)dx = e^4-1$일 때, $\dfrac{f(9)}{f(8)}$의 값은? [4점]

① $\dfrac{3}{2}e^5$ ② $\dfrac{4}{3}e^7$ ③ $\dfrac{5}{4}e^9$ ④ $\dfrac{6}{5}e^{11}$ ⑤ $\dfrac{7}{6}e^{13}$

#2024학년도 수능 미적분 28번

[정답] ②

34. 첫째항과 공비가 각각 0이 아닌 두 등비수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 두 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$이 각각 수렴하고

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n b_n = \left(\sum_{n=1}^{\infty} a_n\right) \times \left(\sum_{n=1}^{\infty} b_n\right), \qquad 3 \times \sum_{n=1}^{\infty} |a_{2n}| = 7 \times \sum_{n=1}^{\infty} |a_{3n}|$$

이 성립한다. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_{2n-1} + b_{3n+1}}{b_n} = S$일 때, $120S$의 값을 구하시오. [4점]

#2024학년도 수능 미적분 29번

[정답] 162

35. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가

$$f'(x)=|\sin x|\cos x$$

이다. 양수 a에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(a, f(a))$에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 하자. 함수 $h(x)=\int_0^x \{f(t)-g(t)\}dt$가 $x=a$에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 양수 a를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n번째 수를 a_n이라 하자. $\frac{100}{\pi}\times(a_6-a_2)$의 값을 구하시오. [4점]

#2024학년도 수능 미적분 30번

[정답] 125

36. 두 실수 a, b에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} -\dfrac{1}{3}x^3-ax^2-bx & (x<0) \\ \dfrac{1}{3}x^3+ax^2-bx & (x\geq 0) \end{cases}$$

이 구간 $(-\infty, -1]$에서 감소하고 구간 $[-1, \infty)$에서 증가할 때, $a+b$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M-m$의 값은? [4점]

① $\dfrac{3}{2}+3\sqrt{2}$ ② $3+3\sqrt{2}$ ③ $\dfrac{9}{2}+3\sqrt{2}$

④ $6+3\sqrt{2}$ ⑤ $\dfrac{15}{2}+3\sqrt{2}$

#2024학년도 9월 공통 13번

[정답] ③

37. 두 자연수 a, b에 대하여 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2^{x+a}+b & (x\le -8) \\ -3^{x-3}+8 & (x>-8) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$의 값은? [4점]

집합 $\{f(x)\,\vert\,x\le k\}$의 원소 중 정수인 것의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k의 값의 범위는 $3\le k<4$이다.

① 11　② 13　③ 15　④ 17　⑤ 19

#2024학년도 9월 공통 14번

[정답] ②

38. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{f(x+3)\{f(x)+1\}}{f(x)} & (f(x)\neq 0) \\ 3 & (f(x)=0) \end{cases}$$

이라 하자. $\lim_{x\to 3} g(x) = g(3)-1$일 때, $g(5)$의 값은? [4점]

① 14 ② 16 ③ 18 ④ 20 ⑤ 22

#2024학년도 9월 공통 15번

[정답] ④

39. 모든 항이 자연수인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. a_7이 13의 배수이고 $\sum_{k=1}^{7} S_k = 644$일 때, a_2의 값을 구하시오. [4점]

#2024학년도 9월 공통 21번

[정답] 19

40. $x=-\ln 4$에서 $x=1$까지의 곡선 $y=\frac{1}{2}\left(\left|e^{x}-1\right|-e^{|x|}+1\right)$의 길이는? [3점]

① $\frac{23}{8}$ ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{29}{8}$ ④ 4 ⑤ $\frac{35}{8}$

#2024학년도 9월 미적분 27번

[정답] ①

41. 실수 $a\,(0<a<2)$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} 2\,|\sin 4x| & (x<0) \\ -\sin ax & (x\geq 0) \end{cases}$$

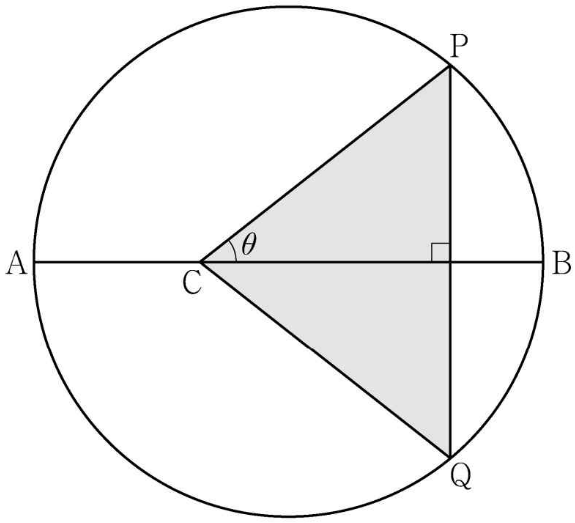
이라 하자. 함수 $g(x)=\left|\int_{-a\pi}^{x} f(t)\,dt\right|$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, a의 최솟값은? [4점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ 1 ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

#2024학년도 9월 미적분 28번

[정답] ②

42. 길이가 10인 선분 AB를 지름으로 하는 원과 선분 AB 위에 $\overline{\mathrm{AC}}=4$인 점 C가 있다. 이 원 위의 점 P를 $\angle \mathrm{PCB}=\theta$가 되도록 잡고, 점 P를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 이 원과 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. 삼각형 PCQ의 넓이를 $S(\theta)$라 할 때, $-7\times S'\left(\frac{\pi}{4}\right)$의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\frac{\pi}{2}$) [4점]



#2024학년도 9월 미적 30번

[정답] 32

43. $a_2 = -4$ 이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$에 대하여 수열 $\{b_n\}$을 $b_n = a_n + a_{n+1}\,(n \geq 1)$이라 하고, 두 집합 A, B를

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}, \qquad B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$$

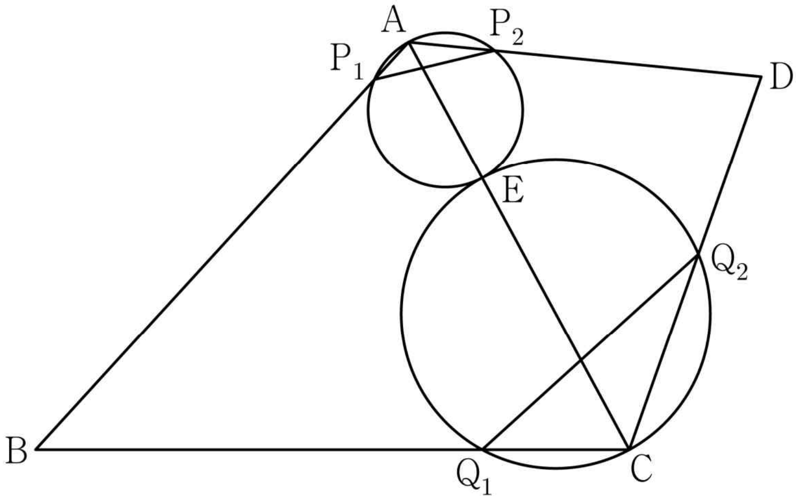
라 하자. $n(A \cap B) = 3$이 되도록 하는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_{20}의 값의 합은? [4점]

① 30 ② 34 ③ 38 ④ 42 ⑤ 46

#2024학년도 6월 공통 12번

[정답] ⑤

44. 그림과 같이 $\overline{BC}=3$, $\overline{CD}=2$, $\cos(\angle BCD)=-\frac{1}{3}$, $\angle DAB>\frac{\pi}{2}$인 사각형 ABCD에서 두 삼각형 ABC와 ACD는 모두 예각삼각형이다. 선분 AC를 1:2로 내분하는 점 E에 대하여 선분 AE를 지름으로 하는 원이 두 선분 AB, AD와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 각각 P_1, P_2라 하고, 선분 CE를 지름으로 하는 원이 두 선분 BC, CD와 만나는 점 중 C가 아닌 점을 각각 Q_1, Q_2라 하자. $\overline{P_1P_2}:\overline{Q_1Q_2}=3:5\sqrt{2}$이고 삼각형 ABD의 넓이가 2일 때, $\overline{AB}+\overline{AD}$의 값은? (단, $\overline{AB}>\overline{AD}$) [4점]



① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{22}$ ③ $\sqrt{23}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ 5

#2024학년도 6월 공통 13번

[정답] ①

45. 자연수 k에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

$a_1 = k$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2n - k & (a_n \le 0) \\ a_n - 2n - k & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$이 되도록 하는 모든 k의 값의 합은? [4점]

① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

#2024학년도 6월 공통 15번

[정답] ②

46. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\int_0^x f(t)\,dt$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(9)$의 값을 구하시오. [4점]

$x \geq 1$인 모든 실수 x에 대하여 $g(x) \geq g(4)$이고 $\lvert g(x) \rvert \geq \lvert g(3) \rvert$이다.

#2024학년도 6월 공통 30번

[정답] 39

47. 실수 t에 대하여 두 곡선 $y=t-\log_2 x$와 $y=2^{x-t}$이 만나는 점의 x좌표를 $f(t)$라 하자. <보기>의 각 명제에 대하여 다음 규칙에 따라 A, B, C의 값을 정할 때, $A+B+C$의 값을 구하시오. (단, $A+B+C\neq 0$) [4점]

- 명제 ㄱ이 참이면 $A=100$, 거짓이면 $A=0$이다.
- 명제 ㄴ이 참이면 $B=10$, 거짓이면 $B=0$이다.
- 명제 ㄷ이 참이면 $C=1$, 거짓이면 $C=0$이다.

<보 기>

ㄱ. $f(1)=1$이고 $f(2)=2$이다.

ㄴ. 실수 t의 값이 증가하면 $f(t)$의 값도 증가한다.

ㄷ. 모든 양의 실수 t에 대하여 $f(t)\geq t$이다.

#2024학년도 6월 공통 21번

[정답] 110

48. 정수 $a(a \neq 0)$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x) = x^3 - 2ax^2$$

이라 하자. 다음 조건을 만족시키는 모든 정수 k의 값의 곱이 -12가 되도록 하는 a에 대하여 $f'(10)$의 값을 구하시오. [4점]

함수 $f(x)$에 대하여 $$\left\{\frac{f(x_1)-f(x_2)}{x_1-x_2}\right\} \times \left\{\frac{f(x_2)-f(x_1)}{x_2-x_1}\right\} < 0$$ 을 만족시키는 세 실수 x_1, x_2, x_3이 열린구간 $\left(k, k+\frac{3}{2}\right)$에 존재한다.

#2024학년도 6월 공통 22번

[정답] 380

49. 두 상수 $a(a>0)$, b에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $a\times b$의 값은? [4점]

> (가) 모든 실수 x에 대하여
> $$\{f(x)\}^2+2f(x)=a\cos^3\pi x\times e^{\sin^2\pi x}+b$$
> 이다.
> (나) $f(0)=f(2)+1$

① $-\dfrac{1}{16}$ ② $-\dfrac{7}{64}$ ③ $-\dfrac{5}{32}$

④ $-\dfrac{13}{64}$ ⑤ $-\dfrac{1}{4}$

#2024학년도 6월 미적분 28번

[정답] ②

50. 세 실수 a, b, k에 대하여 두 점 $\mathrm{A}(a, a+k)$, $\mathrm{B}(b, b+k)$가 곡선 $C: x^2-2xy+2y^2=15$ 위에 있다. 곡선 C 위의 점 A에서의 접선과 곡선 C 위의 점 B에서의 접선이 서로 수직일 때, k^2의 값을 구하시오.

(단, $a+2k \neq 0$, $b+2k \neq 0$) [4점]

#2024학년도 6월 미적 29번

[정답] 5

51. 수열 $\{a_n\}$은 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$을 모든 자연수 n에 대하여

$$b_n = \begin{cases} -1 & (a_n \leq -1) \\ a_n & (a_n > -1) \end{cases}$$

이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n-1}$은 수렴하고 그 합은 -3이다.
(나) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} b_{2n}$은 수렴하고 그 합은 8이다.

$b_3 = -1$일 때, $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$의 값을 구하시오. [4점] 2406 미적분30 24

52. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

$n-1 \le x < n$일 때, $\lvert f(x)\rvert = \lvert 6(x-n+1)(x-n)\rvert$ 이다. (단, n은 자연수이다.)

열린구간 $(0, 4)$에서 정의된 함수

$$g(x)=\int_0^x f(t)\,dt-\int_x^4 f(t)\,dt$$

가 $x=2$에서 최솟값 0을 가질 때, $\int_{\frac{1}{2}}^4 f(x)\,dx$ 의 값은? [4점] 2023수능 공통12 ②

① $-\frac{3}{2}$　　② $-\frac{1}{2}$　　③ $\frac{1}{2}$　　④ $\frac{3}{2}$　　⑤ $\frac{5}{2}$

53. 자연수 $m\,(m \geq 2)$에 대하여 m^{12}의 n제곱근 중에서 정수가 존재하도록 하는 2 이상의 자연수 n의 개수를 $f(m)$이라 할 때, $\sum_{m=2}^{9} f(m)$의 값은? [4점]

2023수능 공통13 ③

① 37 ② 42 ③ 47 ④ 52 ⑤ 57

54. 다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x)=\begin{cases} x & (x<-1 \text{ 또는 } x>1) \\ f(x) & (-1 \le x \le 1) \end{cases}$$

함수 $h(x)=\lim_{t\to 0+} g(x+t) \times \lim_{t\to 2+} g(x+t)$에 대하여

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] 2023수능 공통14 ①

<보 기>

ㄱ. $h(1)=3$

ㄴ. 함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다.

ㄷ. 함수 $g(x)$가 닫힌구간 $[-1, 1]$에서 감소하고 $g(-1)=-2$이면 함수 $h(x)$는 실수 전체의 집합에서 최솟값을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

55. 모든 항이 자연수이고 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_9의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m이라 할 때, $M+m$의 값은? [4점]

2023수능 공통15 ⑤

(가) $a_7 = 40$
(나) 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_{n+1}\text{이 } 3\text{의 배수가 아닌 경우}) \\ \dfrac{1}{3}a_{n+1} & (a_{n+1}\text{이 } 3\text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다.

① 216 ② 218 ③ 220 ④ 222 ⑤ 224

56. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$에서의 속도 $v(t)$와 가속도 $a(t)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \leq t \leq 2$일 때, $v(t)=2t^3-8t$이다. (나) $t \geq 2$일 때, $a(t)=6t+4$이다.

시각 $t=0$에서 $t=3$까지 점 P가 움직인 거리를 구하시오. [4점]

2023수능 공통20 17

57. 자연수 n에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} \left|3^{x+2}-n\right| & (x<0) \\ \left|\log_2(x+4)-n\right| & (x \ge 0) \end{cases}$$

이라 하자. 실수 t에 대하여 x에 관한 방정식 $f(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 할 때, 함수 $g(t)$의 최댓값이 4가 되도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [4점] 2023수능 공통21 33

58. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [4점]

2023수능 공통22 13

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)=f(1)+(x-1)f'(g(x))$이다.

(나) 함수 $g(x)$의 최솟값은 $\frac{5}{2}$이다.

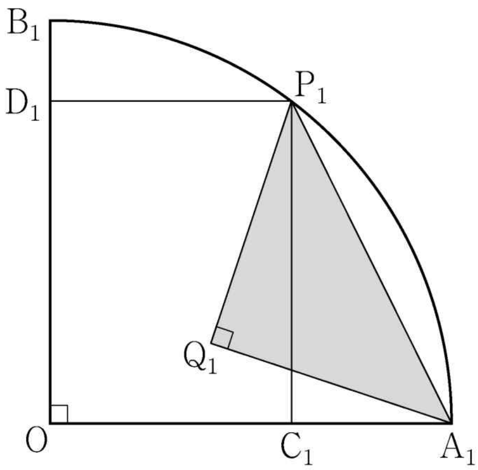
(다) $f(0)=-3$, $f(g(1))=6$

59. 그림과 같이 중심이 O, 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 $\mathrm{OA_1B_1}$이 있다. 호 $\mathrm{A_1B_1}$ 위에 점 $\mathrm{P_1}$, 선분 $\mathrm{OA_1}$ 위에 점 $\mathrm{C_1}$, 선분 $\mathrm{OB_1}$ 위에 점 $\mathrm{D_1}$을 사각형 $\mathrm{OC_1P_1D_1}$이 $\overline{\mathrm{OC_1}}:\overline{\mathrm{OD_1}}=3:4$인 직사각형이 되도록 잡는다.

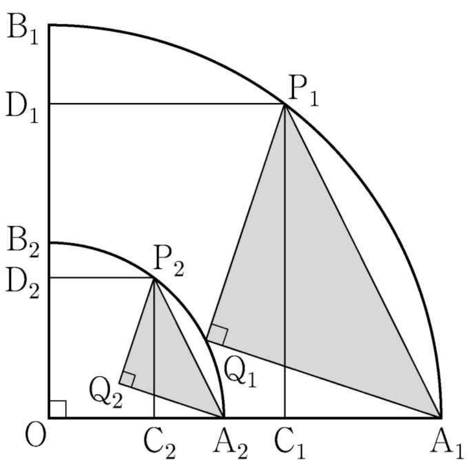
부채꼴 $\mathrm{OA_1B_1}$의 내부에 점 $\mathrm{Q_1}$을 $\overline{\mathrm{P_1Q_1}}=\overline{\mathrm{A_1Q_1}}$, $\angle \mathrm{P_1Q_1A_1}=\frac{\pi}{2}$가 되도록 잡고, 이등변삼각형 $\mathrm{P_1Q_1A_1}$에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자. 그림 R_1에서 선분 $\mathrm{OA_1}$ 위의 점 $\mathrm{A_2}$와 선분 $\mathrm{OB_1}$ 위의 점 $\mathrm{B_2}$를 $\overline{\mathrm{OQ_1}}=\overline{\mathrm{OA_2}}=\overline{\mathrm{OB_2}}$가 되도록 잡고, 중심이 O, 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{OQ_1}}$, 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 $\mathrm{OA_2B_2}$를 그린다. 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 네 점 $\mathrm{P_2}$, $\mathrm{C_2}$, $\mathrm{D_2}$, $\mathrm{Q_2}$를 잡고, 이등변삼각형 $\mathrm{P_2Q_2A_2}$에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점] 2023수능 미적분27 ②

R_1



R_2

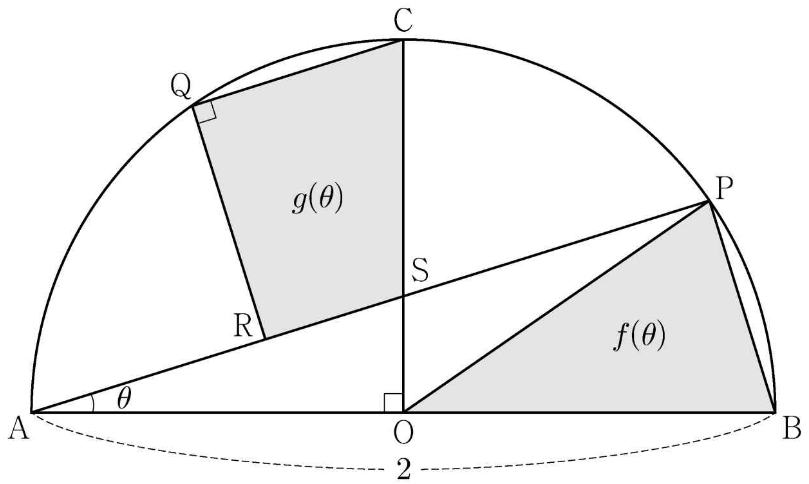


⋮ ⋮

① $\frac{9}{40}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{11}{40}$ ④ $\frac{3}{10}$ ⑤ $\frac{13}{40}$

60. 그림과 같이 중심이 O이고 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원 위에 $\angle \mathrm{AOC}=\frac{\pi}{2}$ 인 점 C가 있다. 호 BC 위에 점 P와 호 CA 위에 점 Q를 $\overline{\mathrm{PB}}=\overline{\mathrm{QC}}$ 가 되도록 잡고, 선분 AP 위에 점 R를 $\angle \mathrm{CQR}=\frac{\pi}{2}$ 가 되도록 잡는다. 선분 AP와 선분 CO의 교점을 S라 하자. $\angle \mathrm{PAB}=\theta$ 일 때, 삼각형 POB의 넓이를 $f(\theta)$, 사각형 CQRS의 넓이를 $g(\theta)$ 라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{3f(\theta)-2g(\theta)}{\theta^2}$ 의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$) [4점]

2023수능 미적분28 ②



① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

61. 세 상수 a, b, c에 대하여 함수 $f(x)=ae^{2x}+be^{x}+c$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가)	$\displaystyle\lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)+6}{e^{x}}=1$
(나)	$f(\ln 2)=0$

함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $\displaystyle\int_{0}^{14}g(x)\,dx=p+q\ln 2$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p, q는 유리수이고, $\ln 2$는 무리수이다.) [4점] 2023수능 미적분29 26

62. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$와 함수 $g(x)=e^{\sin \pi x}-1$에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 합성함수 $h(x)=g(f(x))$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $h(x)$는 $x=0$에서 극댓값 0을 갖는다. (나) 열린구간 $(0,3)$에서 방정식 $h(x)=1$의 서로 다른 실근의 개수는 7이다.

$f(3)=\frac{1}{2}$, $f'(3)=0$일 때, $f(2)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] 2023수능 미적분30 31

63. 닫힌구간 $[0, 12]$에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \cos\frac{\pi x}{6}, \qquad g(x) = -3\cos\frac{\pi x}{6} - 1$$

이 있다. 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=k$가 만나는 두 점의 x좌표를 α_1, α_2라 할 때, $|\alpha_1 - \alpha_2| = 8$이다. 곡선 $y=g(x)$와 직선 $y=k$가 만나는 두 점의 x좌표를 β_1, β_2라 할 때, $|\beta_1 - \beta_2|$의 값은? (단, k는 $-1 < k < 1$인 상수이다.) [4점]

2309 공통9 ③

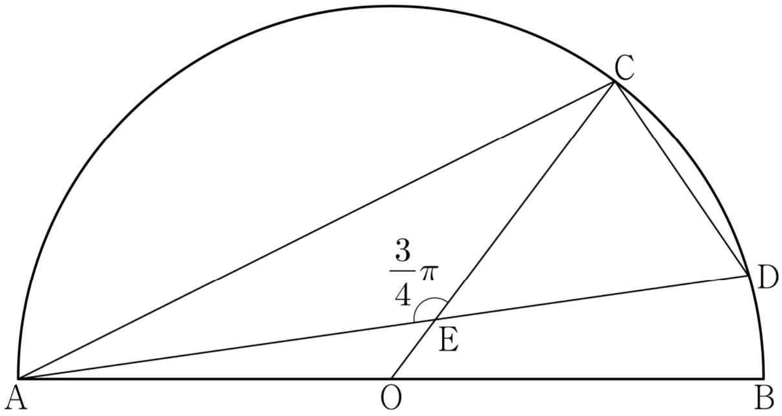
① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

64. 함수 $f(x)=-(x-2)^2+k$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 n의 개수가 2일 때, 상수 k의 값은? [4점] 2309 공통11 ②

$\sqrt{3}^{\,f(n)}$의 네제곱근 중 실수인 것을 모두 곱한 값이 -9이다.

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

65. 그림과 같이 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 두 점 C, D가 있다. 선분 AB의 중점 O에 대하여 두 선분 AD, CO가 점 E에서 만나고, $\overline{\mathrm{CE}}=4$, $\overline{\mathrm{ED}}=3\sqrt{2}$, $\angle \mathrm{CEA}=\frac{3}{4}\pi$이다. $\overline{\mathrm{AC}}\times\overline{\mathrm{CD}}$의 값은? [4점] 2309 공통13 ⑤



① $6\sqrt{10}$ ② $10\sqrt{5}$ ③ $16\sqrt{2}$ ④ $12\sqrt{5}$ ⑤ $20\sqrt{2}$

66. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$, $f(1)=0$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(t)$를 $g(t)=\int_{t}^{t+1} f(x)dx-\int_{0}^{1}|f(x)|dx$라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] 2309 공통14 ⑤

<보 기>

ㄱ. $g(0)=0$이면 $g(-1)<0$이다.
ㄴ. $g(-1)>0$이면 $f(k)=0$을 만족시키는 $k<-1$인 실수 k가 존재한다.
ㄷ. $g(-1)>1$이면 $g(0)<-1$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

67. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

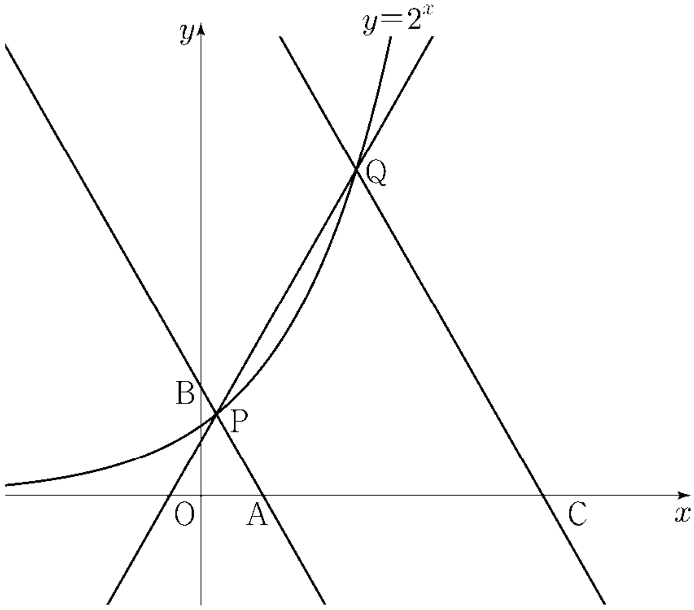
(가) 모든 자연수 k에 대하여 $a_{4k}=r^k$이다. (단, r는 $0<\lvert r\rvert<1$인 상수이다.) (나) $a_1<0$이고, 모든 자연수 n에 대하여 $a_{n+1}=\begin{cases} a_n+3 & (\lvert a_n\rvert<5) \\ -\dfrac{1}{2}a_m & (\lvert a_n\rvert\ge 5) \end{cases}$ 이다.

$\lvert a_m\rvert\ge 5$를 만족시키는 100 이하의 자연수 m의 개수를 p라 할 때, $p+a_1$의 값은?

[4점] 2309 공통15 ③

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

68. 그림과 같이 곡선 $y=2^x$ 위에 두 점 $\mathrm{P}(a,\ 2^a)$, $\mathrm{Q}(b,\ 2^b)$이 있다. 직선 PQ의 기울기를 m이라 할 때, 점 P를 지나며 기울기가 $-m$인 직선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 점 Q를 지나며 기울기가 $-m$인 직선이 x축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{\mathrm{AB}}=4\overline{\mathrm{PB}}$, $\overline{\mathrm{CQ}}=3\overline{\mathrm{AB}}$일 때, $90\times(a+b)$의 값을 구하시오. (단, $0<a<b$) [4점] 2309 공통21 220



69. 최고차항의 계수가 1이고 $x=3$에서 극댓값 8을 갖는 삼차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x \geq t) \\ -f(x)+2f(t) & (x < t) \end{cases}$$

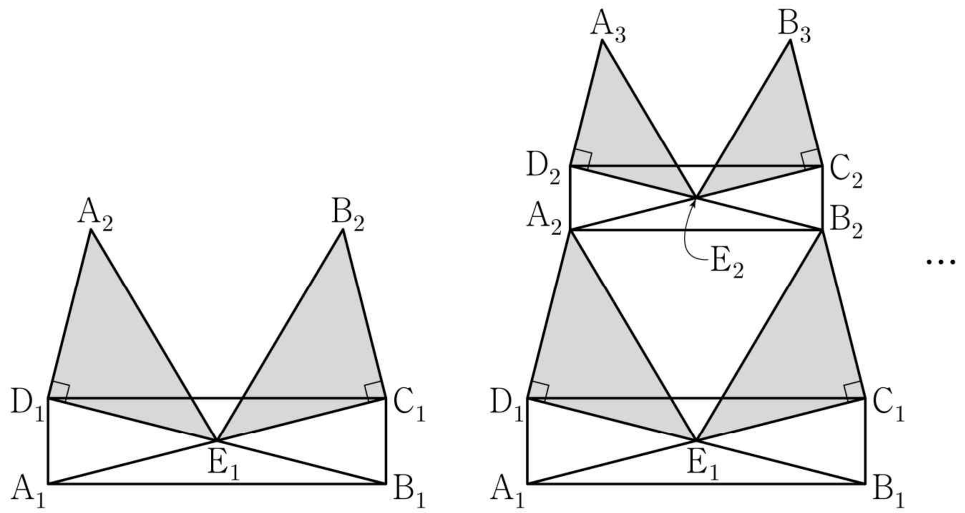
라 할 때, 방정식 $g(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수를 $h(t)$라 하자. 함수 $h(t)$가 $t=a$에서 불연속인 a의 값이 두 개일 때, $f(8)$의 값을 구하시오. [4점]

2309 공통22 58

70. 그림과 같이 $\overline{\mathrm{A_1B_1}}=4$, $\overline{\mathrm{A_1D_1}}=1$ 인 직사각형 $\mathrm{A_1B_1C_1D_1}$ 에서 두 대각선의 교점을 $\mathrm{E_1}$ 이라 하자. $\overline{\mathrm{A_2D_1}}=\overline{\mathrm{D_1E_1}}$, $\angle \mathrm{A_2D_1E_1}=\dfrac{\pi}{2}$ 이고 선분 $\mathrm{D_1C_1}$ 과 선분 $\mathrm{A_2E_1}$ 이 만나도록 점 $\mathrm{A_2}$ 를 잡고, $\overline{\mathrm{B_2C_1}}=\overline{\mathrm{C_1E_1}}$, $\angle \mathrm{B_2C_1E_1}=\dfrac{\pi}{2}$ 이고 선분 $\mathrm{D_1C_1}$ 과 선분 $\mathrm{B_2E_1}$ 이 만나도록 점 $\mathrm{B_2}$ 를 잡는다. 두 삼각형 $\mathrm{A_2D_1E_1}$, $\mathrm{B_2C_1E_1}$ 을 그린 후 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 $\overline{\mathrm{A_2B_2}}:\overline{\mathrm{A_2D_2}}=4:1$ 이고 선분 $\mathrm{D_2C_2}$ 가 두 선분 $\mathrm{A_2E_1}$, $\mathrm{B_2E_1}$ 과 만나지 않도록 직사각형 $\mathrm{A_2B_2C_2D_2}$ 를 그린다. 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 세 점 $\mathrm{E_2}$, $\mathrm{A_3}$, $\mathrm{B_3}$ 을 잡고 두 삼각형 $\mathrm{A_3D_2E_2}$, $\mathrm{B_3C_2E_2}$ 를 그린 후 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자.

이와 같은 과정을 반복하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$ 의 값은? [3점] 2309 미적분27 ③

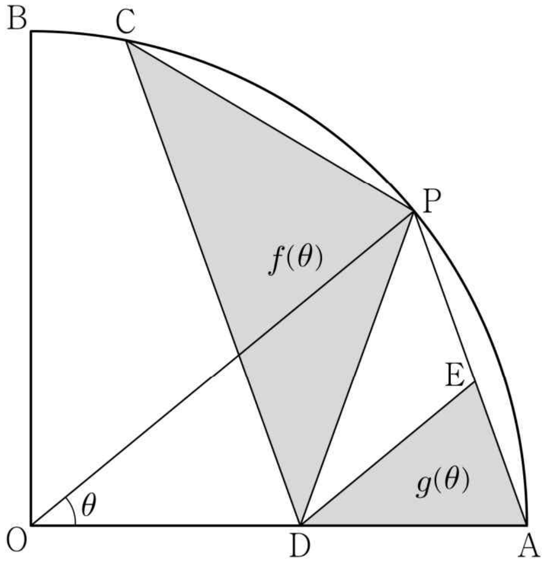


R_1　　　　R_2　　　　⋯

① $\dfrac{68}{5}$　　② $\dfrac{34}{3}$　　③ $\dfrac{68}{7}$　　④ $\dfrac{17}{2}$　　⑤ $\dfrac{68}{9}$

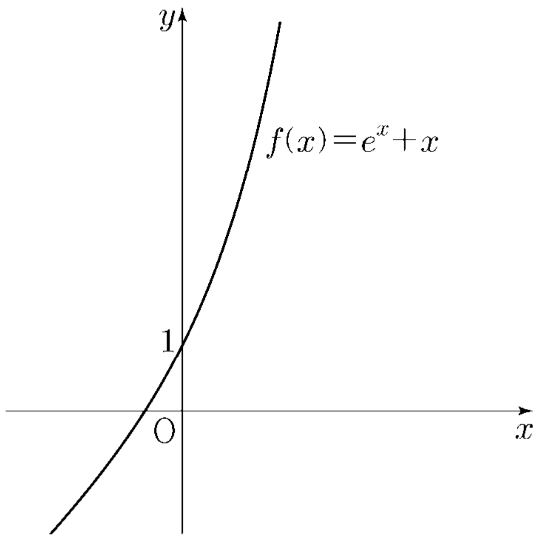
71. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에 대하여 $\overline{PA}=\overline{PC}=\overline{PD}$가 되도록 호 PB 위에 점 C와 선분 OA 위에 점 D를 잡는다. 점 D를 지나고 선분 OP와 평행한 직선이 선분 PA와 만나는 점을 E라 하자. $\angle POA=\theta$일 때, 삼각형 CDP의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 EDA의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \frac{g(\theta)}{\theta^2 \times f(\theta)}$의 값은? (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$) [4점]

2309 미적분28 ④



① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{3}{8}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

72. 함수 $f(x)=e^x+x$가 있다. 양수 t에 대하여 점 $(t, 0)$과 점 $(x, f(x))$ 사이의 거리가 $x=s$에서 최소일 때, 실수 $f(s)$의 값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$의 역함수를 $h(t)$라 할 때, $h'(1)$의 값을 구하시오. [4점] 2309 미적분29 3

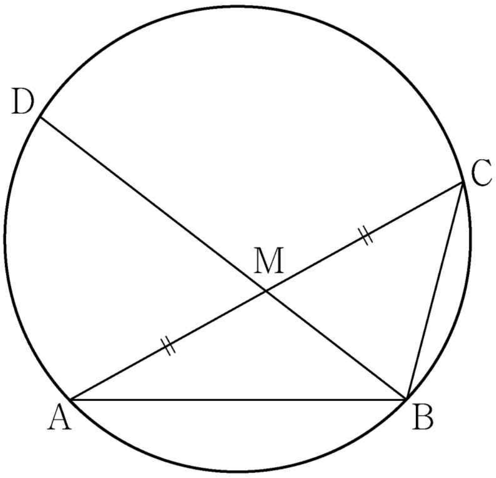


73. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 구간 $(0, \infty)$에서 $g(x) \geq 0$인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $x \leq -3$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \geq f(-3)$이다.
(나) $x > -3$인 모든 실수 x에 대하여
$g(x+3)\{f(x)-f(0)\}^2 = f'(x)$이다.

$\displaystyle\int_4^5 g(x)dx = \frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] 2309 미적분30 283

74. 그림과 같이 $\overline{AB}=3$, $\overline{BC}=2$, $\overline{AC}>3$이고 $\cos(\angle BAC)=\dfrac{7}{8}$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 AC의 중점을 M, 삼각형 ABC의 외접원이 직선 BM과 만나는 점 중 B가 아닌 점을 D라 할 때, 선분 MD의 길이는? [4점] 2306 공통10 ③

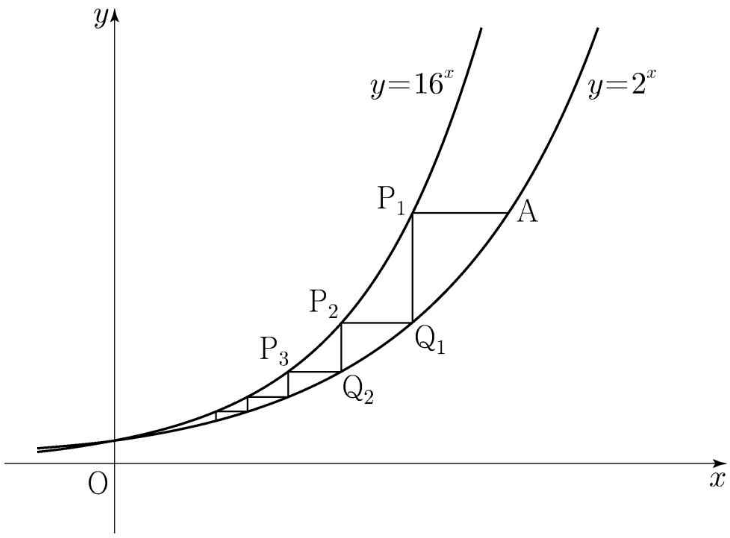


① $\dfrac{3\sqrt{10}}{5}$　② $\dfrac{7\sqrt{10}}{10}$　③ $\dfrac{4\sqrt{10}}{5}$　④ $\dfrac{9\sqrt{10}}{10}$　⑤ $\sqrt{10}$

75. 두 곡선 $y=16^x$, $y=2^x$과 한 점 $\mathrm{A}(64, 2^{64})$이 있다. 점 A를 지나며 x축과 평행한 직선이 곡선 $y=16^x$과 만나는 점 P_1이라 하고, 점 P_1을 지나며 y축과 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$과 만나는 점을 Q_1이라 하자. 점 Q_1을 지나며 x축과 평행한 직선이 곡선 $y=16^x$과 만나는 점을 P_2라 하고, 점 P_2를 지나며 y축과 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$과 만나는 점을 Q_2라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 두 점을 각각 P_n, Q_n이라 하고 점 Q_n의 x좌표를 x_n이라 할 때, $x_n < \dfrac{1}{k}$을 만족시키는 n의 최솟값이 6이 되도록 하는 자연수 k의 개수는? [4점]

2306 공통13 ①

① 48 ② 51 ③ 54 ④ 57 ⑤ 60



76. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$가

$$g(x)=\begin{cases} -\displaystyle\int_0^x f(t)dt & (x<0) \\ \displaystyle\int_0^x f(t)dt & (x \ge 0) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

2306 공통14 ④

<보 기>

ㄱ. $f(0)=0$

ㄴ. 함수 $f(x)$는 극댓값을 갖는다.

ㄷ. $2<f(1)<4$일 때, 방정식 $f(x)=x$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

77. 자연수 k에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$이 있다.

$a_1=0$이고, 모든 자연수 n에 대하여 $$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+\dfrac{1}{k+1} & (a_n \le 0) \\ a_n-\dfrac{1}{k} & (a_n>0) \end{cases}$$ 이다.

$a_{22}=0$이 되도록 하는 모든 k의 값의 합은? [4점] 2306 공통15 ②

① 12　② 14　③ 16　④ 18　⑤ 20

78. 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=\int_{x}^{x+1}|f(t)|dt$는 $x=1$과 $x=4$에서 극소이다. $f(0)$의 값을 구하시오. [4점] 2306 공통20 13

79. 자연수 n에 대하여 $4\log_{64}\left(\frac{3}{4n+16}\right)$의 값이 정수가 되도록 하는 1000 이하의 모든 n의 값의 합을 구하시오. [4점] 2306 공통21 426

80. 두 양수 a, $b\,(b>3)$과 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases}(x+3)f(x) & (x<0)\\ (x+3)f(x-b) & (x\ge 0)\end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 다음 조건을 만족시킬 때, $g(4)$의 값을 구하시오. [4점] 2306 공통22 19

$\displaystyle\lim_{x\to -3}\frac{\sqrt{\lvert g(x)\rvert+\{g(t)\}^2}-\lvert g(t)\rvert}{(x+3)^2}$의 값이 <u>존재하지 않는</u> 실수 t의 값은 -3과 6뿐이다.

81. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 가

$$g(x)=\begin{cases} \ln|f(x)| & (f(x)\neq 0) \\ 1 & (f(x)=0) \end{cases}$$

이고 다음 조건을 만족시킬 때, 함수 $g(x)$ 의 극솟값은? [4점] 2306 미적분28 ⑤

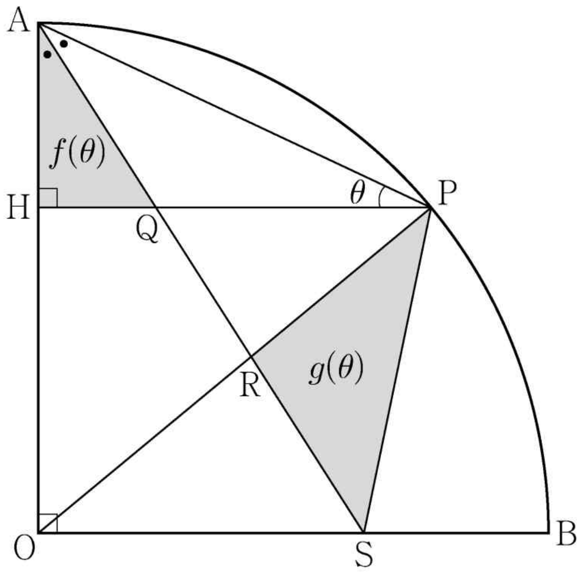
(가) 함수 $g(x)$ 는 $x\neq 1$ 인 모든 실수 x 에서 연속이다. (나) 함수 $g(x)$ 는 $x=2$ 에서 극대이고, 함수 $\lvert g(x)\rvert$ 는 $x=2$ 에서 극소이다. (다) 방정식 $g(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 3 이다.

① $\ln\frac{13}{27}$　② $\ln\frac{16}{27}$　③ $\ln\frac{19}{27}$
④ $\ln\frac{22}{27}$　⑤ $\ln\frac{25}{27}$

82. 그림과 같이 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 OAB가 있다. 호 AB 위의 점 P에서 선분 OA에 내린 수선의 발을 H라 하고, $\angle$OAP를 이등분하는 직선과 세 선분 HP, OP, OB의 교점을 각각 Q, R, S라 하자. $\angle \mathrm{APH}=\theta$일 때, 삼각형 AQH의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PSR의 넓이를 $g(\theta)$라 하자.

$\lim_{\theta \to 0+} \frac{\theta^3 \times g(\theta)}{f(\theta)} = k$일 때, $100k$의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$) [4점]

2306 미적분29 50



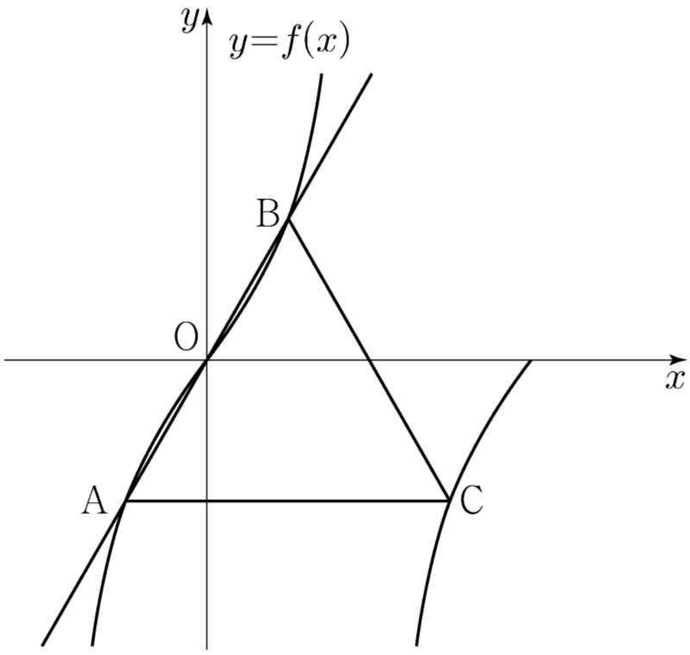
83. 양수 a에 대하여 함수 $f(x)$는 $f(x)=\frac{x^2-ax}{e^x}$이다. 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식

$$f(x)=f'(t)(x-t)+f(t)$$

의 서로 다른 실근의 개수를 $g(t)$라 하자. $g(5)+\lim_{t\to 5}g(t)=5$일 때, $\lim_{t\to k-}g(t)\neq\lim_{t\to k+}g(t)$를 만족시키는 모든 실수 k의 값의 합은 $\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

2306 미적분30 16

84. 양수 a에 대하여 집합 $\left\{x \,\middle|\, -\frac{a}{2}<x\leq a,\ x\neq\frac{a}{2}\right\}$에서 정의된 함수 $f(x)=\tan\frac{\pi x}{a}$가 있다. 그림과 같이 함수 $y=f(x)$의 그래프 위의 세 점 O, A, B를 지나는 직선이 있다. 점 A를 지나고 x축에 평행한 직선이 함수 $y=f(x)$의 그래프와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 C라 하자. 삼각형 ABC가 정삼각형일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? (단, O는 원점이다.) [4점] 2022수능 공통11 ③



① $\frac{3\sqrt{3}}{2}$　② $\frac{17\sqrt{3}}{12}$　③ $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
④ $\frac{5\sqrt{3}}{4}$　⑤ $\frac{7\sqrt{3}}{6}$

85. 두 상수 a, $b\,(1<a<b)$에 대하여 좌표평면 위의 두 점 $(a, \log_2 a)$, $(b, \log_2 b)$를 지나는 직선의 y절편과 두 점 $(a, \log_4 a)$, $(b, \log_4 b)$를 지나는 직선의 y절편이 같다. 함수 $f(x)=a^{bx}+b^{ax}$에 대하여 $f(1)=40$일 때, $f(2)$의 값은? [4점]

2022수능 공통13 ②

① 760　② 800　③ 840　④ 880　⑤ 920

86. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 위치 $x(t)$가 두 상수 a, b에 대하여

$$x(t)=t(t-1)(at+b) \quad (a \neq 0)$$

이다. 점 P의 시각 t에서의 속도 $v(t)$가 $\int_0^1 |v(t)|dt=2$를 만족시킬 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] 2022수능 공통14 ③

<보 기>

ㄱ. $\int_0^1 v(t)\,dt=0$

ㄴ. $|x(t_1)|>1$인 t_1이 열린구간 $(0,\ 1)$에 존재한다.

ㄷ. $0 \le t \le 1$인 모든 t에 대하여 $|x(t)|<1$이면 $x(t_2)=0$인 t_2가 열린구간 $(0,\ 1)$에 존재한다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

87. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 닫힌구간 $[0, 1]$에서 $f(x) = x$이다.
(나) 어떤 상수 a, b에 대하여 구간 $[0, \infty)$에서 $f(x+1) - xf(x) = ax + b$이다.

$60 \times \int_1^2 f(x)dx$의 값을 구하시오. [4점] 2022수능 공통20 110

88. 수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lvert a_1 \rvert = 2$
(나) 모든 자연수 n에 대하여 $\lvert a_{n+1} \rvert = 2\lvert a_n \rvert$ 이다.
(다) $\displaystyle\sum_{n=1}^{10} a_n = -14$

$a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9$의 값을 구하시오. [4점] 2022수능 공통21 678

89. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 방정식 $f'(x)=0$ 이 닫힌구간 $[t, t+2]$ 에서 갖는 실근의 개수를 $g(t)$ 라 할 때, 함수 $g(t)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{t \to a+} g(t) + \lim_{t \to a-} g(t) \le 2$ 이다.
(나) $g(f(1)) = g(f(4)) = 2$, $g(f(0)) = 1$

$f(5)$ 의 값을 구하시오. [4점] 2022수능 공통22 9

90. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t>0)$에서의 위치가 곡선 $y=x^2$과 직선 $y=t^2x-\dfrac{\ln t}{8}$가 만나는 서로 다른 두 점의 중점일 때, 시각 $t=1$에서 $t=e$까지 점 P가 움직인 거리는? [3점] 2022수능 미적분27 ①

① $\dfrac{e^4}{2}-\dfrac{3}{8}$　② $\dfrac{e^4}{2}-\dfrac{5}{16}$　③ $\dfrac{e^4}{2}-\dfrac{1}{4}$

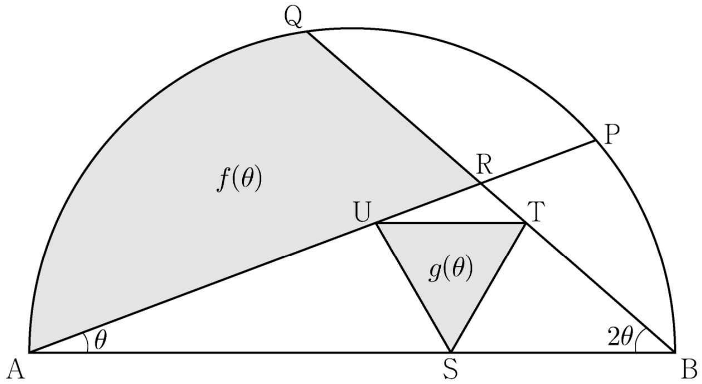
④ $\dfrac{e^4}{2}-\dfrac{3}{16}$　⑤ $\dfrac{e^4}{2}-\dfrac{1}{8}$

91. 함수 $f(x) = 6\pi(x-1)^2$에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x) = 3f(x) + 4\cos f(x)$라 하자. $0 < x < 2$에서 함수 $g(x)$가 극소가 되는 x의 개수는? [4점] 2022수능 미적분28 ②

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

92. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 호 AB 위에 두 점 P, Q를 $\angle\mathrm{PAB}=\theta$, $\angle\mathrm{QBA}=2\theta$가 되도록 잡고, 두 선분 AP, BQ의 교점을 R라 하자. 선분 AB 위의 점 S, 선분 BR 위의 점 T, 선분 AR 위의 점 U를 선분 UT가 선분 AB에 평행하고 삼각형 STU가 정삼각형이 되도록 잡는다. 두 선분 AR, QR와 호 AQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 STU의 넓이를 $g(\theta)$라 할 때, $\lim_{\theta\to0+}\frac{g(\theta)}{\theta\times f(\theta)}=\frac{q}{p}\sqrt{3}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, $0<\theta<\frac{\pi}{6}$이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] 2022수능 미적분29 11



93. 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=1$, $\int_{1}^{2} f(x)\,dx = \frac{5}{4}$
(나) 함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $x \ge 1$인 모든 실수 x에 대하여 $g(2x) = 2f(x)$이다.

$\int_{1}^{8} xf'(x)\,dx = \frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] 2022수능 미적분30 143

94. 첫째항이 -45이고 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시키도록 하는 모든 자연수 d의 값의 합은? [4점] 2209 공통13 ②

> (가) $|a_m| = |a_{m+3}|$인 자연수 m이 존재한다.
>
> (나) 모든 자연수 n에 대하여 $\sum_{k=1}^{n} a_k > -100$이다.

① 44　② 48　③ 52　④ 56　⑤ 60

95. 최고차항의 계수가 1이고 $f'(0)=f'(2)=0$인 삼차함수 $f(x)$와 양수 p에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x)-f(0) & (x \le 0) \\ f(x+p)-f(p) & (x>0) \end{cases}$$

이라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] 2209 공통14 ⑤

<보 기>

ㄱ. $p=1$일 때, $g'(1)=0$이다.
ㄴ. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 양수 p의 개수는 1이다.
ㄷ. $p \ge 2$일 때, $\int_{-1}^{1} g(x)dx \ge 0$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

96. 수열 $\{a_n\}$은 $|a_1| \le 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} -2a_n - 2 & \left(-1 \le a_n < -\dfrac{1}{2}\right) \\ 2a_n & \left(-\dfrac{1}{2} \le a_n \le \dfrac{1}{2}\right) \\ -2a_n + 2 & \left(\dfrac{1}{2} < a_n \le 1\right) \end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_5 + a_6 = 0$이고 $\sum_{k=1}^{5} a_k > 0$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은?

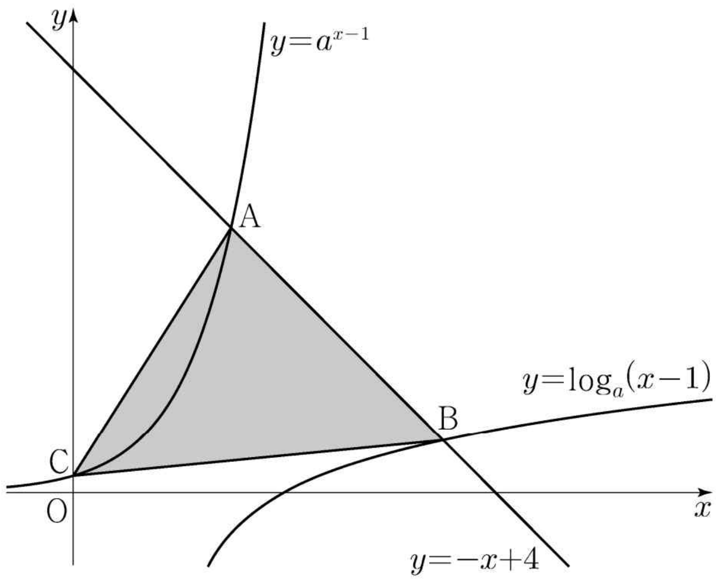
[4점] 2209 공통15 ①

① $\dfrac{9}{2}$ ② 5 ③ $\dfrac{11}{2}$ ④ 6 ⑤ $\dfrac{13}{2}$

97. 함수 $f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{9}{2}x^2+10x$에 대하여 x에 대한 방정식

$f(x)+|f(x)+x|=6x+k$의 서로 다른 실근의 개수가 4가 되도록 하는 모든 정수 k의 값의 합을 구하시오. [4점] 2209 공통20 21

98. $a>1$인 실수 a에 대하여 직선 $y=-x+4$가
두 곡선 $y=a^{x-1}$, $y=\log_a(x-1)$과 만나는 점을 각각 A, B라 하고,
곡선 $y=a^{x-1}$이 y축과 만나는 점을 C라 하자. $\overline{AB}=2\sqrt{2}$일 때,
삼각형 ABC의 넓이는 S이다. $50\times S$의 값을 구하시오. [4점] 2209 공통21 192



99. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=f(x-3)\times \lim_{h\to 0+}\frac{|f(x+h)|-|f(x-h)|}{h}$$

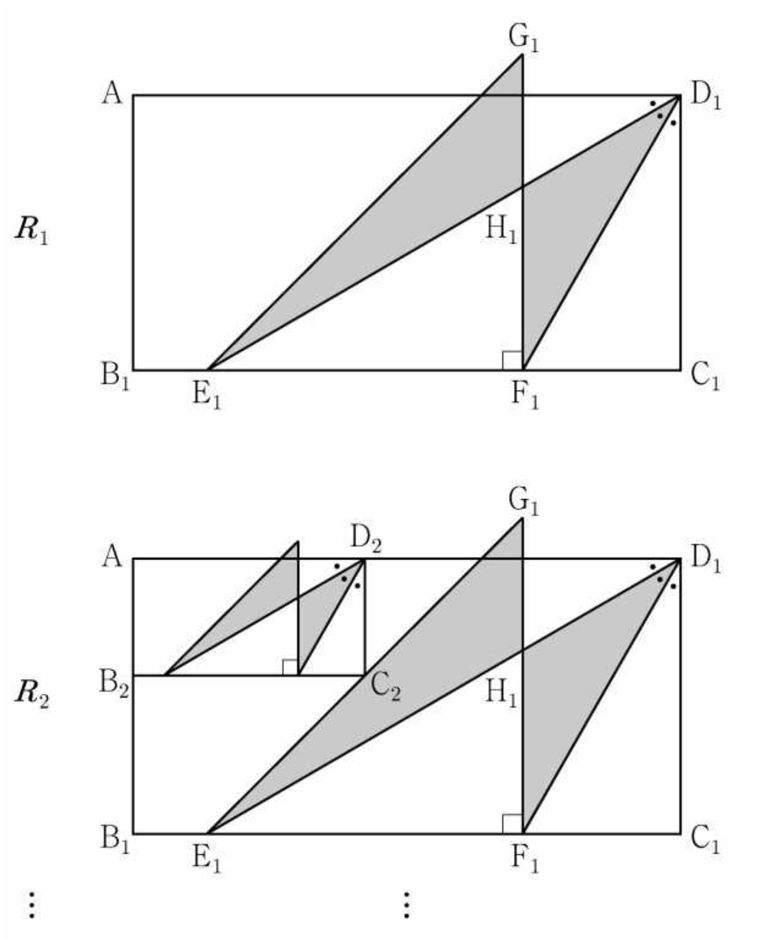
가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(5)$의 값을 구하시오. [4점] 2209 공통22 108

(가) 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다. (나) 방정식 $g(x)=0$은 서로 다른 네 실근 α_1, α_2, α_3, α_4를 갖고 $\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3+\alpha_4=7$이다.

100. 그림과 같이 $\overline{AB_1}=1$, $\overline{B_1C_1}=2$인 직사각형 $AB_1C_1D_1$이 있다. $\angle AD_1C_1$을 삼등분하는 두 직선이 선분 B_1C_1과 만나는 점 중 점 B_1에 가까운 점을 E_1, 점 C_1에 가까운 점을 F_1이라 하자. $\overline{E_1F_1}=\overline{F_1G_1}$, $\angle E_1F_1G_1=\dfrac{\pi}{2}$이고 선분 AD_1과 선분 F_1G_1이 만나도록 점 G_1을 잡아 삼각형 $E_1F_1G_1$을 그린다. 선분 E_1D_1과 선분 F_1G_1이 만나는 점을 H_1이라 할 때, 두 삼각형 $G_1E_1H_1$, $H_1F_1D_1$로 만들어진 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에 선분 AB_1 위의 점 B_2, 선분 E_1G_1 위의 점 C_2, 선분 AD_1 위의 점 D_2와 점 A를 꼭짓점으로 하고 $\overline{AB_2}:\overline{B_2C_2}=1:2$인 직사각형 $AB_2C_2D_2$를 그린다. 직사각형 $AB_2C_2D_2$에 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 모양의 도형을 그리고 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$의 값은? [3점] 2209 미적분27 ③



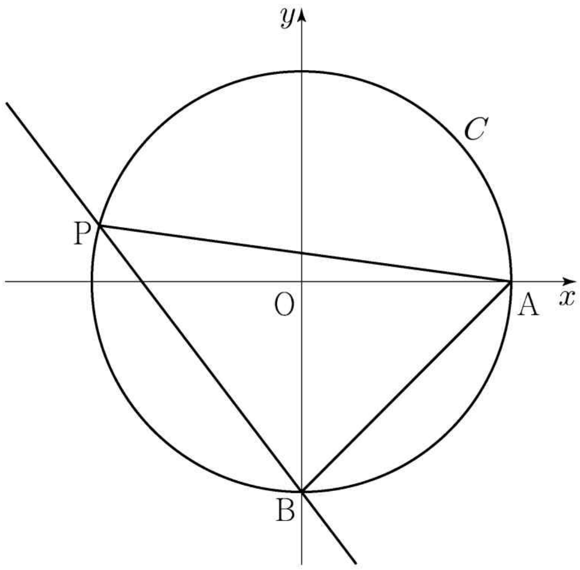
① $\dfrac{2\sqrt{3}}{9}$　② $\dfrac{5\sqrt{3}}{18}$　③ $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　④ $\dfrac{7\sqrt{3}}{18}$　⑤ $\dfrac{4\sqrt{3}}{9}$

101. 좌표평면에서 원점을 중심으로 하고 반지름의 길이가 2인 원 C와 두 점 $\mathrm{A}(2,\ 0)$, $\mathrm{B}(0,\ -2)$가 있다. 원 C 위에 있고 x좌표가 음수인 점 P에 대하여 $\angle \mathrm{PAB}=\theta$라 하자. 점 $\mathrm{Q}(0,\ 2\cos\theta)$에서 직선 BP에 내린 수선의 발을 R라 하고, 두 점 P와 R 사이의 거리를 $f(\theta)$라 할 때, $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} f(\theta)\,d\theta$의 값은? [4점]

2209 미적분28 ①

① $\dfrac{2\sqrt{3}-3}{2}$　② $\sqrt{3}-1$　③ $\dfrac{3\sqrt{3}-3}{2}$

④ $\dfrac{2\sqrt{3}-1}{2}$　⑤ $\dfrac{4\sqrt{3}-3}{2}$



102. 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=\{f(x)+2\}e^{f(x)}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(a)=6$인 a에 대하여 $g(x)$는 $x=a$에서 최댓값을 갖는다.
(나) $g(x)$는 $x=b$, $x=b+6$에서 최솟값을 갖는다.

방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 두 실근을 α, β라 할 때, $(\alpha-\beta)^2$의 값을 구하시오. (단, a, b는 실수이다.) [4점] 2209 미적분29 24

103. 최고차항의 계수가 9인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\lim_{x\to 0}\frac{\sin(\pi\times f(x))}{x}=0$
(나) $f(x)$의 극댓값과 극솟값의 곱은 5이다.

함수 $g(x)$는 $0\le x<1$일 때 $g(x)=f(x)$이고 모든 실수 x에 대하여 $g(x+1)=g(x)$이다. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, $\int_0^5 xg(x)dx=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] 2209 미적분40 115

104. $n \geq 2$인 자연수 n에 대하여
두 곡선 $y=\log_{n} x$, $y=-\log_{n}(x+3)+1$이 만나는 점의 x좌표가
1보다 크고 2보다 작도록 하는 모든 n의 값의 합은? [4점] 2206 공통10 ②

① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

105. 두 양수 p, q와 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-12$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $p+q$의 값은? 2206 공통14 ③

(가) 모든 실수 x에 대하여 $xg(x)=\|xf(x-p)+qx\|$이다. (나) 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 실수 a의 개수는 1이다.

① 6　② 7　③ 8　④ 9　⑤ 10

106. $-1 \le t \le 1$인 실수 t에 대하여 x에 대한 방정식

$$\left(\sin\frac{\pi x}{2}-t\right)\left(\cos\frac{\pi x}{3}-t\right)=0$$

의 실근 중에서 집합 $\{x \mid 0 \le x < 4\}$에 속하는 가장 작은 값을 $\alpha(t)$, 가장 큰 값을 $\beta(t)$라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

2206 공통15 ②

<보 기>

ㄱ. $-1 \le t < 0$인 모든 실수 t에 대하여 $\alpha(t)+\beta(t)=5$이다.

ㄴ. $\{t \mid \beta(t)-\alpha(t)=\beta(0)-\alpha(0)\} = \left\{t \,\middle|\, 0 \le t \le \frac{\sqrt{2}}{2}\right\}$

ㄷ. $\alpha(t_1)=\beta(t_2)$인 두 실수 t_1, t_2에 대하여 $t_2-t_1=\frac{1}{2}$이면 $t_1 \times t_2=\frac{1}{3}$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

107. 실수 a와 함수 $f(x)=x^3-12x^2+45x+3$에 대하여

$$g(x)=\int_a^x \{f(x)-f(t)\}\times\{f(t)\}^4\,dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 모든 a의 값의 합을 구하시오. [4점]

2206 공통20 8

108. 다음 조건을 만족시키는 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$가 존재하도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [4점] 2206 공통21 24

(가) x에 대한 방정식 $(x^n-64)f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖고, 각각의 실근은 중근이다. (나) 함수 $f(x)$의 최솟값은 음의 정수이다.

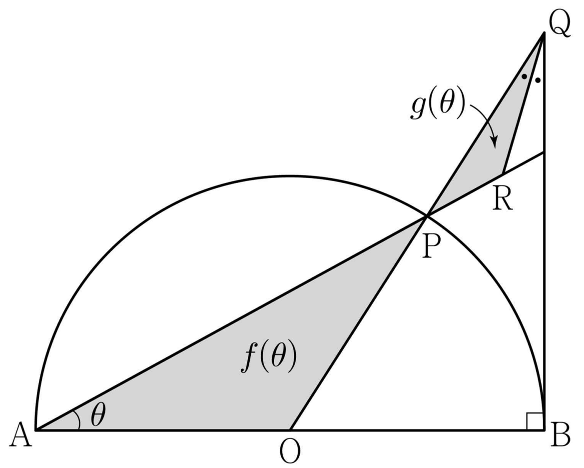
109. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
(나) 방정식 $f(x-f(x))=0$의 서로 다른 실근의 개수는 3이다.

$f(1)=4$, $f'(1)=1$, $f'(0)>1$일 때, $f(0)=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] 2206 공통22 61

110. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 점 B를 지나고 선분 AB에 수직인 직선이 직선 OP와 만나는 점을 Q라 하고, $\angle$OQB의 이등분선이 직선 AP와 만나는 점을 R라 하자. $\angle \mathrm{OAP}=\theta$일 때, 삼각형 OAP의 넓이를 $f(\theta)$, 삼각형 PQR의 넓이를 $g(\theta)$라 하자. $\lim_{\theta \to 0+} \dfrac{g(\theta)}{\theta^4 \times f(\theta)}$의 값은? (단, $0<\theta<\dfrac{\pi}{4}$) [4점]

2206 미적분28 ①



① 2 ② $\dfrac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\dfrac{7}{2}$ ⑤ 4

111. $t>2e$ 인 실수 t 에 대하여 함수 $f(x)=t(\ln x)^2-x^2$ 이 $x=k$ 에서 극대일 때, 실수 k 의 값을 $g(t)$ 라 하면 $g(t)$ 는 미분가능한 함수이다. $g(\alpha)=e^2$ 인 실수 α 에 대하여 $\alpha\times\{g'(\alpha)\}^2=\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.
(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점] 2206 미적분29 17

112. $t > \frac{1}{2}\ln 2$ 인 실수 t 에 대하여 곡선 $y = \ln(1+e^{2x} - e^{-2t})$ 과 직선 $y = x + t$ 가 만나는 서로 다른 두 점 사이의 거리를 $f(t)$ 라 할 때, $f'(\ln 2) = \frac{q}{p}\sqrt{2}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

2206 미적분30 11

113. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 t에서의 가속도 $a(t)=3t^2-12t+9$ $(t \geq 0)$이고, 시각 $t=0$에서의 속도가 k일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

22학년도 예비시행 공통14 ④

<보 기>

ㄱ. 구간 $(3, \infty)$에서의 점 P의 속도는 증가한다.

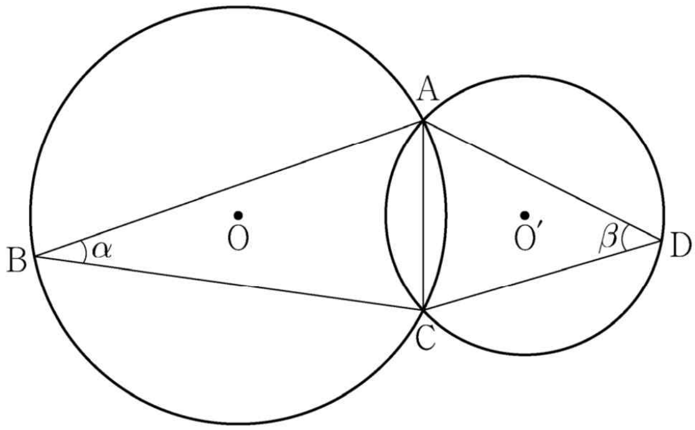
ㄴ. $k=-4$이면 구간 $(0, \infty)$에서 점 P의 운동방향이 두 번 바뀐다.

ㄷ. 시각 $t=0$에서 시각 $t=5$까지 점 P의 위치의 변화량과 점 P가 움직인 거리가 같도록 하는 k의 최솟값은 0이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

114. 그림과 같이 한 평면 위에 있는 두 삼각형 ABC, ACD의 외심을 각각 O, O$'$이라 하고 $\angle \mathrm{ABC}=\alpha$, $\angle \mathrm{ADC}=\beta$라 할 때, $\dfrac{\sin\beta}{\sin\alpha}=\dfrac{3}{2}$, $\cos(\alpha+\beta)=\dfrac{1}{3}$, $\overline{\mathrm{OO'}}=1$이 성립한다. 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 $\dfrac{q}{p}\pi$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] 22학년도 예비시행 공통21 26



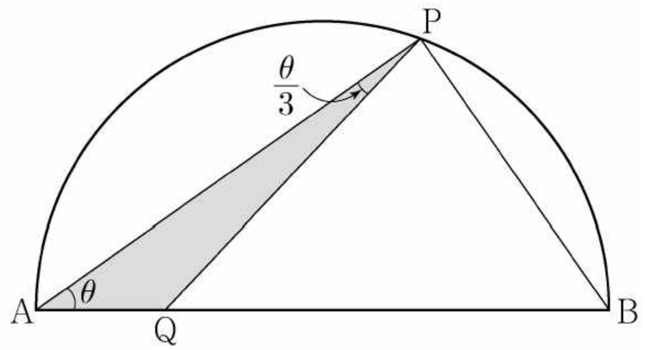
115. 함수 $f(x)=x^3-3px^2+q$가 다음 조건을 만족시키도록 하는 25 이하의 두 자연수 p, q의 모든 순서쌍 (p, q)의 개수를 구하시오. [4점]

22학년도 예비시행 공통22 14

(가) 함수 $|f(x)|$가 $x=a$에서 극대 또는 극소가 되도록 하는 모든 실수 a의 개수는 5이다.

(나) 닫힌구간 $[-1, 1]$에서 함수 $|f(x)|$의 최댓값과 닫힌구간 $[-2, 2]$에서 함수 $|f(x)|$의 최댓값은 같다.

116. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 위에 점 P가 있고, 선분 AB 위에 점 Q가 있다. $\angle \mathrm{PAB}=\theta$이고 $\angle \mathrm{APQ}=\dfrac{\theta}{3}$일 때, 삼각형 PAQ의 넓이를 $S(\theta)$, 선분 PB의 길이를 $l(\theta)$라 하자. $\displaystyle\lim_{\theta \to 0+} \frac{S(\theta)}{l(\theta)}$의 값은? (단, $0<\theta<\dfrac{\pi}{4}$) [4점] 22학년도 예비시행 미적분28 ③



① $\dfrac{1}{12}$　② $\dfrac{1}{6}$　③ $\dfrac{1}{4}$　④ $\dfrac{1}{3}$　⑤ $\dfrac{5}{12}$

117. 함수 $f(x)=e^x+x-1$과 양수 t에 대하여 함수

$$F(x)=\int_0^x \{t-f(s)\}ds$$

가 $x=\alpha$에서 최댓값을 가질 때, 실수 α의 값을 $g(t)$라 하자. 미분가능한 함수 $g(t)$에 대하여 $\int_{f(1)}^{f(5)} \frac{g(t)}{1+e^{g(t)}}dt$의 값을 구하시오. [4점]

22학년도 예비시행 미적분29 12

118. 두 양수 a, $b\,(b<1)$에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} -x^2+ax & (x<0) \\ \dfrac{\ln(x+b)}{x} & (x>0) \end{cases}$$

이라 하자. 양수 m에 대하여 직선 $y=mx$와 함수 $y=f(x)$의 그래프가 만나는 서로 다른 점의 개수를 $g(m)$이라 할 때, 함수 $g(m)$은 다음 조건을 만족시킨다.

$\lim\limits_{m\to\alpha-} g(m) - \lim\limits_{m\to\alpha+} g(m) = 1$을 만족시키는 양수 α가 오직 하나 존재하고, 이 α에 대하여 점 $(b,\, f(b))$는 직선 $y=\alpha x$와 곡선 $y=f(x)$의 교점이다.

$ab^2=\dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이고, $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=0$이다.) [4점]

22학년도 예비시행 미적분30 5

119. $\frac{1}{4} < a < 1$ 인 실수 a에 대하여 직선 $y=1$이 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_{4a} x$와 만나는 점을 각각 A, B라 하고, 직선 $y=-1$이 두 곡선 $y=\log_a x$, $y=\log_{4a} x$와 만나는 점을 각각 C, D라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

[3점] 2021수능 가13 / 나18 [4점] ③

<보 기>

ㄱ. 선분 AB를 $1:4$로 외분하는 점의 좌표는 $(0, 1)$이다.

ㄴ. 사각형 ABCD가 직사각형이면 $a=\frac{1}{2}$이다.

ㄷ. $\overline{AB} < \overline{CD}$이면 $\frac{1}{2} < a < 1$이다.

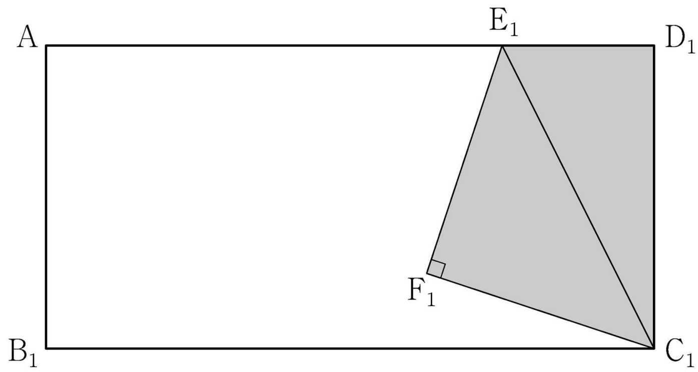
① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

120. 그림과 같이 $\overline{AB_1}=2$, $\overline{AD_1}=4$인 직사각형 $AB_1C_1D_1$이 있다. 선분 AD_1을 $3:1$로 내분하는 점을 E_1이라 하고, 직사각형 $AB_1C_1D_1$의 내부에 점 F_1을 $\overline{F_1E_1}=\overline{F_1C_1}$, $\angle E_1F_1C_1=\frac{\pi}{2}$가 되도록 잡고 삼각형 $E_1F_1C_1$을 그린다. 사각형 $E_1F_1C_1D_1$을 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

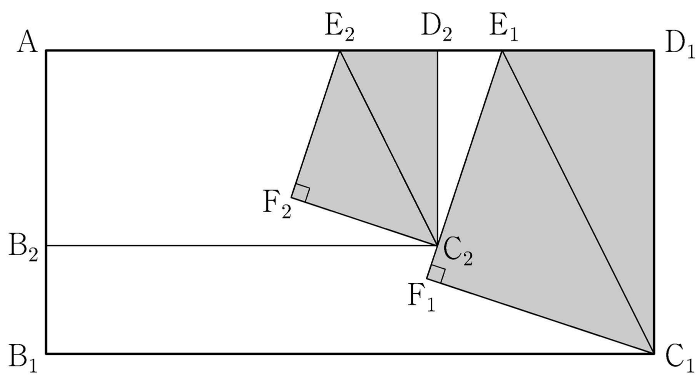
그림 R_1에서 선분 AB_1 위의 점 B_2, 선분 E_1F_1 위의 점 C_2, 선분 AE_1 위의 점 D_2와 점 A를 꼭짓점으로 하고 $\overline{AB_2}:\overline{AD_2}=1:2$인 직사각형 $AB_2C_2D_2$를 그린다. 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 직사각형 $AB_2C_2D_2$에 삼각형 $E_2F_2C_2$를 그리고 사각형 $E_2F_2C_2D_2$를 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}S_n$의 값은? [4점] 2021수능 가14 ③

R_1



R_2



⋮ ⋮

① $\frac{441}{103}$ ② $\frac{441}{109}$ ③ $\frac{441}{115}$ ④ $\frac{441}{121}$ ⑤ $\frac{441}{127}$

121. 함수 $f(x)=\pi\sin 2\pi x$에 대하여 정의역이 실수 전체의 집합이고 치역이 집합 $\{0,\ 1\}$인 함수 $g(x)$와 자연수 n이 다음 조건을 만족시킬 때, n의 값은? [4점]

2021수능 가20 ⑤

> 함수 $h(x)=f(nx)g(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이고
>
> $$\int_{-1}^{1} h(x)\,dx=2,\ \int_{-1}^{1} xh(x)\,dx=-\frac{1}{32}$$
>
> 이다.

① 8　　② 10　　③ 12　　④ 14　　⑤ 16

122. 수열 $\{a_n\}$은 $0 < a_1 < 1$이고, 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n} = a_2 \times a_n + 1$
(나) $a_{2n+1} = a_2 \times a_n - 2$

$a_8 - a_{15} = 63$일 때, $\dfrac{a_8}{a_1}$의 값은? [4점] 2021수능 가21 ②

① 91 ② 92 ③ 93 ④ 94 ⑤ 95 [가형선지]

$a_7 = 2$일 때, a_{25}의 값은? [4점] 나21 ③

① 78 ② 80 ③ 82 ④ 84 ⑤ 86 [나형선지]

123. $\log_4 2n^2 - \frac{1}{2}\log_2 \sqrt{n}$ 의 값이 40 이하의 자연수가 되도록 하는 자연수 n의 개수를 구하시오. [4점] 2021수능 가27 13

124. 두 상수 a, $b\,(a<b)$에 대하여 $f(x)$를 $f(x)=(x-a)(x-b)^2$ 이라 하자. 함수 $g(x)=x^3+x+1$의 역함수 $g^{-1}(x)$에 대하여 합성함수

$$h(x)=\left(f\circ g^{-1}\right)(x)$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(8)$의 값을 구하시오. [4점] 2021수능 가28 72

(가) 함수 $(x-1)\lvert h(x)\rvert$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. (나) $h'(3)=2$

125. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)=f\left(\sin^2 \pi x\right)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $0<x<1$에서 함수 $g(x)$가 극대가 되는 x의 개수가 3이고, 이때 극댓값이 모두 동일하다.
>
> (나) 함수 $g(x)$의 최댓값은 $\frac{1}{2}$이고 최솟값은 0이다.

$f(2)=a+b\sqrt{2}$일 때, a^2+b^2의 값을 구하시오. (단, a와 b는 유리수이다.) [4점]

2021수능 가30 29

126. 실수 $a\,(a>1)$에 대하여 함수 $f(x)$를 $f(x)=(x+1)(x-1)(x-a)$라 하자. 함수

$$g(x)=x^2\int_0^x f(t)\,dt-\int_0^x t^2 f(t)\,dt$$

가 오직 하나의 극값을 갖도록 하는 a의 최댓값은? [4점] 2021수능 나20 ④

① $\dfrac{9\sqrt{2}}{8}$ ② $\dfrac{3\sqrt{6}}{4}$ ③ $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$
④ $\sqrt{6}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

127. 함수 $f(x)$는 최고차항의 계수가 1인 삼차함수이고, 함수 $g(x)$는 일차함수이다. 함수 $h(x)$를

$$h(x)=\begin{cases} |f(x)-g(x)| & (x<1) \\ f(x)+g(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이라 하자. 함수 $h(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, $h(0)=0$, $h(2)=5$일 때, $h(4)$의 값을 구하시오. [4점] 2021수능 나30 39

128. 함수

$$f(x)=\begin{cases}0 & (x\le 0)\\ \{\ln(1+x^4)\}^{10} & (x>0)\end{cases}$$

에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$를 $g(x)=\int_0^x f(t)f(1-t)dt$ 라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] 2109 가18 ②

<보 기>

ㄱ. $x\le 0$인 모든 실수 x에 대하여 $g(x)=0$이다.

ㄴ. $g(1)=2g\left(\frac{1}{2}\right)$이다.

ㄷ. $g(a)\ge 1$인 실수 a가 존재한다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

129. 함수 $f(x)=\sin\left(\pi\sqrt{x}\right)$에 대하여 함수 $g(x)=\int_0^x tf(x-t)dt \quad (x\geq 0)$ 이 $x=a$에서 극대인 모든 a를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n번째 수를 a_n이라 하자. $k^2<a_6<(k+1)^2$인 자연수 k의 값은? [4점] 2109 가20 ①

① 11 ② 14 ③ 17 ④ 20 ⑤ 23

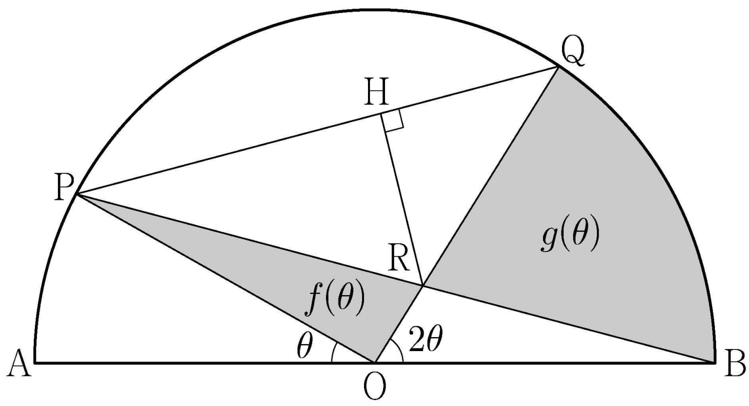
130. 닫힌구간 $[-2\pi, 2\pi]$에서 정의된 두 함수 $f(x)=\sin kx+2$, $g(x)=3\cos 12x$에 대하여 다음 조건을 만족시키는 자연수 k의 개수는? [4점] 2109 가21 ②

실수 a가 두 곡선 $y=f(x)$, $y=g(x)$의 교점의 y좌표이면 $\{x \mid f(x)=a\} \subset \{x \mid g(x)=a\}$ 이다.

① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

131. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원이 있다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 호 AB 위에 두 점 P, Q를 $\angle\mathrm{POA}=\theta$, $\angle\mathrm{QOB}=2\theta$가 되도록 잡는다. 두 선분 PB, OQ의 교점을 R라 하고, 점 R에서 선분 PQ에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 POR의 넓이를 $f(\theta)$, 두 선분 RQ, RB와 호 QB로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(\theta)$라 할 때, $\displaystyle\lim_{\theta\to0+}\frac{f(\theta)+g(\theta)}{\overline{\mathrm{RH}}}=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, $0<\theta<\dfrac{\pi}{3}$이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] 2109 가28 23



132. 다음 조건을 만족시키는 실수 a, b에 대하여 ab의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자.

모든 실수 x에 대하여 부등식 $-e^{-x+1} \le ax+b \le e^{x-2}$ 이 성립한다.

$\left|M\times m^3\right|=\dfrac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[4점] 2109 가30 43

133. 실수 전체의 집합에서 연속인 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) \geq g(x)$

(나) $f(x)+g(x)=x^2+3x$

(다) $f(x)g(x)=\left(x^2+1\right)(3x-1)$

$\int_0^2 f(x)\,dx$ 의 값은? [4점] 2109 나20 ③

① $\frac{23}{6}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{29}{6}$ ④ $\frac{16}{3}$ ⑤ $\frac{35}{6}$

134. 수열 $\{a_n\}$은 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+2}=\begin{cases}2a_n+a_{n+1} & (a_n \le a_{n+1}) \\ a_n+a_{n+1} & (a_n > a_{n+1})\end{cases}$$

을 만족시킨다. $a_3=2$, $a_6=19$가 되도록 하는 모든 a_1의 값은? [4점]

2109 나21 ②

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

135. 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(1)=f(3)=0$
(나) 집합 $\{x \mid x \geq 1$이고 $f'(x)=0\}$의 원소의 개수는 1이다.

상수 a에 대하여 함수 $g(x)=|f(x)f(a-x)|$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $\dfrac{g(4a)}{f(0)\times f(4a)}$의 값을 구하시오. [4점] 2109 나30 105

136. 두 곡선 $y=2^x$과 $y=-2x^2+2$가 만나는 두 점을 (x_1, y_1), (x_2, y_2)라 하자. $x_1<x_2$일 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

2106 가18 나21 ⑤

<보 기>

ㄱ. $x_2>\frac{1}{2}$

ㄴ. $y_2-y_1<x_2-x_1$

ㄷ. $\frac{\sqrt{2}}{2}<y_1y_2<1$

① ㄱ
② ㄱ, ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

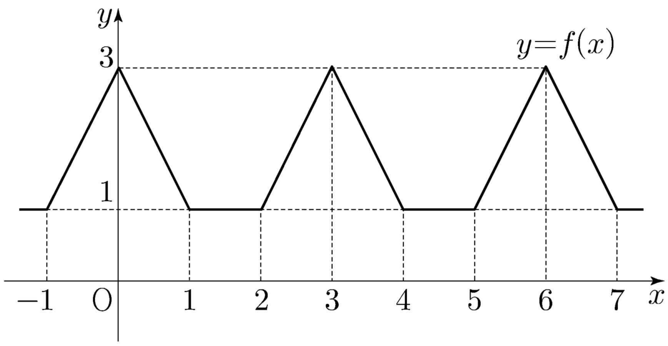
137. 수열 $\{a_n\}$의 일반항은 $a_n = \log_2 \sqrt{\frac{2(n+1)}{n+2}}$ 이다. $\sum_{k=1}^{m} a_k$ 의 값이 100 이하의 자연수가 되도록 하는 모든 자연수 m의 값의 합은? [4점] 2106 가21 ④

① 150 ② 154 ③ 158 ④ 162 ⑤ 166

138. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$는 $0 \le x < 3$일 때 $f(x) = |x-1| + |x-2|$이고, 모든 실수 x에 대하여 $f(x+3) = f(x)$를 만족시킨다. 함수 $g(x)$를

$$g(x) = \lim_{h \to 0+} \left| \frac{f\left(2^{x+h}\right) - f\left(2^x\right)}{h} \right|$$

이라 하자 함수 $g(x)$가 $x = a$에서 불연속인 a의 값 중에서 열린구간 $(-5, 5)$에 속하는 모든 값을 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 a_1, a_2, $\cdots$, a_n(n은 자연수)라 할 때, $n + \sum_{k=1}^{n} \frac{g\left(a_k\right)}{\ln 2}$의 값을 구하시오. [4점] 2106 가30 331



139. 이차함수 $f(x)$는 $x=-1$에서 극대이고, 삼차함수 $g(x)$는 이차항의 계수가 0이다. 함수

$$h(x)=\begin{cases} f(x) & (x \le 0) \\ g(x) & (x > 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킬 때, $h'(-3)+h'(4)$의 값을 구하시오. [4점] 2106 나30 38

(가) 방정식 $h(x)=h(0)$의 모든 실근의 합은 1이다. (나) 닫힌구간 $[-2, 3]$에서 함수 $h(x)$의 최댓값과 최솟값의 차는 $3+4\sqrt{3}$이다.

140. 실수 t에 대하여 곡선 $y=e^x$ 위의 점 (t, e^t)에서의 접선의 방정식을 $y=f(x)$라 할 때, 함수

$$y=|f(x)+k-\ln x|$$

가 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 실수 k의 최솟값을 $g(t)$라 하자. 두 실수 a, $b\,(a<b)$에 대하여 $\int_a^b g(t)\,dt=m$이라 할 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] 2020수능 가21 ⑤

<보 기>

ㄱ. $m<0$이 되도록 하는 두 실수 a, $b\,(a<b)$가 존재한다.

ㄴ. 실수 c에 대하여 $g(c)=0$이면 $g(-c)=0$이다.

ㄷ. $a=\alpha$, $b=\beta\,(\alpha<\beta)$일 때 m의 값이 최소이면 $\dfrac{1+g'(\beta)}{1+g'(\alpha)}<-e^2$이다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

141. 양의 실수 t에 대하여 곡선 $y=t^3\ln(x-t)$가 곡선 $y=2e^{x-a}$과 오직 한 점에서 만나도록 하는 실수 a의 값을 $f(t)$라 하자. $\left\{f'\left(\frac{1}{3}\right)\right\}^2$의 값을 구하시오. [4점]

2020수능 가30 64

142. 함수

$$f(x)=\begin{cases} -x & (x \le 0) \\ x-1 & (0 < x \le 2) \\ 2x-3 & (x > 2) \end{cases}$$

와 상수가 아닌 다항식 $p(x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] 2020수능 나20 ②

<보 기>

ㄱ. 함수 $p(x)f(x)$가 실수 전체의 집합에서 연속이면 $p(0)=0$이다.

ㄴ. 함수 $p(x)f(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하면 $p(2)=0$이다.

ㄷ. 함수 $p(x)\{f(x)\}^2$이 실수 전체의 집합에서 미분가능하면 $p(x)$는 $x^2(x-2)^2$으로 나누어떨어진다.

① ㄱ
② ㄱ, ㄴ
③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ
⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

143. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{2n}=a_n-1$
(나) $a_{2n+1}=2a_n+1$

$a_{20}=1$일 때, $\sum_{n=1}^{63} a_n$의 값은? [4점] 2020수능 나21 ④

① 704 ② 712 ③ 720 ④ 728 ⑤ 736

144. 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $\int_{1}^{x} f(t)\,dt = \frac{x-1}{2}\{f(x)+f(1)\}$이다.
(나) $\int_{0}^{2} f(x)\,dx = 5\int_{-1}^{1} xf(x)\,dx$

$f(0)=1$일 때, $f(4)$의 값을 구하시오. [4점] 2020수능 나28 7

145. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)-x=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.
(나) 방정식 $f(x)+x=0$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

$f(0)=0$, $f'(1)=1$일 때, $f(3)$의 값을 구하시오. [4점] 2020수능 나30 51

146. 두 함수 $f(x)$, $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 도함수가 연속이고 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)g(x)=x^4-1$이다.

(나) $\int_{-1}^{1}\{f(x)\}^2 g'(x)\,dx=120$

$\int_{-1}^{1}x^3 f(x)\,dx$의 값은? [4점] 2009 가17 ②

① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

147. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $f'(x^2+x+1)=\pi f(1)\sin \pi x+f(3)x+5x^2$을 만족시킬 때, $f(7)$의 값을 구하시오.

[4점] 2009 가30 93

148. 함수 $f(x)=x^3+x^2+ax+b$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=f(x)+(x-1)f'(x)$$

라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? (단, a, b는 상수이다.)

[4점] 2009 나21 ⑤

<보　　기>

ㄱ. 함수 $h(x)$가 $h(x)=(x-1)f(x)$이면 $h'(x)=g(x)$이다.

ㄴ. 함수 $h(x)$가 $x=-1$에서 극값 0을 가지면 $\int_0^1 g(x)\,dx=-1$이다.

ㄷ. $f(0)=0$이면 방정식 $g(x)=0$은 열린구간 $(0,\ 1)$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

149. 네 양수 a, b, c, k가 다음 조건을 만족시킬 때, k^2의 값을 구하시오. [4점]

2009 나28 75

(가) $3^a = 5^b = k^c$
(나) $\log c = \log (2ab) - \log (2a+b)$

150. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 네 개의 수 $f(-1)$, $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$가 이 순서대로 등차수열을 이루고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(-1, f(-1))$에서의 접선과 점 $(2, f(2))$에서의 접선이 점 $(k, 0)$에서 만난다. $f(2k)=20$일 때, $f(4k)$의 값을 구하시오. (단, k는 상수이다.) [4점] 2009 나30 42

151. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$g(x)=\dfrac{f(x)\cos x}{e^x}$라 하자. $g'(\pi)=e^{\pi}g(\pi)$일 때, $\dfrac{f'(\pi)}{f(\pi)}$의 값은? (단, $f(\pi)\neq 0$) [4점]

2006 가16 ④

① $e^{-2\pi}$　② 1　③ $e^{-\pi+1}$
④ $e^{\pi}+1$　⑤ $e^{2\pi}$

152. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) > 0$

(나) $\ln f(x) + 2\int_0^x (x-t) f(t)\, dt = 0$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] 2006 가20 ⑤

<보 기>

ㄱ. $x > 0$에서 함수 $f(x)$는 감소한다.

ㄴ. 함수 $f(x)$의 최댓값은 1이다.

ㄷ. 함수 $F(x)$를 $F(x) = \int_0^x f(t)\, dt$라 할 때, $f(1) + \{F(1)\}^2 = 1$이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

153. 함수 $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$ 와 양의 실수 t 에 대하여 기울기가 t 인 직선이 곡선 $y=f(x)$ 에 접할 때 접점의 x 좌표를 $g(t)$ 라 하자. 원점에서 곡선 $y=f(x)$ 에 그은 접선의 기울기가 a 일 때, 미분가능한 함수 $g(t)$ 에 대하여 $a\times g'(a)$ 의 값은? [4점]

2006 가21 ②

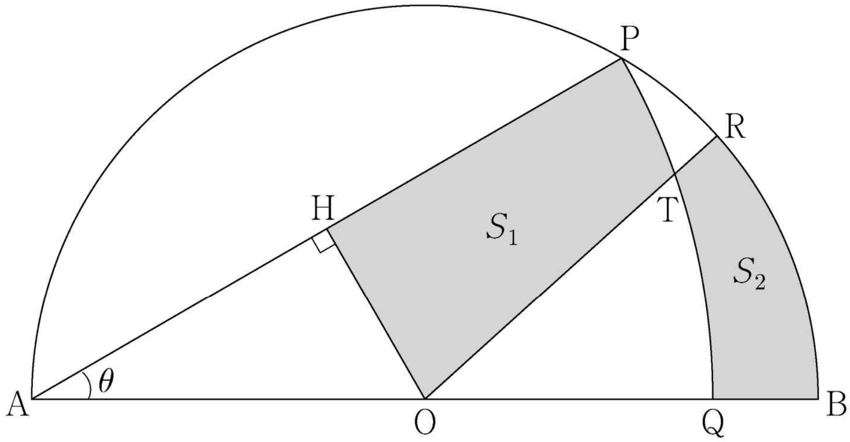
① $-\dfrac{\sqrt{e}}{3}$　② $-\dfrac{\sqrt{e}}{4}$　③ $-\dfrac{\sqrt{e}}{5}$

④ $-\dfrac{\sqrt{e}}{6}$　⑤ $-\dfrac{\sqrt{e}}{7}$

154. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위에 점 P가 있다. 중심이 A이고 반지름의 길이가 $\overline{\mathrm{AP}}$인 원과 선분 AB의 교점을 Q라 하자.

호 PB 위에 점 R를 호 PR와 호 RB의 길이의 비가 3:7이 되도록 잡는다. 선분 AB의 중점을 O라 할 때, 선분 OR와 호 PQ의 교점을 T, 점 O에서 선분 AP에 내린 수선의 발을 H라 하자.

세 선분 PH, HO, OT와 호 TP로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, 두 선분 RT, QB와 두 호 TQ, BR로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자. $\angle\mathrm{PAB}=\theta$라 할 때, $\lim_{\theta\to 0+}\frac{S_1-S_2}{\overline{\mathrm{OH}}}=a$이다. $50a$의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\frac{\pi}{4}$) [4점] 2006 가28 40



155. 상수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=a\sin^3 x+b\sin x$가

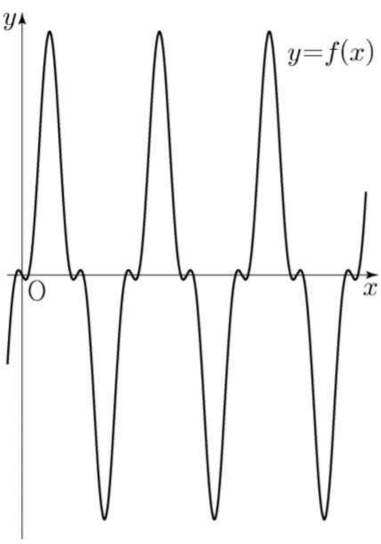
$$f\left(\frac{\pi}{4}\right)=3\sqrt{2}, \qquad f\left(\frac{\pi}{3}\right)=5\sqrt{3}$$

을 만족시킨다. 실수 $t\,(1<t<14)$에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 만나는 점의 x좌표 중 양수인 것을 작은 수부터 크기순으로 모두 나열할 때, n번째 수를 x_n이라 하고

$$c_n=\int_{3\sqrt{2}}^{5\sqrt{2}}\frac{t}{f'(x_n)}dt$$

라 하자. $\sum_{n=1}^{101}c_n=p+q\sqrt{2}$일 때, $q-p$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 유리수이다.)

[4점] 2006 가30 12



156. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$는

$$g(x)=\begin{cases} \frac{1}{2} & (x<0) \\ f(x) & (x \geq 0) \end{cases}$$

이다. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $g(x)$의 최솟값이 $\frac{1}{2}$보다 작을 때, <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] 2006 나18 ⑤

<보　기>

ㄱ. $g(0)+g'(0)=\frac{1}{2}$

ㄴ. $g(1)<\frac{3}{2}$

ㄷ. 함수 $g(x)$의 최솟값이 0일 때, $g(2)=\frac{5}{2}$이다.

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

157. 다음 조건을 만족시키는 모든 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은?

[4점] 2006 나20 ③

$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)-4x^3+3x^2}{x^{n+1}+1}=6,\ \lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^n}=4$$ 인 자연수 n이 존재한다.

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

158. 최고차항의 계수가 1이고 $f(2)=3$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} \dfrac{ax-9}{x-1} & (x<1) \\ f(x) & (x \geq 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $y=g(x)$의 그래프와 직선 $y=t$가 서로 다른 두 점에서만 만나도록 하는 모든 실수 t의 값의 집합은 $\{t \mid t=-1 \text{ 또는 } t \geq 3\}$이다.

$(g \circ g)(-1)$의 값을 구하시오. (단, a는 상수이다.) [4점] 2006 나30 19

159. $x>0$에서 정의된 연속함수 $f(x)$가 모든 양수 x에 대하여
$2f(x)+\frac{1}{x^2}f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}$을 만족시킬 때, $\int_{\frac{1}{2}}^{2}f(x)\,dx$의 값은? [4점]

2019수능 가16 ②

① $\frac{\ln 2}{3}+\frac{1}{2}$　② $\frac{2\ln 2}{3}+\frac{1}{2}$　③ $\frac{\ln 2}{3}+1$
④ $\frac{2\ln 2}{3}+1$　⑤ $\frac{2\ln 2}{3}+\frac{3}{2}$

160. 점 $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$에서 곡선 $y = \sin x\ (x > 0)$에 접선을 그어 접점의 x좌표를 작은 수부터 크기순으로 모두 나열할 때, n번째 수를 a_n이라 하자. 모든 자연수 n에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

2019수능 가20 ⑤

<보 기>

ㄱ. $\tan a_n = a_n + \frac{\pi}{2}$

ㄴ. $\tan a_{n+2} - \tan a_n > 2\pi$

ㄷ. $a_{n+1} + a_{n+2} > a_n + a_{n+3}$

① ㄱ　② ㄱ, ㄴ　③ ㄱ, ㄷ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

161. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(-1)$의 값은? [4점] 2019수능 가21 ④

(가) 모든 실수 x에 대하여 $2\{f(x)\}^2 f'(x) = \{f(2x+1)\}^2 f'(2x+1)$이다. (나) $f\left(-\frac{1}{8}\right) = 1$, $f(6) = 2$

① $\frac{\sqrt[3]{3}}{6}$ ② $\frac{\sqrt[3]{3}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$

④ $\frac{2\sqrt[3]{3}}{3}$ ⑤ $\frac{5\sqrt[3]{3}}{6}$

162. 최고차항의 계수가 6π인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\frac{1}{2+\sin(f(x))}$$

이 $x=\alpha$에서 극대 또는 극소이고, $\alpha \geq 0$인 모든 α를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 α_1, α_2, α_3, α_4, α_5, $\cdots$ 라 할 때, $g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\alpha_1=0$이고 $g(\alpha_1)=\frac{2}{5}$이다.

(나) $\frac{1}{g(\alpha_5)}=\frac{1}{g(\alpha_2)}+\frac{1}{2}$

$g'\left(-\frac{1}{2}\right)=a\pi$라 할 때, a^2의 값을 구하시오. (단, $0<f(0)<\frac{\pi}{2}$) [4점]

2019수능 가30 27

163. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $f(x)g(x)=x(x+3)$이다.
(나) $g(0)=1$

$f(1)$이 자연수일 때, $g(2)$의 최솟값은? [4점] 2019수능 나21 ①

① $\frac{5}{13}$ ② $\frac{5}{14}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{5}{16}$ ⑤ $\frac{5}{17}$

164. 첫째항이 자연수이고 공차가 음의 정수인 등차수열 $\{a_n\}$과 첫째항이 자연수이고 공비가 음의 정수인 등비수열 $\{b_n\}$이 다음 조건을 만족시킬 때, a_7+b_7의 값을 구하시오. [4점] 2019수능 나29 17

(가) $\sum_{n=1}^{5}(a_n+b_n)=27$

(나) $\sum_{n=1}^{5}(a_n+|b_n|)=67$

(다) $\sum_{n=1}^{5}(|a_n|+|b_n|)=81$

165. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 -1인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(0,\,0)$에서의 접선과 곡선 $y=g(x)$ 위의 점 $(2,\,0)$에서의 접선은 모두 x축이다.
> (나) 점 $(2,\,0)$에서 곡선 $y=f(x)$에 그은 접선의 개수는 2이다.
> (다) 방정식 $f(x)=g(x)$는 오직 하나의 실근을 가진다.

$x>0$인 모든 실수 x에 대하여 $g(x)\leq kx-2\leq f(x)$를 만족시키는 실수 k의 최댓값과 최솟값을 각각 α, β라 할 때, $\alpha-\beta=a+b\sqrt{2}$이다. a^2+b^2의 값을 구하시오. (단, a, b는 유리수이다.) [4점] 2019수능 나30 5

166. 열린구간 $(0, 2\pi)$에서 정의된 함수 $f(x)=\cos x+2x\sin x$가 $x=\alpha$와 $x=\beta$에서 극값을 가진다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

1909 가20 ③

<보 기>

ㄱ. $\tan(\alpha+\pi) = -2\alpha$

ㄴ. $g(x)=\tan x$라 할 때, $g'(\alpha+\pi)<g'(\beta)$이다.

ㄷ. $\dfrac{2(\beta-\alpha)}{\alpha+\pi-\beta}<\sec^2\alpha$

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

167. 0이 아닌 세 정수 l, m, n이 $|l|+|m|+|n| \leq 10$을 만족시킨다. $0 \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$에서 정의된 연속함수 $f(x)$가 $f(0)=0$, $f\left(\frac{3}{2}\pi\right)=1$이고

$$f'(x)=\begin{cases} l\cos x & (0<x<\frac{\pi}{2}) \\ m\cos x & (\frac{\pi}{2}<x<\pi) \\ n\cos x & (\pi<x<\frac{3}{2}\pi) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $\int_0^{\frac{3}{2}\pi} f(x)\,dx$의 값이 최대가 되도록 하는 m, n에 대하여 $l+2m+3n$의 값은? [4점] 1909 가21 ⑤

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

168. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 이고 최솟값이 0 인 사차함수 $f(x)$ 와 함수 $g(x)=2x^4e^{-x}$ 에 대하여 합성함수 $h(x)=(f \circ g)(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $h(x)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는 4 이다.
(나) 함수 $h(x)$ 는 $x=0$ 에서 극소이다.
(다) 방정식 $h(x)=8$ 의 서로 다른 실근의 개수는 6 이다.

$f'(5)$ 의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \to \infty} g(x) = 0$) [4점] 1909 가30 30

169. 사차함수 $f(x)=x^4+ax^2+b$에 대하여 $x \geq 0$에서 정의된 함수

$$g(x)=\int_{-x}^{2x}\{f(t)-|f(t)|\}dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0<x<1$에서 $g(x)=c_1$ (c_1은 상수)
(나) $1<x<5$에서 $g(x)$는 감소한다.
(다) $x>5$에서 $g(x)=c_2$ (c_2는 상수)

$f(\sqrt{2})$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점] 1909 나21 ④

① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

170. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 방정식 $(f \circ f)(x) = x$의 모든 실근이 0, 1, a, 2, b이다. $f'(1) < 0$, $f'(2) < 0$, $f'(0) - f'(1) = 6$일 때, $f(5)$의 값을 구하시오. (단, $1 < a < 2 < b$) [4점] 1909 나30 40

171. 열린구간 $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}\right)$에서 정의된 함수

$$f(x)=\begin{cases} 2\sin^3 x & \left(-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{4}\right) \\ \cos x & \left(\frac{\pi}{4}\leq x<\frac{3\pi}{2}\right) \end{cases}$$

가 있다. 실수 t에 대하여 다음 조건을 만족시키는 모든 실수 k의 개수를 $g(t)$라 하자.

(가) $-\frac{\pi}{2}<k<\frac{3\pi}{2}$
(나) 함수 $\sqrt{\lvert f(x)-t\rvert}$ 는 $x=k$에서 미분가능하지 않다.

함수 $g(t)$에 대하여 합성함수 $(h \circ g)(t)$가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $h(x)$가 있다.

$g\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=a$ — $g(0)=b$, $g(-1)=c$라 할 때, $h(a+5)-h(b+3)+c$의 값은? [4점]

1906 가21 ④

① 96 ② 97 ③ 98 ④ 99 ⑤ 100

172. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$에서의 접선의 y절편을 $g(t)$라 하자. 모든 실수 t에 대하여

$$(1+t^2)\{g(t+1)-g(t)\} = 2t$$

이고, $\int_0^1 f(x)\,dx = -\frac{\ln 10}{4}$, $f(1) = 4+\frac{\ln 17}{8}$일 때,

$2\{f(t)+f(-4)\}-\int_{-4}^{4} f(x)\,dx$의 값을 구하시오. [4점] 1906 가30 16

173. 상수 a, b에 대하여 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(-1)> -1$
(나) $f(1)-f(-1)>8$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] 1906 나21 ③

<보 기>

ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄴ. $-1<x<1$일 때, $f'(x)\geq 0$이다.
ㄷ. 방정식 $f(x)-f'(k)x=0$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k의 개수는 4이다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

174. 함수

$$f(x)=\begin{cases} ax+b & (x<1) \\ cx^2+\frac{5}{2}x & (x\geq 1) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속이고 역함수를 갖는다. 함수 $y=f(x)$의 그래프와 역함수 $y=f^{-1}(x)$의 그래프의 교점의 개수가 3이고, 그 교점의 x좌표가 각각 -1, 1, 2일 때, $2a+4b-10c$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c는 상수이다.) [4점]

1906 나29 20

175. 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 5 이하의 모든 자연수 n에 대하여 $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} f(k) = f(n)f(n+1)$이다. (나) $n=3$, 4일 때, 함수 $f(x)$에서 x의 값이 n에서 $n+2$까지 변할 때의 평균변화율은 양수가 아니다.

$128 \times f\left(\dfrac{5}{2}\right)$의 값을 구하시오. [4점] 1906 나30 65

176. 양수 t에 대하여 구간 $[1, \infty)$에서 정의된 함수 $f(x)$가

$$f(x)=\begin{cases} \ln x & (1 \le x < e) \\ -t+\ln x & (x \ge e) \end{cases}$$

일 때, 다음 조건을 만족시키는 일차함수 $g(x)$ 중에서 직선 $y=g(x)$의 기울기의 최솟값을 $h(t)$라 하자.

1 이상의 모든 실수 x에 대하여 $(x-e)\{g(x)-f(x)\} \ge 0$ 이다.

미분가능한 함수 $h(t)$에 대하여 양수 a가 $h(a)=\dfrac{1}{e+2}$ 을 만족시킨다.

$h'\left(\dfrac{1}{2e}\right)\times h'(a)$ 의 값은? [4점] 2018수능 가21 ④

① $\dfrac{1}{(e+1)^2}$　② $\dfrac{1}{e(e+1)}$　③ $\dfrac{1}{e^2}$

④ $\dfrac{1}{(e-1)(e+1)}$　⑤ $\dfrac{1}{e(e-1)}$

177. 실수 t에 대하여 함수 $f(x)$를 $f(x)=\begin{cases} 1-|x-t| & (|x-t| \le 1) \\ 0 & (|x-t|>1) \end{cases}$ 이라 할 때, 어떤 홀수 k에 대하여 함수

$$g(t)=\int_{k}^{k+8} f(x)\cos(\pi x)\,dx$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(t)$가 $t=\alpha$에서 극소이고 $g(\alpha)<0$인 모든 α를 작은 수부터 크기순으로 나열한 것을 α_1, α_2, $\cdots$, α_m (m은 자연수)라 할 때, $\displaystyle\sum_{i=1}^{m}\alpha_i=45$이다.

$k-\pi^2\displaystyle\sum_{i=1}^{m}g(\alpha_i)$의 값을 구하시오. [4점] 2018수능 가30 21

178. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f'(0)=0$, $f'(2)=16$
(나) 어떤 양수 k에 대하여 두 열린구간 $(-\infty, 0)$, $(0, k)$ 에서 $f'(x)<0$이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] 2018수능 나20 ③

<보　기>

ㄱ. 방정식 $f'(x)=0$은 열린 구간 $(0, 2)$에서 한 개의 실근을 갖는다.

ㄴ. 함수 $f(x)$는 극댓값을 갖는다.

ㄷ. $f(0)=0$이면, 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \geq -\dfrac{1}{3}$이다.

① ㄱ　　② ㄴ　　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

179. 두 실수 a와 k에 대하여 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$는

$$f(x)=\begin{cases}0 & (x \le a)\\ (x-1)^2(2x+1) & (x > a)\end{cases},\qquad g(x)=\begin{cases}0 & (x \le k)\\ 12(x-k) & (x > k)\end{cases}$$

이고, 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \ge g(x)$이다.

k의 최솟값이 $\dfrac{q}{p}$일 때, $a+p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] 2018수능 나29 32

180. 이차함수 $f(x)=\dfrac{3x-x^2}{2}$ 에 대하여 구간 $[0,\infty)$ 에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $0 \le x < 1$ 일 때, $g(x)=f(x)$ 이다. (나) $n \le x < n+1$ 일 때, $g(x)=\dfrac{1}{2^n}\{f(x-n)-(x-n)\}+x$ 이다. (단, n 은 자연수이다.)

어떤 자연수 $k\,(k \ge 6)$ 에 대하여 함수 $h(x)$ 는

$$h(x)=\begin{cases} g(x) & (0 \le x < 5 \text{ 또는 } x \ge k) \\ 2x-g(x) & (5 \le x < k) \end{cases}$$

이다. 수열 $\{a_n\}$ 을 $a_n=\displaystyle\int_0^n h(x)\,dx$ 라 할 때, $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(2a_n-n^2\right)=\frac{241}{768}$ 이다.

k 의 값을 구하시오. [4점] 2018수능 나30 9

181. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 $f(0)=0$이고 모든 실수 x에 대하여 $f'(x)>0$이다. 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $\mathrm{A}(t, f(t))$ $(t>0)$에서 x축에 내린 수선의 발을 B라 하고, 점 A를 지나고 점 A에서의 접선과 수직인 직선이 x축과 만나는 점을 C라 하자. 모든 양수 t에 대하여 삼각형 ABC의 넓이가 $\frac{1}{2}\left(e^{3t}-2e^{2t}+e^{t}\right)$일 때, 곡선 $y=f(x)$와 x축 및 직선 $x=1$로 둘러싸인 부분의 넓이는? [4점] 1809 가18 ①

① $e-2$ ② e ③ $e+2$ ④ $e+4$ ⑤ $e+6$

182. 수열 $\{a_n\}$이 $a_1 = -1$, $a_n = 2 - \dfrac{1}{2^{n-2}}$ $(n \geq 2)$이다. 구간 $[-1, 2)$에서 정의된 함수 $f(x)$가 모든 자연수 n에 대하여

$$f(x) = \sin(2^n \pi x) \quad (a_n \leq x \leq a_{n+1})$$

이다. $-1 < \alpha < 0$인 실수 α에 대하여 $\int_{\alpha}^{t} f(x)\,dx = 0$을 만족시키는 $t\,(0 < t < 2)$의 값의 개수가 103일 때, $\log_2(1 - \cos(2\pi\alpha))$의 값은? [4점] 1809 가21 ②

① -48　　② -50　　③ -52　　④ -54　　⑤ -56

183. 함수 $f(x)=\ln(e^x+1)+2e^x$ 에 대하여 이차함수 $g(x)$ 와 실수 k 는 다음 조건을 만족시킨다.

> 함수 $h(x)=|g(x)-f(x-k)|$ 는 $x=k$ 에서 최솟값 $g(k)$ 를 갖고, 닫힌구간 $[k-1,\ k+1]$ 에서 최댓값 $2e+\ln\left(\dfrac{1+e}{\sqrt{2}}\right)$ 를 갖는다.

$g'\left(k-\dfrac{1}{2}\right)$ 의 값을 구하시오. (단, $\dfrac{5}{2}<e<3$ 이다.) [4점] 1809 가30 6

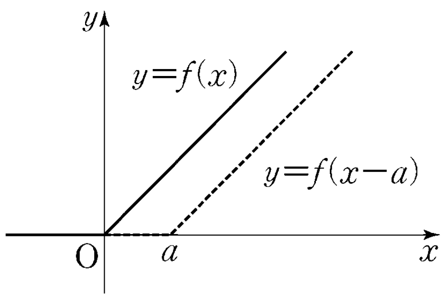
184. 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가

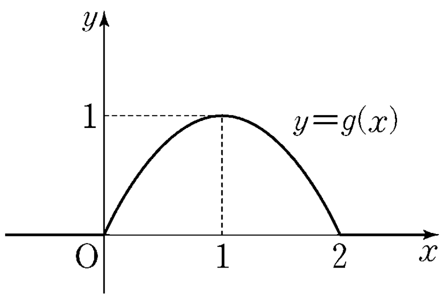
$$f(x)=\begin{cases}0 & (x\le 0)\\ x & (x>0)\end{cases},\qquad g(x)=\begin{cases}x(2-x) & (|x-1|\le 1)\\ 0 & (|x-1|>1)\end{cases}$$

이다. 양의 실수 k, a, b $(a<b<2)$에 대하여, 함수 $h(x)$를

$$h(x)=k\{f(x)-f(x-a)-f(x-b)+f(x-2)\}$$

라 정의하자. 모든 실수 x에 대하여 $0\le h(x)\le g(x)$일 때, $\int_0^2\{g(x)-h(x)\}dx$의 값이 최소가 되게 하는 k, a, b에 대하여 $60(k+a+b)$의 값을 구하시오. [4점] 1809 나30 200





185. 양수 a와 실수 b에 대하여 함수 $f(x)=ae^{3x}+be^{x}$이 다음 조건을 만족시킬 때, $f(0)$의 값은? [4점] 1806 가20 ③

(가) $x_1 < \ln\frac{2}{3} < x_2$를 만족시키는 모든 실수 x_1, x_2에 대하여 $f''(x_1)f''(x_2) < 0$이다.

(나) 구간 $[k, \infty)$에서 함수 $f(x)$의 역함수가 존재하도록 하는 실수 k의 최솟값을 m이라 할 때, $f(2m) = -\frac{80}{9}$이다.

① -15 ② -12 ③ -9 ④ -6 ⑤ -3

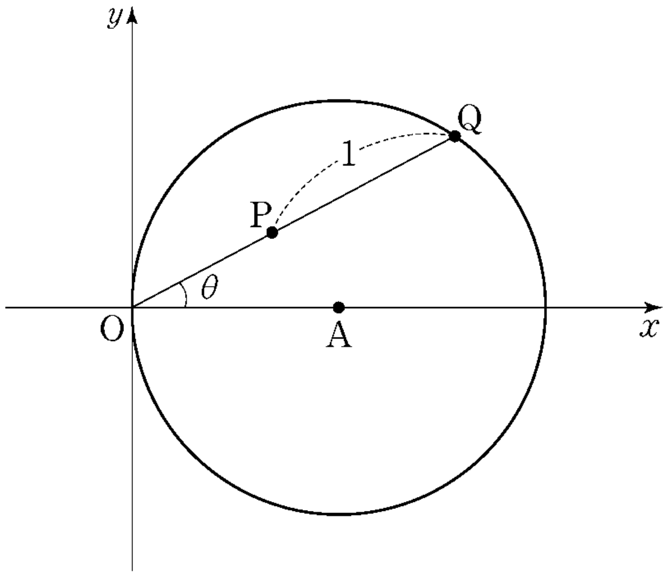
186. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 $F(x)=\ln|f(x)|$라 하고, 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$에 대하여 $G(x)=\ln|g(x)\sin x|$라 하자. $\lim\limits_{x\to1}(x-1)F'(x)=3$, $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{F'(x)}{G'(x)}=\dfrac{1}{4}$일 때, $f(3)+g(3)$의 값은? [4점]

1806 가21 ④

① 57 ② 55 ③ 53 ④ 51 ⑤ 49

187. 그림과 같이 좌표평면에 점 $\mathrm{A}(1,\,0)$을 중심으로 하고 반지름의 길이가 1인 원이 있다. 원 위의 점 Q에 대하여 $\angle\mathrm{AOQ}=\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{3}\right)$라 할 때, 선분 OQ 위에 $\overline{\mathrm{PQ}}=1$인 점 P를 정한다. 점 P의 y좌표가 최대가 될 때 $\cos\theta=\frac{a+\sqrt{b}}{8}$이다. $a+b$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, a와 b는자연수이다.) [4점]

1806 가26 34



188. 실수 a와 함수 $f(x)=\ln(x^4+1)-c$ ($c>0$인 상수)에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\int_a^x f(t)\,dt$$

라 하자. 함수 $y=g(x)$의 그래프가 x축과 만나는 서로 다른 점의 개수가 2가 되도록 하는 모든 a의 값을 작은 수부터 크기순으로 나열하면

$\alpha_1,\ \alpha_2,\ \cdots,\ \alpha_m$ (m은 자연수)

이다. $a=\alpha_1$일 때, 함수 $g(x)$와 상수 k는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$는 $x=1$에서 극솟값을 갖는다.

(나) $\displaystyle\int_{\alpha_1}^{\alpha_m} g(x)\,dx = k\alpha_m \int_0^1 |f(x)|\,dx$

$mk\times e^c$의 값을 구하시오. [4점] 1806 가30 16

189. 함수 $f(x)=\frac{1}{3}x^3-kx^2+1$ ($k>0$인 상수)의 그래프 위의 서로 다른 두 점 A, B에서의 접선 l, m의 기울기가 모두 $3k^2$이다. 곡선 $y=f(x)$에 접하고 x축에 평행한 두 직선과 접선 l, m으로 둘러싸인 도형의 넓이가 24일 때, k의 값은?

[4점] 1806 나20 ③

① $\frac{1}{2}$　　② 1　　③ $\frac{3}{2}$　　④ 2　　⑤ $\frac{5}{2}$

190. 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$이 있다. 수열 $\{b_n\}$은 $b_1 = a_1$이고, 2 이상의 자연수 n에 대하여

$$b_n = \begin{cases} b_{n-1} + a_n & (n\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \\ b_{n-1} - a_n & (n\text{이 3의 배수인 경우}) \end{cases}$$

이다. $b_{10} = a_{10}$일 때, $\dfrac{b_8}{b_{10}} = \dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] 1806 나29 13

191. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 2인 이차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(\alpha)=g(\alpha)$이고 $f'(\alpha)=g'(\alpha)=-16$인 실수 α가 존재한다.
(나) $f'(\beta)=g'(\beta)=16$인 실수 β가 존재한다.

$g(\beta+1)-f(\beta+1)$의 값을 구하시오. [4점] 1806 나30 243

192. 함수 $f(x)=e^{-x}\int_{0}^{x}\sin(t^2)dt$에 대하여

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] 2017수능 가20 ⑤

<보 기>

ㄱ. $f(\sqrt{\pi})>0$

ㄴ. $f'(a)>0$을 만족시키는 a가 열린구간 $(0, \sqrt{\pi})$에 적어도 하나 존재한다.

ㄷ. $f'(b)=0$을 만족시키는 b가 열린구간 $(0, \sqrt{\pi})$에 적어도 하나 존재한다.

① ㄱ　　② ㄱ　　③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

193. 닫힌구간 $[0, 1]$에서 증가하는 연속함수 $f(x)$가

$$\int_0^1 f(x)\,dx = 2,\ \int_0^1 |f(x)|\,dx = 2\sqrt{2}$$

를 만족시킨다. 함수 $F(x)$가 $F(x) = \int_0^x |f(x)|dx\ \ (0 \le x \le 1)$일 때,

$\int_0^1 f(x)F(x)dx$의 값은? [4점] 2017수능 가21 ④

① $4-\sqrt{2}$ ② $2+\sqrt{2}$ ③ $5-\sqrt{2}$
④ $1+2\sqrt{2}$ ⑤ $2+2\sqrt{2}$

194. $x>a$에서 정의된 함수 $f(x)$와 최고차항의 계수가 -1인 사차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다. (단, a는 상수이다.)

> (가) $x>a$인 모든 실수 x에 대하여
> $(x-a)f(x)=g(x)$이다.
> (나) 서로 다른 두 실수 α, β에 대하여 함수 $f(x)$는
> $x=\alpha$와 $x=\beta$에서 동일한 극댓값 M을 갖는다.
> (단, $M>0$)
> (다) 함수 $f(x)$가 극대 또는 극소가 되는 x의 개수는 함수
> $g(x)$가 극대 또는 극소가 되는 x의 개수보다 많다.

$\beta-\alpha=6\sqrt{3}$일 때, M의 최솟값을 구하시오. [4점] 2017수능 가30 216

195. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$는 $x=0$에서 극댓값, $x=k$에서 극솟값을 가진다. (단, k는 상수이다.)

(나) 1보다 큰 모든 실수 t에 대하여

$$\int_0^t |f'(x)|\, dx = f(t)+f(0)$$

이다.

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] 2017수능 나20 ⑤

<보　기>

ㄱ. $\int_0^k f'(x)\, dx < 0$

ㄴ. $0 < k \le 1$

ㄷ. 함수 $f(x)$의 극솟값은 0이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

196. 실수 k에 대하여 함수 $f(x)=x^3-3x^2+6x+k$의 역함수를 $g(x)$라 하자. 방정식 $4f'(x)+12x-18=(f' \circ g)(x)$가 닫힌구간 $[0, 1]$에서 실근을 갖기 위한 k의 최솟값을 m, 최댓값을 M이라 할 때, m^2+M^2의 값을 구하시오. [4점]

2017수능 나30 65

197. 양의 실수 전체의 집합에서 미분가능한 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$가 모든 양의 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $\left(\dfrac{f(x)}{x}\right)' = x^2 e^{-x^2}$

(나) $g(x) = \dfrac{4}{e^4}\displaystyle\int_1^x e^{t^2} f(t)\,dt$

$f(1) = \dfrac{1}{e}$ 일 때, $f(2) - g(2)$의 값은? [4점] 1709 가21 ③

① $\dfrac{16}{3e^4}$ ② $\dfrac{6}{e^4}$ ③ $\dfrac{20}{3e^4}$ ④ $\dfrac{22}{3e^4}$ ⑤ $\dfrac{8}{e^4}$

198. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 함수

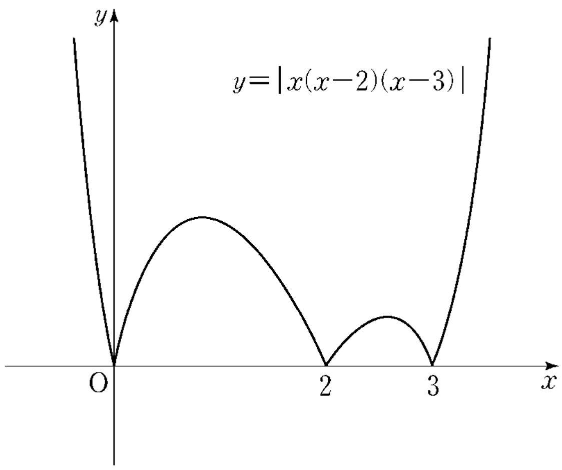
$$g(x)=|2\sin(x+2|x|)+1|$$

에 대하여 함수 $h(x)=f(g(x))$는 실수 전체의 집합에서 이계도함수 $h''(x)$를 갖고, $h''(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이다. $f'(3)$의 값을 구하시오. [4점] 1709 가30 48

199. 다음 조건을 만족시키며 최고차항의 계수가 음수인 사차함수 $f(x)$에 대하여 $f(1)$의 최댓값은? [4점] 1709 나21 ②

(가) 방정식 $f(x)=0$의 실근은 0, 2, 3뿐이다. (나) 실수 x에 대하여 $f(x)$와 $\lvert x(x-2)(x-3)\rvert$ 중 크지 않은 값을 $g(x)$라 할 때, 함수 $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

① $\frac{7}{6}$　　② $\frac{4}{3}$　　③ $\frac{3}{2}$　　④ $\frac{5}{3}$　　⑤ $\frac{11}{6}$

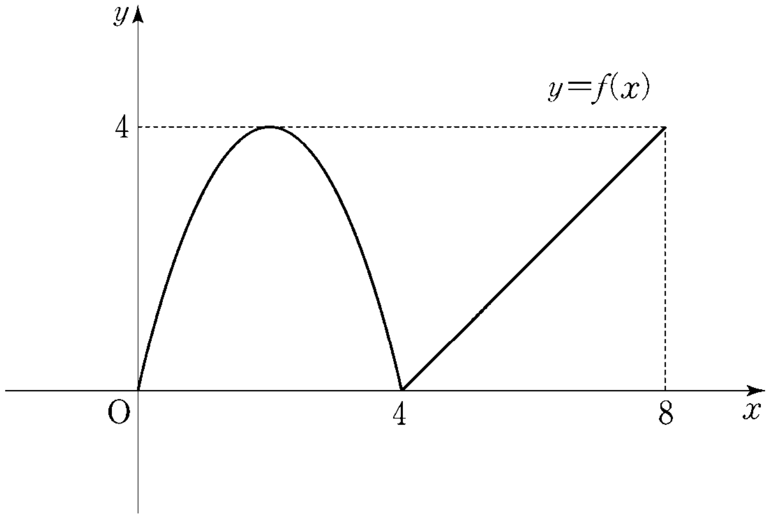


200. 구간 $[0, 8]$에서 정의된 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} -x(x-4) & (0 \le x < 4) \\ x-4 & (4 \le x \le 8) \end{cases}$$

이다. 실수 $a\,(0 \le a \le 4)$에 대하여 $\int_{a}^{a+4} f(x)\,dx$의 최솟값은 $\frac{q}{p}$이다.

$p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] 1709 나29 43



201. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x) \neq 1$
(나) $f(x)+f(-x)=0$
(다) $f'(x)=\{1+f(x)\}\{1+f(-x)\}$

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] 1706 가21 ①

<보 기>

ㄱ. 모든 실수 x에 대하여 $f(x) \neq -1$이다.
ㄴ. 함수 $f(x)$는 어떤 열린구간에서 감소한다.
ㄷ. 곡선 $y=f(x)$는 세 개의 변곡점을 갖는다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

202. 양의 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(t)$에 대하여 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \geq 1)$에서의 위치 (x, y)가

$$\begin{cases} x = 2\ln t \\ y = f(t) \end{cases}$$

이다. 점 P가 점 $(0, f(1))$로부터 움직인 거리가 s가 될 때 시각 t는 $t = \dfrac{s + \sqrt{s^2+4}}{2}$이고, $t=2$일 때 점 P의 속도는 $\left(1, \dfrac{3}{4}\right)$이다.

시각 $t=2$일 때 점 P의 가속도를 $\left(-\dfrac{1}{2}, a\right)$라 할 때, $60a$의 값을 구하시오. [4점]

1706 가29 15

203. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 상수 $a\,(0<a<2\pi)$와 모든 실수 x에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)=f(-x)$
(나) $\displaystyle\int_{x}^{x+a} f(t)\,dt=\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)$

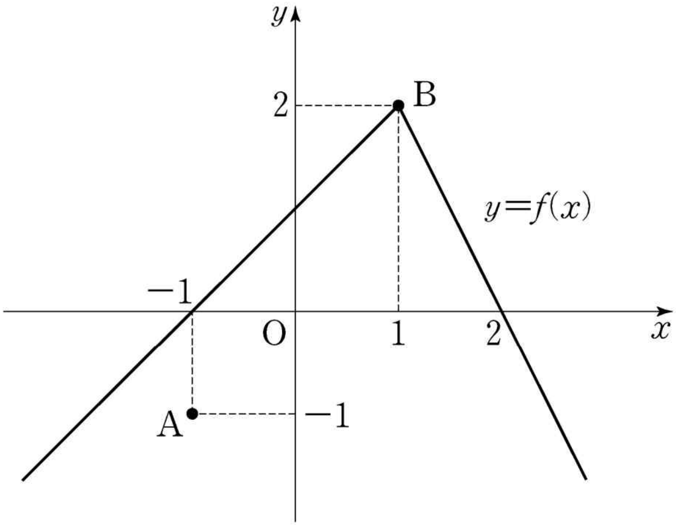
닫힌구간 $\left[0,\ \frac{a}{2}\right]$에서 두 실수 b, c에 대하여 $f(x)=b\cos(3x)+c\cos(5x)$일 때 $abc=-\frac{q}{p}\pi$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.)

[4점] 1706 가30 83

204. 함수 $f(x)$는

$$f(x)=\begin{cases} x+1 & (x<1) \\ -2x+4 & (x \ge 1) \end{cases}$$

이고, 좌표평면 위에 두 점 $\mathrm{A}(-1,\ -1)$, $\mathrm{B}(1,\ 2)$가 있다. 실수 x에 대하여 점 $(x,\ f(x))$에서 점 A까지의 거리의 제곱과 점 B까지의 거리의 제곱 중 크지 않은 값을 $g(x)$라 하자. 함수 $g(x)$가 $x=a$에서 미분가능하지 않은 모든 a의 값의 합이 p일 때, $80p$의 값을 구하시오. [4점] 1706 나29 186



205. 다음 조건을 만족시키는 20 이하의 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오.
[4점] 1706 나30 78

$\log_2(na-a^2)$과 $\log_2(nb-b^2)$은 같은 자연수이고 $0<b-a\le\frac{n}{2}$인 두 실수 a, b가 존재한다.

206. 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $\dfrac{f'(0)}{f(0)}$의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. Mm의 값은? [4점] 2016수능 A21 ⑤

(가) 함수 $\lvert f(x) \rvert$는 $x=-1$에서만 미분가능하지 않다. (나) 방정식 $f(x)=0$은 닫힌구간 $[3, 5]$에서 적어도 하나의 실근을 갖는다.

① $\dfrac{1}{15}$　② $\dfrac{1}{10}$　③ $\dfrac{2}{15}$　④ $\dfrac{1}{6}$　⑤ $\dfrac{1}{5}$

207. $0 \le t \le 41$ 인 실수 t에 대하여 곡선 $y=x^3+2x^2-15x+5$와 직선 $y=t$가 만나는 세 점 중에서 x좌표가 가장 큰 점의 좌표를 $(f(t),\ t)$, x좌표가 가장 작은 점의 좌표를 $(g(t),\ t)$라 하자.
$h(t)=t\times\{f(t)-g(t)\}$라 할 때, $h'(5)$의 값은? [4점] 2016수능 B21 ④

① $\frac{79}{12}$ ② $\frac{85}{12}$ ③ $\frac{91}{12}$ ④ $\frac{97}{12}$ ⑤ $\frac{103}{12}$

208. 실수 t에 대하여 직선 $x=t$가 두 함수 $y=x^4-4x^3+10x-30$, $y=2x+2$의 그래프와 만나는 점을 각각 A, B라 할 때, 점 A와 점 B 사이의 거리를 $f(t)$라 하자.

$$\lim_{h\to 0+}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}\times\lim_{h\to 0-}\frac{f(t+h)-f(t)}{h}\le 0$$

을 만족시키는 모든 실수 t의 값의 합은? [4점] 1609 A21 ④

① -7 ② -3 ③ 1 ④ 5 ⑤ 9

209. 함수 $f(x)$를

$$f(x)=\begin{cases} |\sin x|-\sin x & \left(-\frac{7}{2}\pi \le x < 0\right) \\ \sin x - |\sin x| & \left(0 \le x \le \frac{7}{2}\pi\right) \end{cases}$$

라 하자. 닫힌구간 $\left[-\frac{7}{2}\pi, \frac{7}{2}\pi\right]$에 속하는 모든 실수 x에 대하여 $\int_a^x f(t)\,dt \ge 0$이 되도록 하는 실수 a의 최솟값을 α, 최댓값을 β라 할 때, $\beta-\alpha$의 값은? (단, $-\frac{7}{2}\pi \le a \le \frac{7}{2}\pi$) [4점] 1609 B21 ①

① $\frac{\pi}{2}$ ② $\frac{3}{2}\pi$ ③ $\frac{5}{2}\pi$ ④ $\frac{7}{2}\pi$ ⑤ $\frac{9}{2}\pi$

210. 양수 a와 두 실수 b, c에 대하여 함수 $f(x)=(ax^2+bx+c)e^x$은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(x)$는 $x=-\sqrt{3}$과 $x=\sqrt{3}$에서 극값을 갖는다.
(나) $0 \le x_1 < x_2$인 임의의 두 실수 x_1, x_2에 대하여 $f(x_2)-f(x_1)+x_2-x_1 \ge 0$이다.

세 수 a, b, c의 곱 abc의 최댓값을 $\dfrac{k}{e^3}$라 할 때, $60k$의 값을 구하시오. [4점]

1609 B30 15

211. 2 이상의 자연수 n에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수

$$f(x)=e^{x+1}\{x^2+(n-2)x-n+3\}+ax$$

가 역함수를 갖도록 하는 실수 a의 최솟값을 $g(n)$이라 하자. $1 \le g(n) \le 8$을 만족시키는 모든 n의 값의 합은? [4점] 1606 B21 ④

① 43 ② 46 ③ 49 ④ 52 ⑤ 55

212. 정의역이 $\{x \mid 0 \le x \le 8\}$이고 다음 조건을 만족시키는 모든 연속함수 $f(x)$에 대하여 $\int_0^8 f(x)\,dx$의 최댓값은 $p+\dfrac{q}{\ln 2}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p, q는 자연수이고, $\ln 2$는 무리수이다.) [4점] 1606 B30 128

(가) $f(0)=1$이고 $f(8) \le 100$이다. (나) $0 \le k \le 7$인 각각의 정수 k에 대하여 $f(k+t)=f(k) \quad (0<t \le 1)$ 또는 $f(k+t)=2^t \times f(k) \quad (0<t \le 1)$ 이다. (다) 열린구간 $(0, 8)$에서 함수 $f(x)$가 미분가능하지 않은 점의 개수는 2이다.

213. 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$에 대하여 $f(2)$의 최솟값은?

[4점] 2015수능 A21 ⑤

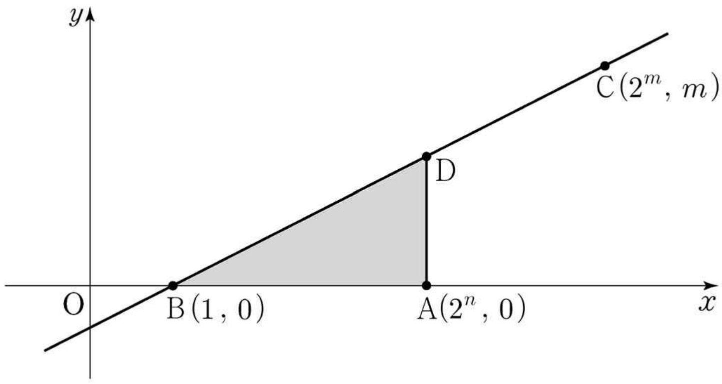
(가) $f(x)$의 최고차항의 계수는 1이다.
(나) $f(0)=f'(0)$
(다) $x\geq -1$인 모든 실수 x에 대하여 $f(x)\geq f'(x)$이다.

① 28 ② 33 ③ 38 ④ 43 ⑤ 48

214. 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시키는 가장 작은 자연수 m을 a_n이라 할 때, $\sum_{n=1}^{10} a_n$의 값은? [4점] 2015수능 B21 ①

(가) 점 A의 좌표는 $(2^n, 0)$이다.
(나) 점 $\mathrm{B}(1, 0)$과 $\mathrm{C}(2^m, m)$을 지나는 직선 위의 점 중 x좌표가 2^n인 점을 D라 할 때, 삼각형 ABD의 넓이는 $\frac{m}{2}$보다 작거나 같다.

① 109 ② 111 ③ 113 ④ 115 ⑤ 117



215. 양수 a에 대하여 함수 $f(x)=\int_0^x (a-t)e^t\,dt$의 최댓값이 32이다.

곡선 $y=3e^x$과 두 직선 $x=a$, $y=3$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하시오. [4점]

2015수능 B28 96

216. 함수 $f(x)=e^{x+1}-1$과 자연수 n에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=100\,|f(x)|-\sum_{k=1}^{n}|f(x^k)|$$

이라 하자. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하도록 하는 모든 자연수 n의 값의 합을 구하시오. [4점] 2015수능 B30 39

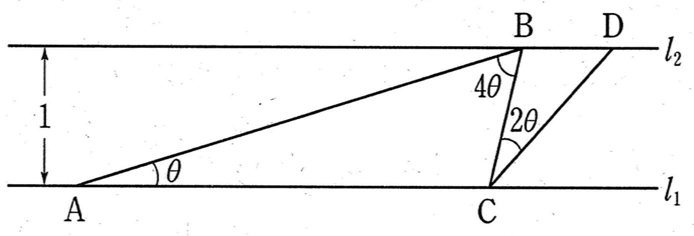
217. 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)$의 값은? [4점] 1509 A21 ①

(가) $f(0)=-3$
(나) 모든 양의 실수 x에 대하여 $6x-6 \le f(x) \le 2x^3-2$이다.

① 36 ② 38 ③ 40 ④ 42 ⑤ 44

218. 그림과 같이 서로 평행한 두 직선 l_1과 l_2 사이의 거리가 1이다. 직선 l_1 위의 점 A에 대하여 직선 l_2 위에 점 B를 선분 AB와 직선 l_1이 이루는 각의 크기가 θ가 되도록 잡고, 직선 l_1 위에 점 C를 $\angle \mathrm{ABC}=4\theta$가 되도록 잡는다. 직선 l_2 위에 점 D를 $\angle \mathrm{BCD}=2\theta$이고 선분 CD가 선분 AB와 만나지 않도록 잡는다.
삼각형 ABC의 넓이가 T_1, 삼각형 BCD의 넓이가 T_2라 할 때,

$\lim_{\theta\to 0+}\dfrac{T_1}{T_2}$의 값을 구하시오. (단, $0<\theta<\dfrac{\pi}{10}$) [4점] 1509 B28 6



219. 양의 실수 전체의 집합에서 감소하고 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $1 \le a \le 10$, $1 \le b \le 100$
(나) 임의의 양의 실수 t에 대하여 세 점
$(0, 0)$, $(t, f(t))$, $(t+1, f(t+1))$
을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이가 $\dfrac{t+1}{t}$이다.
(다) $\displaystyle\int_1^2 \frac{f(x)}{x}\,dx = 2$

$\displaystyle\int_{\frac{7}{2}}^{\frac{11}{2}} \frac{f(x)}{x}\,dx = \frac{q}{p}$라 할 때, $p+q$의 값을 구하시오.
(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] 1509 B30 127

220. 최고차항의 계수가 1인 두 삼차함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(1)=0$
(나) $\lim_{x \to n} \dfrac{f(x)}{g(x)} = (n-1)(n-2)$ $(n=1, 2, 3, 4)$

$g(5)$의 값은? [4점] 1506 A21 ⑤

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

221. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

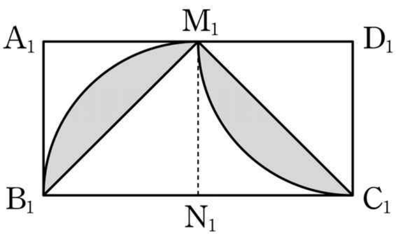
(가) 모든 실수 x에 대하여 $1 \le f'(x) \le 3$이다.
(나) 모든 정수 n에 대하여 함수 $y=f(x)$의 그래프는 점 $(4n, 8n)$, 점 $(4n+1, 8n+2)$, 점 $(4n+2, 8n+5)$, 점 $(4n+3, 8n+7)$을 모두 지난다.
(다) 모든 정수 k에 대하여 닫힌구간 $[2k, 2k+1]$에서 함수 $f(x)$의 그래프는 각각 이차함수의 그래프의 일부이다.

$\int_{3}^{6} f(x)\,dx = a$라 할 때, $6a$의 값을 구하시오. [4점] 1506 B30 167

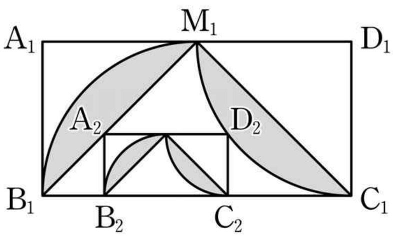
222. 직사각형 $A_1B_1C_1D_1$에서 $\overline{A_1B_1}=1$, $\overline{A_1D_1}=2$이다. 그림과 같이 선분 A_1D_1과 선분 B_1C_1의 중점을 각각 M_1, N_1이라 하자. 중심이 N_1, 반지름의 길이가 $\overline{B_1N_1}$이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 $N_1M_1B_1$을 그리고, 중심이 D_1, 반지름의 길이가 $\overline{C_1D_1}$이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{2}$인 부채꼴 $D_1M_1C_1$을 그린다. 부채꼴 $N_1M_1B_1$의 호 M_1B_1과 선분 M_1B_1로 둘러싸인 부분과 부채꼴 $D_1M_1C_1$의 호 M_1C_1과 선분 M_1C_1로 둘러싸인 부분인  모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.

그림 R_1에 선분 M_1B_1 위의 점 A_2, 호 M_1C_1 위의 점 D_2와 변 B_1C_1 위의 두 점 B_2, C_2를 꼭짓점으로 하고 $\overline{A_2B_2}$: $\overline{A_2D_2}$ = $1:2$인 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$를 그리고, 직사각형 $A_2B_2C_2D_2$에서 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 만들어지는 모양에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.

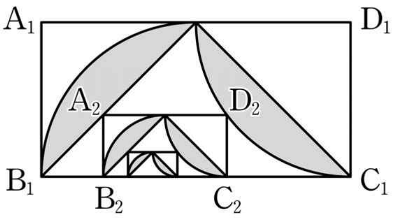
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은? [4점] 2014수능 A17 / B15 ③



R_1



R_2



R_3

⋯

⋯

① $\frac{25}{19}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$ ② $\frac{5}{4}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$ ③ $\frac{25}{21}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$

④ $\frac{25}{22}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$ ⑤ $\frac{25}{23}\left(\frac{\pi}{2}-1\right)$

223. 좌표평면에서 삼차함수 $f(x)=x^3+ax^2+bx$와 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t, f(t))$에서의 접선이 y축과 만나는 점을 P라 할 때, 원점에서 점 P까지의 거리를 $g(t)$라 하자. 함수 $f(x)$와 함수 $g(t)$는 다음 조건을 만족시킨다.

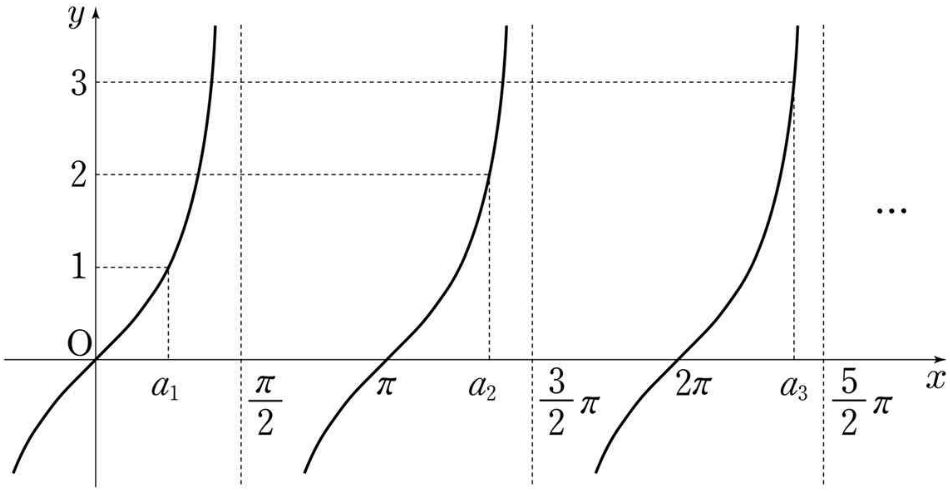
(가) $f(1)=2$
(나) 함수 $g(t)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

$f(3)$의 값은? (단, a, b는 상수이다.) [4점] 2014수능 A21 ④

① 21　② 24　③ 27　④ 30　⑤ 33

224. 자연수 n에 대하여 직선 $y=n$과 함수 $y=\tan x$의 그래프가 제1사분면에서 만나는 점의 x좌표를 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n번째 수를 a_n이라 하자. $\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{n}$의 값은? [4점] 2014수능 B18 ④

① $\frac{\pi}{4}$ ② $\frac{\pi}{2}$ ③ $\frac{3}{4}\pi$ ④ π ⑤ $\frac{5}{4}\pi$



225. 연속함수 $y=f(x)$의 그래프가 원점에 대하여 대칭이고, 모든 실수 x에 대하여

$$f(x)=\frac{\pi}{2}\int_{1}^{x+1} f(t)\,dt$$

이다. $f(1)=1$일 때, $\pi^2\int_{0}^{1} xf(x+1)\,dx$의 값은? [4점] 2014수능 B21 ①

① $2(\pi-2)$ ② $2\pi-3$ ③ $2(\pi-1)$
④ $2\pi-1$ ⑤ 2π

226. 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)=f(x)e^{-x}$이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 점 $(1, g(1))$과 점 $(4, g(4))$는 곡선 $y=g(x)$의 변곡점이다.
(나) 점 $(0, k)$에서 곡선 $y=g(x)$에 그은 접선의 개수가 3인 k의 값의 범위는 $-1<k<0$이다.

$g(-2)\times g(4)$의 값을 구하시오. [4점] 2014수능 B30 72

227. 사차함수 $f(x)$의 도함수 $f'(x)$가 $f'(x)=(x+1)(x^2+ax+b)$이다. 함수 $y=f(x)$가 구간 $(-\infty, 0)$에서 감소하고 구간 $(2, \infty)$에서 증가하도록 하는 실수 a, b의 순서쌍 (a, b)에 대하여, a^2+b^2의 최댓값을 M, 최솟값을 m이라 하자. $M+m$의 값은? [4점] 1409 A21 ③

① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{43}{8}$ ③ $\frac{11}{2}$ ④ $\frac{45}{8}$ ⑤ $\frac{23}{4}$

228. 자연수 n에 대하여 부등식 $4^k-(2^n+4^n)2^k+8^n \le 1$을 만족시키는 모든 자연수 k의 합을 a_n이라 하자. $\sum_{n=1}^{20}\frac{1}{a_n}=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] 1409 A30 103

229. 자연수 n에 대하여 함수 $y=f(x)$를 매개변수 t로 나타내면

$$\begin{cases} x=e^{t} \\ y=\left(2t^{2}+nt+n\right)e^{t} \end{cases}$$

이고, $x \geq e^{-\frac{n}{2}}$일 때 함수 $y=f(x)$는 $x=a_n$에서 최솟값 b_n을 갖는다. $\frac{b_3}{a_3}+\frac{b_4}{a_4}+\frac{b_5}{a_5}+\frac{b_6}{a_6}$의 값은? [4점] 1409 B21 ②

① $\frac{23}{2}$ ② 12 ③ $\frac{25}{2}$ ④ 13 ⑤ $\frac{27}{2}$

230. 두 연속함수 $f(x)$, $g(x)$가

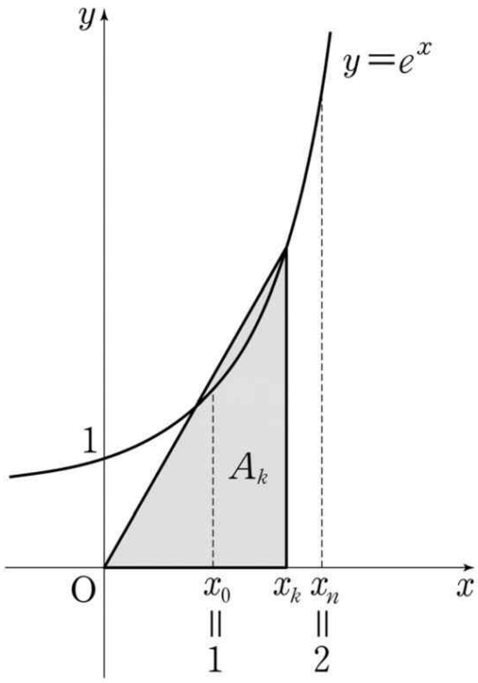
$$g\left(e^{x}\right)=\begin{cases} f(x) & (0 \le x < 1) \\ g\left(e^{x-1}\right)+5 & (1 \le x \le 2) \end{cases}$$

를 만족시키고, $\int_{1}^{e^{2}} g(x)\,dx = 6e^{2}+4$ 이다. $\int_{1}^{e} f(\ln x)\,dx = ax+b$ 일 때, $a^{2}+b^{2}$ 의 값을 구하시오. (단, a, b는 정수이다.) [4점] 1409 B30 17

231. 함수 $f(x)=e^{x}$이 있다. 2 이상인 자연수 n에 대하여 닫힌구간 $[1, 2]$를 n등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례로 $1=x_0$, x_1, x_2, $\cdots$, x_{n-1}, $x_n=2$라 하자. 세 점 $(0, 0)$, $(x_k, 0)$, $(x_k, f(x_k))$를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 A_k $(k=1, 2, 3, \cdots, n)$이라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}A_k$의 값은? [4점] 1406 B18 ③

① $\frac{1}{2}e^2-e$　　② $\frac{1}{2}(e^2-e)$　　③ $\frac{1}{2}e^2$

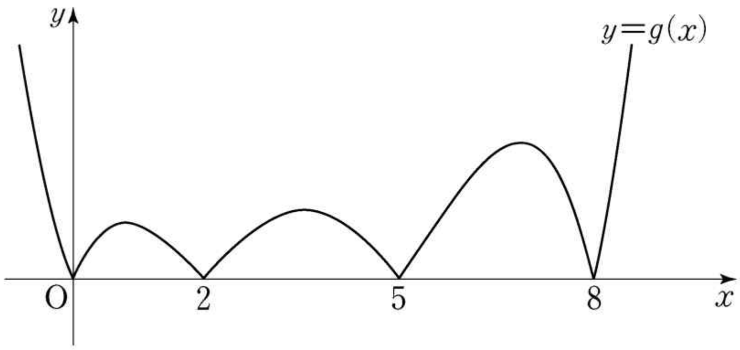
④ e^2-e　　⑤ $e^2-\frac{1}{2}e$



232. 함수 $f(x)=\dfrac{1}{1+x}$ 에 대하여 $F(x)=\displaystyle\int_0^x tf(x-t)\,dt \quad (x \geq 0)$ 일 때, $F'(a)=\ln 10$ 을 만족시키는 상수 a 의 값을 구하시오. [4점] 1406 B27 9

233. 좌표평면에서 곡선 $y=x^2+x$ 위의 두 점 A, B의 x좌표를 각각 s, $t\,(0<s<t)$라 하자. 양수 k에 대하여 두 직선 OA, OB와 곡선 $y=x^2+x$로 둘러싸인 부분의 넓이가 k가 되도록 하는 점 $(s,\,t)$가 나타내는 곡선을 C라 하자. 곡선 C 위의 점 중에서 점 $(1,\,0)$과의 거리가 최소인 점의 x좌표가 $\dfrac{2}{3}$일 때, $k=\dfrac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오.
(단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] 1406 B30 109

234. 삼차함수 $f(x)$는 $f(0)>0$을 만족시킨다. 함수 $g(x)$를 $g(x)=\left|\int_0^x f(t)\,dt\right|$라 할 때, 함수 $y=g(x)$의 그래프가 그림과 같다.



<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] 2013수능 가19 ⑤

<보 기>

ㄱ. 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 3개의 실근을 갖는다.

ㄴ. $f'(0)<0$

ㄷ. $\int_m^{m+2} f(x)\,dx > 0$을 만족시키는 자연수 m의 개수는 3이다.

① ㄴ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

235. 함수 $f(x)=kx^2e^{-x}\ (k>0)$과 실수 t에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 $(t,\ f(t))$에서 x축까지의 거리와 y축까지의 거리 중 크지 않은 값을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 한 점에서만 미분가능하지 않도록 하는 k의 최댓값은? [4점]

2013수능 가21 ⑤

① $\frac{1}{e}$ ② $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ③ $\frac{e}{2}$ ④ $\sqrt{e}$ ⑤ e

236. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 할 때, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하고

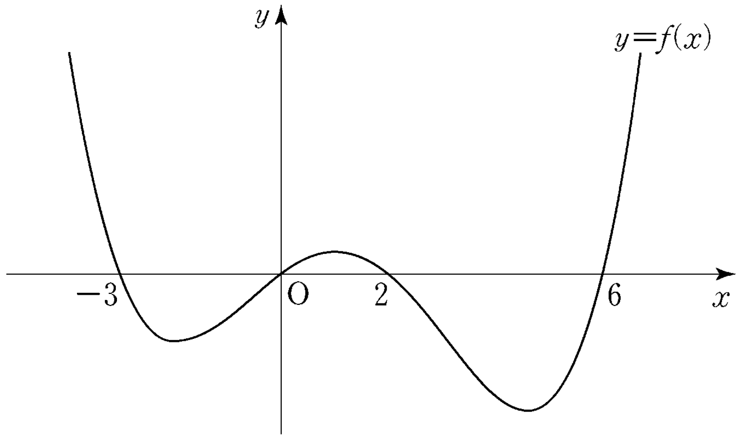
$g'(x) \leq \dfrac{1}{3}$ 이다.

(나) $\displaystyle\lim_{x \to 3} \frac{f(x)-g(x)}{(x-3)g(x)} = \frac{8}{9}$

$f(1)$의 값은? [4점] 1309 가21 ①

① -11 ② -9 ③ -7 ④ -5 ⑤ -3

237. 사차함수 $y=f(x)$의 그래프가 그림과 같을 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}f\left(m+\frac{k}{n}\right)<0$을 만족시키는 정수 m의 개수는? [4점] 1306 가19 ⑤



① 3　② 4　③ 5　④ 6　⑤ 7

238. 함수 $f(x)=x^3-3x^2-9x-1$과 실수 m에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (f(x) \geq mx) \\ mx & (f(x) < mx) \end{cases}$$

라 하자. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, m의 값은? [4점]

1306 가21 ②

① -14 ② -12 ③ -10 ④ -8 ⑤ -6

239. 정의역이 $\{x \mid 0 \le x \le \pi\}$인 함수 $f(x)=2x\cos x$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점] 2012수능 가18 ⑤

<보 기>

ㄱ. $f'(a)=0$이면 $\tan a=\frac{1}{a}$이다.

ㄴ. 함수 $f(x)$가 $x=a$에서 극댓값을 가지는 a가 구간 $\left(\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{3}\right)$에 있다.

ㄷ. 구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$에서 방정식 $f(x)=1$의 서로 다른 실근의 개수는 2이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

240. 함수 $f(x)=3(x-1)^2+5$에 대하여 함수 $F(x)$를 $F(x)=\int_0^x f(t)\,dt$라 하자.

미분가능한 함수 $g(x)$가 모든 실수 x에 대하여 $F(g(x))=\frac{1}{2}F(x)$를 만족시킨다.

$g'(2)=p$일 때, $30p$의 값을 구하시오. [4점] 2012수능 가28 24

241. 구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$에서 연속인 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$의 값은? [4점]

1209 가20 ④

(가) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(t)\,dt = 1$

(나) $\cos x \int_0^x f(t)\,dt = \sin x \int_x^{\frac{\pi}{2}} f(t)\,dt$ (단, $0 \le x \le \frac{\pi}{2}$)

① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

242. 삼차함수 $y=f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 방정식 $f(x)-x=0$이 서로 다른 세 실근 α, β, γ를 갖는다.
(나) $x=3$일 때 극값 7을 갖는다.
(다) $f(f(3))=5$

$f(f(x))$를 $f(x)-x$로 나눈 몫을 $g(x)$, 나머지를 $h(x)$라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점] 1209 가21 ③

<보 기>

ㄱ. α, β, γ는 방정식 $f(f(x))-x=0$의 근이다.
ㄴ. $h(x)=x$
ㄷ. $g'(3)=1$

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

243. 2 이상의 자연수 n에 대하여 곡선 $y=(\ln x)^n$ $(x \geq 1)$과 x축, y축 및 직선 $y=1$로 둘러싸인 도형의 넓이를 S_n이라 하자.
<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] 1206 가18 ⑤

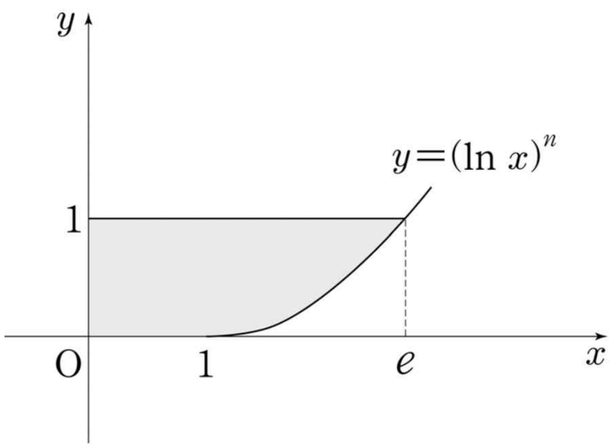
<보 기>

ㄱ. $1 \leq x \leq e$일 때, $(\ln x)^n \geq (\ln x)^{n+1}$이다.

ㄴ. $S_n < S_{n+1}$

ㄷ. 함수 $f(x)=(\ln x)^n$ $(x \geq 1)$의 역함수를 $g(x)$라 하면 $S_n = \int_0^1 g(x)\,dx$이다.

① ㄱ　　② ㄱ, ㄴ　　③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ



244. 정의역이 $\{x \mid x > -1\}$인 함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x) = \dfrac{1}{(1+x^3)^2}$ 이고,

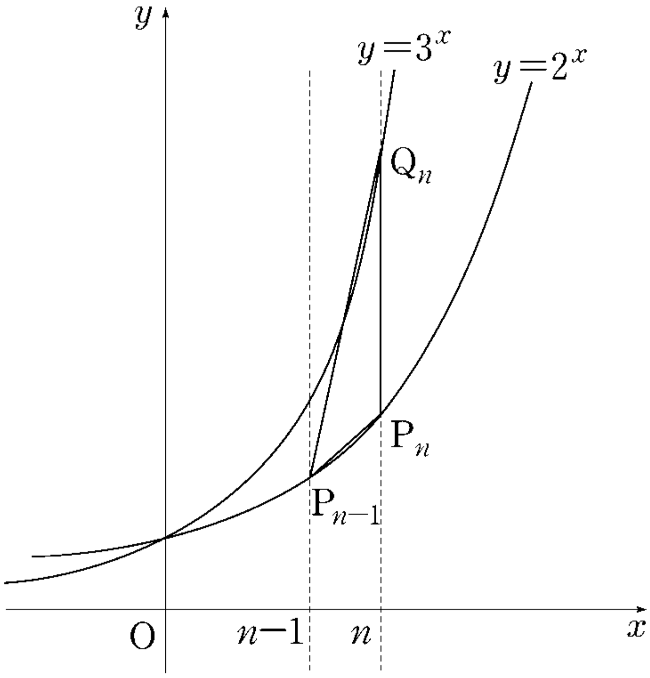
함수 $g(x) = x^2$ 일 때, $\displaystyle\int_0^1 f(x)g'(x)\,dx = \frac{1}{6}$ 이다. $f(1)$의 값은? [4점] 1206 가19 ④

① $\dfrac{1}{6}$ ② $\dfrac{2}{9}$ ③ $\dfrac{5}{18}$ ④ $\dfrac{1}{3}$ ⑤ $\dfrac{7}{18}$

245. 자연수 n에 대하여 직선 $x=n$이 두 곡선 $y=2^x$, $y=3^x$과 만나는 점을 각각 P_n, Q_n이라 하자. 삼각형 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n\mathrm{P}_{n-1}$의 넓이를 S_n이라 하고, $T_n=\sum_{k=1}^{n}S_k$라 할 때, $\lim_{n\to\infty}\frac{T_n}{3^n}$의 값은? (단, 점 P_0의 좌표는 $(0,\ 1)$이다.) [4점]

1206 가/나20 ③

① $\frac{5}{8}$　② $\frac{11}{16}$　③ $\frac{3}{4}$　④ $\frac{13}{16}$　⑤ $\frac{7}{8}$



246. 양의 실수 전체의 집합을 정의역으로 하는 함수 $f(x)=\dfrac{1}{27}\left(x^4-6x^3+12x^2+19x\right)$에 대하여 $f(x)$의 역함수를 $g(x)$라 하자. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] 1206 가21 ⑤

<보 기>

ㄱ. 점 $(2,\ 2)$는 곡선 $y=f(x)$의 변곡점이다.
ㄴ. 방정식 $f(x)=x$의 실근 중 양수인 것은 $x=2$ 하나뿐이다.
ㄷ. 함수 $|f(x)-g(x)|$는 $x=2$에서 미분가능하다.

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ ,ㄷ

247. 100 이하의 자연수 전체의 집합을 S라 할 때, $n \in S$에 대하여 집합

$\{k \mid k \in S$이고 $\log_2 n - \log_2 k$는 정수$\}$

의 원소의 개수를 $f(n)$이라 하자. 예를 들어, $f(10) = 5$이고, $f(99) = 1$이다.
이때, $f(n) = 1$인 n의 개수를 구하시오. [4점] 1206 가/나30 25

248. 최고차항의 계수가 1이고, $f(0)=3$, $f'(3)<0$인 사차함수 $f(x)$가 있다. 실수 t에 대하여 집합 S를

$S=\{a\,|\,$함수 $|f(x)-t|$가 $x=a$에서 미분가능하지 않다.$\}$

라 하고, 집합 S의 원소의 개수를 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 $t=3$과 $t=19$에서만 불연속일 때, $f(-2)$의 값을 구하시오. [4점] 2011수능 가24 147

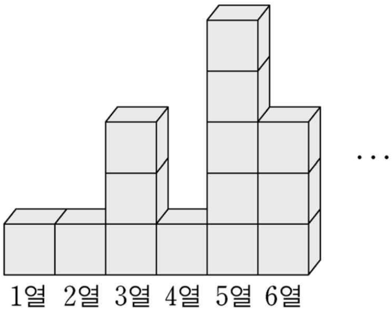
249. 자연수 m에 대하여 크기가 같은 정육면체 모양의 블록이 1열에 1개, 2열에 2개, 3열에 3개, $\cdots$, m열에 m개 쌓여 있다. 블록의 개수가 짝수인 열이 남아 있지 않을 때까지 다음 시행을 반복한다.

블록의 개수가 짝수인 각 열에 대하여 그 열에 있는 블록의 개수의 $\frac{1}{2}$만큼의 블록을 그 열에서 들어낸다.

블록을 들어내는 시행을 모두 마쳤을 때, 1열부터 m열까지 남아 있는 블록의 개수의 합을 $f(m)$이라 하자. 예를 들어, $f(2)=2$, $f(3)=5$, $f(4)=6$이다.

$\lim_{n\to\infty}\frac{f(2^{n+1})-f(2^n)}{f(2^{n+2})}=\frac{q}{p}$일 때, $p+q$의 값을 구하시오.

(단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점] 2011수능 가/나25 19



250. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 있다. 모든 실수 x에 대하여 $f(2x)=2f(x)f'(x)$이고, $f(a)=0$, $\int_{2a}^{4a}\frac{f(x)}{x}dx=k$ $(a>0,\ 0<k<1)$일 때, $\int_{a}^{2a}\frac{\{f(x)\}^2}{x^2}dx$의 값을 k로 나타낸 것은? [3점] 2011수능 가28 미적분 ④

① $\frac{k^2}{4}$ ② $\frac{k^2}{2}$ ③ k^2 ④ k ⑤ $2k$

251. 실수 전체의 집합에서 미분가능하고, 다음 조건을 만족시키는 모든 함수 $f(x)$에 대하여 $\int_0^2 f(x)dx$의 최솟값은? [4점] 2011수능 가29 미적분 ③

(가) $f(0)=1$, $f'(0)=1$
(나) $0<a<b<2$이면 $f'(a) \leq f'(b)$이다.
(다) 구간 $(0, 1)$에서 $f''(x)=e^x$이다.

① $\frac{1}{2}e-1$　② $\frac{3}{2}e-1$　③ $\frac{5}{2}e-1$
④ $\frac{7}{2}e-2$　⑤ $\frac{9}{2}e-2$

252. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 있다. 2 이상인 자연수 n에 대하여 닫힌구간 $[0, 1]$을 n등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례대로

$0 = x_0,\ x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_{n-1},\ x_n = 1$

이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [3점] 1109 가11 ②

<보 기>

ㄱ. $n = 2m$ (m은 자연수)이면 $\displaystyle\sum_{k=0}^{m-1} \frac{f(x_{2k})}{m} \le \sum_{k=0}^{n-1} \frac{f(x_k)}{n}$ 이다.

ㄴ. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n} \left\{ \frac{f(x_{k-1}) + f(x_k)}{2} \right\} = \int_0^1 f(x)\,dx$

ㄷ. $\displaystyle\sum_{k=0}^{n-1} \frac{f(x_k)}{n} \le \int_0^1 f(x)\,dx \le \sum_{k=1}^{n} \frac{f(x_k)}{n}$

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ　④ ㄱ, ㄴ　⑤ ㄴ, ㄷ

253. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$가 모든 실수 t에 대하여 $\int_0^2 xf(tx)\,dx = 4t^2$을 만족시킬 때, $f(2)$의 값은? [3점] 1109 가28 미적분 ④

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

254. 다항함수 $f(x)$에 대하여 다음 표는 x의 값에 따른 $f(x)$, $f'(x)$, $f''(x)$의 변화 중 일부를 나타낸 것이다.

x	$x<1$	$x=1$	$1<x<3$	$x=3$
$f'(x)$		0		1
$f''(x)$	$+$		$+$	0
$f(x)$		$\frac{\pi}{2}$		π

함수 $g(x)=\sin(f(x))$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은?

[4점] 1109 가29 미적분 ③

<보 기>

ㄱ. $g'(3)=-1$

ㄴ. $1<a<b<3$이면 $-1<\dfrac{g(b)-g(a)}{b-a}<0$이다.

ㄷ. 점 $\mathrm{P}(1, 1)$은 곡선 $y=g(x)$의 변곡점이다.

① ㄱ　　② ㄷ　　③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

255. 자연수 $n(n \geq 2)$에 대하여 직선 $y=-x+n$과 곡선 $y=\left|\log_2 x\right|$가 만나는 서로 다른 두 점의 x좌표를 각각 a_n, $b_n\ (a_n < b_n)$이라 할 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점] 2010수능 가/나16 ④

<보 기>

ㄱ. $a_2 < \dfrac{1}{4}$

ㄴ. $0 < \dfrac{a_{n+1}}{a_n} < 1$

ㄷ. $1 - \dfrac{\log_2 n}{n} < \dfrac{b_n}{n} < 1$

① ㄱ　② ㄴ　③ ㄷ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

256. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$에 대하여 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $-1 \leq x < 1$일 때, $g(x) = f(x)$이다.
(나) 모든 실수 x에 대하여 $g(x+2) = g(x)$이다.

옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점] 2010수능 가17 ③

<보 기>

ㄱ. $f(-1) = f(1)$이고 $f'(-1) = f'(1)$이면, $g(x)$는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

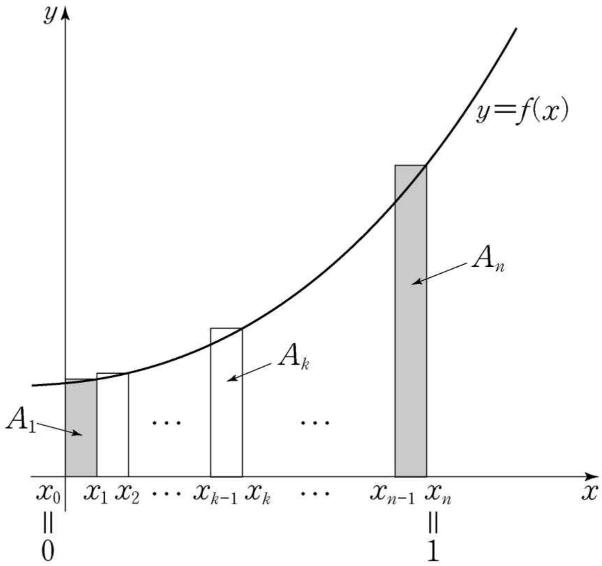
ㄴ. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하면, $f'(0)f'(1) < 0$이다.

ㄷ. $g(x)$가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 $f'(1) > 0$이면, 구간 $(-\infty, -1)$에 $f'(c) = 0$인 c가 존재한다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

257. 함수 $f(x)=x^2+ax+b$ $(a\geq 0,\, b>0)$ 가 있다. 그림과 같이 2 이상인 자연수 n에 대하여 닫힌구간 $[0,1]$을 n등분한 각 분점(양 끝점도 포함)을 차례로 $0=x_0,\ x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_{n-1},\ x_n=1$이라 하자. 닫힌구간 $[x_{k-1},\, x_k]$를 밑변으로 하고 높이가 $f(x_k)$인 직사각형의 넓이를 A_k라 하자. $(k=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$



양 끝에 있는 두 직사각형의 넓이의 합이 $A_1+A_n=\dfrac{7n^2+1}{n^3}$일 때,

$\lim\limits_{n\to\infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\dfrac{8k}{n}A_k$의 값을 구하시오. [4점] 2010수능 가21 14

258. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 두 함수 $f(x)$와 $g(x)$에 대하여 정적분 $\int_0^1 \{f'(x)g(1-x)-g'(x)f(1-x)\}dx$의 값을 k라 하자.
옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점] 2010수능 가29 미적분 ⑤

<보 기>

ㄱ. $\int_0^1 \{f(x)g'(1-x)-g(x)f'(1-x)\}dx = -k$

ㄴ. $f(0)=f(1)$이고 $g(0)=g(1)$이면, $k=0$이다.

ㄷ. $f(1)=\ln(1+x^4)$이고 $g(x)=\sin\pi x$이면, $k=0$이다.

① ㄴ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

259. 다음 조건을 만족시키는 모든 사차함수 $y=f(x)$의 그래프가 항상 지나는 점들의 y좌표의 합을 구하시오. [4점] 1009 가24 13

(가) $f(x)$의 최고차항의 계수는 1이다.
(나) 곡선 $y=f(x)$가 점 $(2,\ f(2))$에서
직선 $y=2$에 접한다.
(다) $f'(0)=0$

260. 함수 $f(x)=\int_0^x \frac{1}{1+t^6}dt$ 에 대하여 상수 a 가 $f(a)=\frac{1}{2}$ 을 만족시킬 때, $\int_0^a \frac{e^{f(x)}}{1+x^6}dx$ 의 값은? [3점] 1009 가28 미적분 ②

① $\frac{\sqrt{e}-1}{2}$　② $\sqrt{e}-1$　③ 1

④ $\frac{\sqrt{e}+1}{2}$　⑤ $\sqrt{e}+1$

261. 함수 $f(x)=\sin\dfrac{x^2}{2}$에 대한 설명으로 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점] 1009 가29미적분 ④

<보 기>

ㄱ. $0<x<1$일 때, $x^2\sin\dfrac{x^2}{2}<f(x)<\cos\dfrac{x^2}{2}$이다.

ㄴ. 구간 $(0,\,1)$에서 곡선 $y=f(x)$는 위로 볼록하다.

ㄷ. $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx \le \frac{1}{2}\sin\frac{1}{2}$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

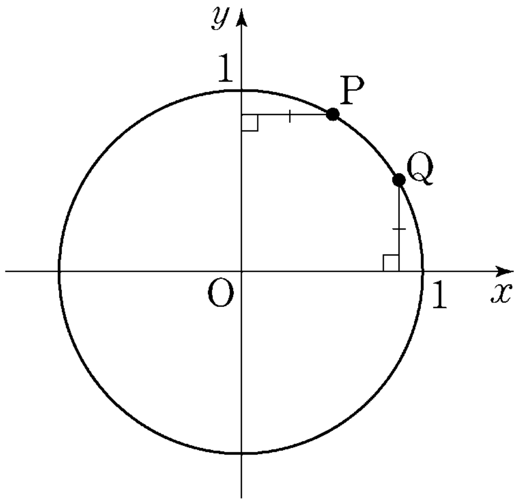
262. 사차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\dfrac{f'(5)}{f'(3)}$의 값을 구하시오. [4점]

1006 가24 12

(가) 함수 $f(x)$는 $x=2$에서 극값을 갖는다.
(나) 함수 $|f(x)-f(1)|$은 오직 $x=a$ $(a>2)$에서만 미분가능하지 않다.

263. 좌표평면에서 두 점 P, Q가 점 $(1, 0)$을 동시에 출발하여 원 $x^2+y^2=1$ 위를 시계 반대 방향으로 돌고 있으며, 점 P가 $2t\,(0 \le t \le \pi)$만큼 움직일 때 점 Q는 t만큼 움직인다. 점 P에서 y축까지의 거리와 점 Q는 t만큼 움직인다. 점 P에서 y축까지의 거리와 점 Q에서 x축까지의 거리가 같아지는 모든 t의 값의 합은?

[3점] 1006 가28 미적분 ⑤



① $\frac{\pi}{4}$　　② $\frac{\pi}{2}$　　③ π　　④ $\frac{5\pi}{4}$　　⑤ $\frac{3\pi}{2}$

264. 함수 $f(x)$에 대하여 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? [4점]

1006 가29 미적분 ③

<보 기>

ㄱ. $f(x)=x^2$이면 $\lim_{x\to0}\frac{e^{f(x)}-1}{x}=0$이다.

ㄴ. $\lim_{x\to1}\frac{e^x-1}{f(x)}=1$이면 $\lim_{x\to0}\frac{3^x-1}{f(x)}=\ln3$이다.

ㄷ. $\lim_{x\to0}f(x)=0$이면 $\lim_{x\to0}\frac{e^{f(x)}-1}{x}$이 존재한다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

265. 다항함수 $f(x)$와 두 자연수 m, n이 $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^m}=1$, $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{f'(x)}{x^{m-1}}=a$, $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x^n}=b$, $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{f'(x)}{x^{n-1}}=9$를 만족시킬 때, 옳은 것만을 <보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, a, b는 실수이다.) [4점] 2009수능 가11 ⑤

<보 기>

ㄱ. $m \geq n$

ㄴ. $ab \geq 9$

ㄷ. $f(x)$가 삼차함수이면 $am=bn$이다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

266. 닫힌구간 $[0,1]$에서 정의된 연속함수 $f(x)$가 $f(0)=0$, $f(1)=1$이며, 열린구간 $(0,1)$에서 이계도함수를 갖고 $f'(x)>0$, $f''(x)>0$일 때, $\int_0^1\{f^{-1}(x)-f(x)\}dx$의 값과 같은 것은? [3점] 2009수능 가27 미적분 ②

① $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{k}{n}-f\left(\frac{k}{n}\right)\right\}\frac{1}{2n}$

② $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{k}{n}-f\left(\frac{k}{n}\right)\right\}\frac{2}{n}$

③ $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{k}{n}-f\left(\frac{k}{n}\right)\right\}\frac{1}{n}$

④ $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{k}{2n}-f\left(\frac{k}{n}\right)\right\}\frac{1}{n}$

⑤ $\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\left\{\frac{2k}{n}-f\left(\frac{k}{n}\right)\right\}\frac{1}{n}$

267. 함수 $f(x)=4\ln x+\ln(10-x)$에 대하여 <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [3점] 2009수능 가28 미적분 ③

<보 기>

ㄱ. 함수 $f(x)$의 최댓값은 $13\ln 2$이다.
ㄴ. 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 두 실근을 갖는다.
ㄷ. 함수 $y=e^{f(x)}$의 그래프는 구간 $(4,8)$에서 위로 볼록하다.

① ㄱ ② ㄷ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

268. 함수 $f(x)$를 $f(x)=\int_{a}^{x}\{2+\sin(t^2)\}dt$라 하자. $f''(a)=\sqrt{3}a$일 때, $(f^{-1})'(0)$의 값은? (단, a는 $0<a<\sqrt{\frac{\pi}{2}}$인 상수이다.) [4점]

2009수능 가29 미적분 ④

① $\frac{1}{10}$ ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

269. 함수 $y=\log_2|5x|$의 그래프와 함수 $y=\log_2(x+2)$의 그래프가 만나는 서로 다른 두 점을 각각 A, B라고 하자. $m>2$인 자연수 m에 대하여 함수 $y=\log_2|5x|$의 그래프와 함수 $y=\log_2(x+m)$의 그래프가 만나는 서로 다른 두 점을 각각 $\mathrm{C}(p,\ q)$, $\mathrm{D}(r,\ s)$라고 하자.
<보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은?
(단, 점 A의 x좌표는 점 B의 x좌표보다 작고 $p<r$이다.) [4점] 0906 가/나17 ④

<보 기>

ㄱ. $p<-\frac{1}{3}$, $r>\frac{1}{2}$

ㄴ. 직선 AB의 기울기와 직선 CD의 기울기는 같다.

ㄷ. 점 B의 y좌표와 점 C의 y좌표가 같을 때, 삼각형 CAB의 넓이와 삼각형 CBD의 넓이는 같다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

270. 함수 $f(x)=\left(\dfrac{x}{x-1}\right)^x$ $(x>1)$에 대하여

<보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점] 0906 가27 미적분 ③

<보 기>

ㄱ. $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=e$

ㄴ. $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)f(x+1)=e^2$

ㄷ. $k\geq 2$일 때, $\lim\limits_{x\to\infty} f(kx)=e^k$이다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ　④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

271. 함수 $f(x)=x+\sin x$에 대하여 함수 $g(x)$를 $g(x)=(f\circ f)(x)$로 정의할 때, <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점] 2008수능 가27 미적분 ⑤

<보 기>

ㄱ. 함수 $f(x)$의 그래프는 열린구간 $(0, \pi)$에서 위로 볼록하다.

ㄴ. 함수 $g(x)$는 열린구간 $(0, \pi)$에서 증가한다.

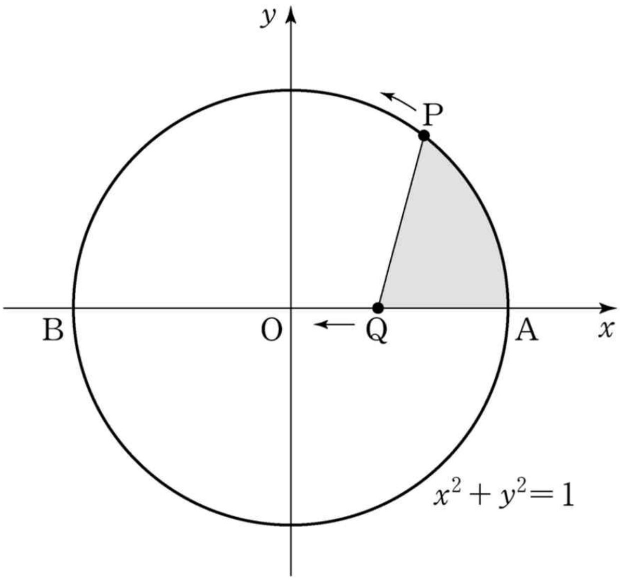
ㄷ. $g'(x)=1$인 실수 x가 열린구간 $(0, \pi)$에 존재한다.

① ㄱ　② ㄷ　③ ㄱ, ㄴ

④ ㄴ, ㄷ　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

272. 그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 P는 점 A$(1,\,0)$에서 출발하여 원 둘레를 따라 시계 반대 방향으로 매초 $\frac{\pi}{2}$의 일정한 속력으로 움직이고 있다. 점 Q는 점 A에서 출발하여 점 B$(-1,\,0)$을 향하여 매초 1의 일정한 속력으로 x축 위를 움직이고 있다. 점 P와 점 Q가 동시에 점 A에서 출발하여 t초가 되는 순간, 선분 PQ, 선분 QA, 호 AP로 둘러싸인 어두운 부분의 넓이를 S라 하자. 출발한 지 1초가 되는 순간, 넓이 S의 시간(초)에 대한 변화율은? [4점]

2008수능 가29 미적분 ④



① $\frac{\pi}{4}-1$　② $\frac{\pi}{4}$　③ $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{3}$

④ $\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}$　⑤ $\frac{\pi}{4}+1$

273. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$에 대하여 점 $\mathrm{A}(a, f(a))$를 곡선 $y=f(x)$의 변곡점이라 하고, 곡선 $y=f(x)$ 위의 점 A에서의 접선의 방정식을 $y=g(x)$라 하자. 직선 $y=g(x)$가 함수 $f(x)$의 그래프와 점 $\mathrm{B}(b, f(b))$에서 접할 때, 함수 $h(x)$를

$$h(x)=f(x)-g(x)$$

라 하자. <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? (단, $a \neq b$이다.) [4점]

2007수능 가29 미적분 ⑤

<보 기>

ㄱ. $h'(b)=0$

ㄴ. 방정식 $h'(x)=0$은 3개 이상의 실근을 갖는다.

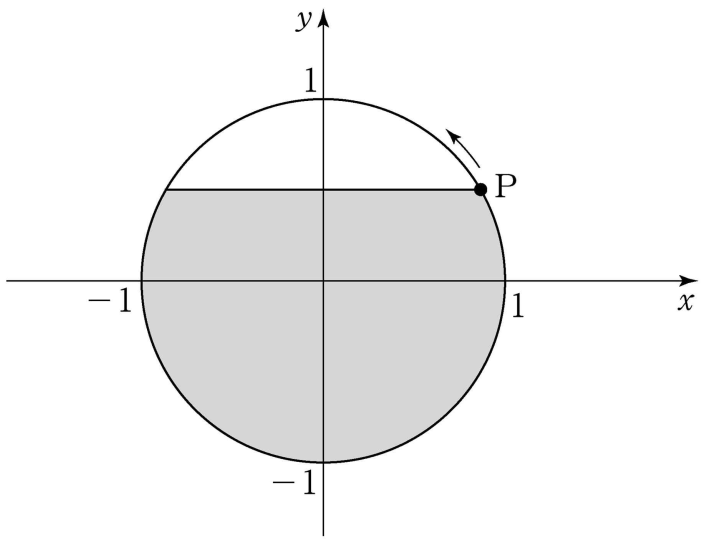
ㄷ. 점 $(a, h(a))$는 곡선 $y=h(x)$의 변곡점이다.

① ㄱ　　② ㄴ　　③ ㄱ, ㄴ

④ ㄱ, ㄷ　　⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

274. 그림과 같이 좌표평면에서 원 $x^2+y^2=1$ 위의 점 P가 점 $(1, 0)$에서 출발하여 원점을 중심으로 매초 $\frac{1}{40}$(라디안)의 일정한 속력으로 원 위를 시계 반대 방향으로 움직이고 있다. 점 P에서 x축에 평행한 직선을 그을 때, 원과 직선으로 둘러싸인 어두운 부분의 넓이를 S라 하자. 점 P가 점 $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$을 지나는 순간, 넓이 S의 시간(초)에 대한 변화율은 $\frac{b}{a}$이다. $a+b$의 값을 구하시오.

(단, a와 b는 서로소인 자연수이다.) [4점] 2007수능 가30 83



275. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$가 $f(-1)=-1$, $f(0)=1$, $f(1)=0$을 만족시킬 때, <보기>에서 항상 옳은 것을 모두 고른 것은? [3점] 0709 가28 미적분 ②

<보 기>

ㄱ. $f(a)=\frac{1}{2}$인 실수 a가 구간 $(-1, 1)$에 두 개 이상 존재한다.
ㄴ. $f'(b)=-1$인 실수 b가 구간 $(-1, 1)$에 적어도 한 개 존재한다.
ㄷ. $f''(c)=0$인 실수 c가 구간 $(-1, 1)$에 적어도 한 개 존재한다.

① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

276. 두 다항함수 $f_1(x)$, $f_2(x)$가 다음 세 조건을 만족시킬 때, 상수 k의 값은?

[4점] 0706 가10 ①

(가) $f_1(0)=0$, $f_2(x)=0$

(나) $f_i{}'(0)=\lim_{x\to 0}\dfrac{f_i(x)+2kx}{f_i(x)+kx}$ $(i=1,\ 2)$

(다) $y=f_1(x)$와 $y=f_2(x)$의 원점에서의 접선이 서로 직교한다.

① $\dfrac{1}{2}$ ② $\dfrac{1}{4}$ ③ 0 ④ $-\dfrac{1}{4}$ ⑤ $-\dfrac{1}{2}$

277. 좌표평면에서 곡선 $y=\cos^n x$ $\left(0<x<\frac{\pi}{2},\ n=2,\ 3,\ 4,\ \cdots\right)$의 변곡점의 y좌표를 a_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} a_n$의 값은? [3점] 0909 가27 미적분 ③

① $\frac{1}{e^2}$ ② $\frac{1}{e}$ ③ $\frac{1}{\sqrt{e}}$ ④ $\frac{1}{2e}$ ⑤ $\frac{1}{\sqrt{2e}}$

278. 좌표평면에서 곡선 $y=\frac{xe^{x^2}}{e^{x^2}+1}$ 과 직선 $y=\frac{2}{3}x$ 로 둘러싸인 두 부분의 넓이의 합은? [3점] 0909 가28 미적분 ①

① $\frac{5}{3}\ln 2-\ln 3$

② $2\ln 3-\frac{5}{3}\ln 2$

③ $\frac{5}{3}\ln 2+\ln 3$

④ $2\ln 3+\frac{5}{3}\ln 2$

⑤ $\frac{7}{3}\ln 2-\ln 3$

279. $a>0$, $b>0$, $a \neq 1$, $b \neq 1$일 때, 함수 $f(x)=\dfrac{b^x+\log_a x}{a^x+\log_b x}$에 대하여

<보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점] 0909 가29 미적분 ③

<보 기>

ㄱ. $1<a<b$이면 $x>1$인 모든 x에 대하여 $f(x)>1$이다.

ㄴ. $b<a<1$이면 $\lim\limits_{x \to \infty} f(x)=0$이다.

ㄷ. $\lim\limits_{x \to 0+} f(x)=\log_a b$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄷ

④ ㄴ, ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ