

NỮỚC

MẪM

“연습은 끝났다.
이제는 뇌에 추억만을 붓는다.”

Nước Mắm Chef

수학 영역

홀수형

성명		수험 번호																	
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
 - 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.
- 매콤달콤 맛있는 느억맘소스
- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
 - 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
 - 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
 - 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

- ※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.
- 공통과목 1~8쪽
 - 선택과목
 - 확률과 통계 미제공
 - 미적분 미제공
 - 기하 미제공

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

Nuoc Mam Chef

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. 10 이하의 자연수 m, n 에 대하여,

$$\log_2 \left\{ \frac{(m+n)^3}{2^m 2^n} \right\}$$

이 자연수가 되도록 하는 순서쌍 (m, n) 의 개수는? [2점]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

2. 함수 $f(x)$ 는 다음과 같이 정의되어 있다.

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 3x + 2 & (x < 1) \\ ax + b & (x \geq 1) \end{cases}$$

함수 $f(x)$ 가 $x=1$ 에서 미분 가능하도록 하는 실수 a, b 에 대하여, $a+b$ 의 값은? [2점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

3. 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_1 = 1, a_2 = 4, a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n + 2$$

를 만족시키고, 수열 $\{b_n\}$ 이 다음과 같이 정의된다.

$$b_n = \sum_{k=1}^n (a_{k+2} - 2a_{k+1} + a_k)$$

$b_1 = 2$ 일 때, $a_3 + b_5$ 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

4. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ 에 대하여, 함수 $g(x)$ 가 다음과 같이 정의된다.

$$g(x) = \left| \int_1^x f(t) dt \right|$$

이때 $\sum_{n=1}^k g(n) < 20$ 을 만족시키는 자연수 k 의 최댓값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

5. $f(x) = \sin^2\left(x - \frac{\pi}{2}\right) + \sin(\pi - x) + k$ 에 대하여

함수 $f(x)$ 와 직선 $y=4$ 가 닫힌구간 $[0, 4\pi]$ 에서 만나는 점의 개수가 홀수가 되도록 하는 모든 정수 k 의 값의 합은? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7. 함수 $f(x) = \log_2 x$, $g(x) = 2^x$ 에 대하여 양의 실수 k 에 대해 점 $A(k, f(k))$, $B(k, g(k))$ 를 잡았을 때, $f(k) + g(k) = 18$ 을 만족한다고 한다. 또한, 직선 $y = -x + a$ 가 x 축과 만나는 점을 Q 라고 하자. 이때 삼각형 OAB 와 삼각형 ABQ 의 넓이가 같도록 하는 상수 a 의 값은? (단, O 는 원점이다.) [4점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

6. 실수 a 에 대하여, 함수

$$f(x) = (1+a) \int_1^x t^2 dt - \int_1^x 5t dt + \int_1^x 3t dt$$

가 닫힌구간 $[1, 4]$ 에서 증가함수가 되도록 하는 실수 a 의 최솟값은? [3점]

- ① 1 ② $\frac{13}{12}$ ③ $\frac{7}{6}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{4}{3}$

8. 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x) = \int_0^x f(t)dt$$

함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(1) = 8$
 (나) $g(x) - g(-x) = 2x^3 + 6x$

이때, $f(-1)$ 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

9. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여 다음을 만족시킨다.

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2 & (a_n \text{이 홀수일 때}) \\ \frac{a_n}{2} & (a_n \text{이 짝수일 때}) \end{cases}$$

이때, $a_5 = 5$ 를 만족시키는 100 이하의 모든 자연수 a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① 96 ② 108 ③ 120 ④ 132 ⑤ 144

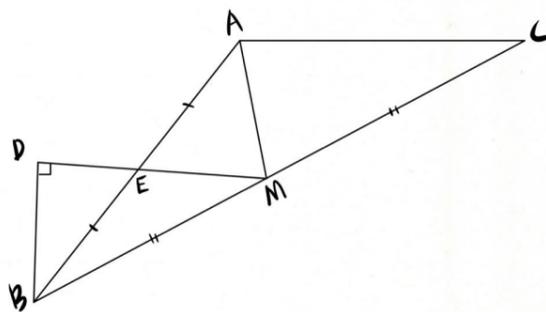
10. 그림과 같이 삼각형 ABC 에서 \overline{BC} 의 중점을 M 이라 하자.

$\overline{BM} = \overline{MC} = 4$ 이고, $\sin \angle ABM = \frac{\sqrt{2}}{3}$ 을 만족시킨다. 점 D 는 점

M 에서 그은 직선 위의 한 점이며, 점 E 는 \overline{AB} 와 \overline{MD} 의 교점이다. 다음 조건이 성립할 때, 삼각형 ABC 의 외접원의 넓이는? [4점]

- (가) $\overline{AE} = \overline{BE}$, $\overline{DE} = \sqrt{2}$, $\overline{DE} \perp \overline{BD}$
 (나) $\cos \angle BED : \cos \angle BMD = \sqrt{2} : 3$

- ① $\frac{75\pi}{4}$ ② $\frac{78\pi}{4}$ ③ $\frac{81\pi}{4}$ ④ 21π ⑤ $\frac{87\pi}{4}$



11. 함수 $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ 에 대하여, 함수 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x) = \int_1^x f(t) dt$$

$h(x) = f(x)g(x)$ 에 대하여 다음 조건을 모두 만족하는 정수 k 의 값은? [4점]

- (가) 함수 $h(x)$ 는 $x = k$ 에서 극값을 갖는다.
- (나) 정수 k 에 대하여 $g(k+1) - g(k-1) = 2f(k)$ 이 성립한다.

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

12. 그림과 같이 점 C 는 선분 AG 를 3:5로 내분하고, 점 I 는 선분 HG 를 1:4로 내분한다. 이때, $\overline{IF} = \overline{CH} = \overline{CG} = 6$ 이고, $\angle IAG = \theta_1$, $\angle HDF = \theta_2$ 일 때, $\cos \theta_1 = \sin \theta_2 = \frac{\sqrt{3}}{4}$ 를 만족한다.

또한, $\angle CHG = \angle CGH = \angle JAC = \delta$ 일 때, $\sin \delta = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 이고,

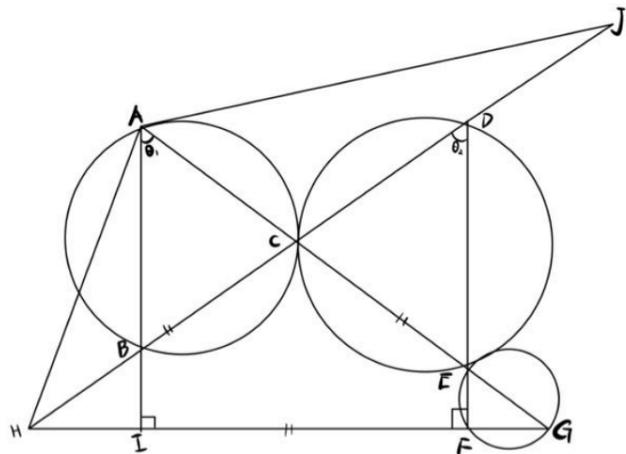
$\angle I = \angle F = \frac{\pi}{2}$, $\overline{AJ} = \overline{HF}$ 를 만족한다. 이때의 삼각형

ABC , CDE , EFG 의 외접원의 넓이를 각각 S_1, S_2, S_3 라 할 때,

$S_1 + \frac{1}{2}S_3 = S_2$ 가 성립한다. 삼각형 ACJ 의 외접원의 반지름을

R_α , 삼각형 BHI 의 외접원의 반지름을 R_β 라 할 때, $R_\alpha + R_\beta$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{6\sqrt{6} + 12\sqrt{3}}{5}$ ② $\frac{9\sqrt{6} + 4\sqrt{3}}{2}$ ③ $2\sqrt{6} + 4\sqrt{3}$
 ④ $3\sqrt{6} + 2\sqrt{3}$ ⑤ $\frac{12\sqrt{6} + 6\sqrt{3}}{5}$



13. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 는 서로 다른 세 실근을 가지며 $f(0)=-4, f(1)=0$ 을 만족하고, 함수 $g(x)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$g(x) = \begin{cases} |f(x)| & (x \leq 1) \\ f(x)f(x-k) & (x > 1) \end{cases}$$

함수 $h(x)=f(x)g(x)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $g(x)$ 는 $x=1$ 에서 연속이고, $f'(-2) < 0, f'(1) > 0$ 을 만족한다.
 (나) 방정식 $h(x)=0$ 의 서로 다른 세 실근을 x_1, x_2, x_3 이라 할 때, $\sum_{i=1}^3 f(x_i)^2 + \sum_{i=1}^3 g(x_i) = 0$ 이 성립한다.

이때 정수 k 의 최솟값은? [4점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

14. 자연수 n 에 대하여 다음과 같이 수열 $\{a_n\}$ 을 정의한다.

$$a_n = \log_2 \left\{ \frac{(n+2)^2}{n(n+4)} \right\}$$

수열 $\{S_k\}$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$S_k = \sum_{n=1}^k a_n$$

이때, $S_k > 5$ 를 만족시키는 자연수 k 의 최솟값은? [4점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

15. 함수 $f(x) = x(x-1)(x-2)$ 이고, 함수 $g(x)$ 는 다음과 같이 정의된다.

$$g(x) = \begin{cases} \int_x^2 f(t) dt & (x < 1) \\ \frac{\{f(x)\}^2}{x-a} & (1 \leq x < 2) \\ \int_1^x |f(t)| dt & (x \geq 2) \end{cases}$$

함수 $f(x)^2 g'(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이 되도록 하는 실수 a 의 값은? [4점]

- ① -1 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

단답형

16. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 다음이 성립한다.

$$a_1 = 1, a_n = \frac{2}{n(n+1)} \sum_{k=1}^{n-1} k a_k \quad (\text{단, } n \geq 2)$$

자연수 m 에 대하여

$$\sum_{n=1}^m a_n > \frac{99}{50}$$

를 만족시키는 가장 작은 m 의 값을 구하시오. [3점]

17. 함수 $f(x) = a^x$, $g(x) = \log_a x$ 에 대하여, 두 함수의 그래프는 1사분면 위의 한 점 P 에서 만난다. 함수 $f(x)$ 의 y 절편을 A , 함수 $g(x)$ 의 x 절편을 B 라 할 때, 세 점 A, B, P 를 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이가 $\frac{3}{2}$ 이다. 이때, 실수 a 의 값을 구하시오. [3점]

18. 삼각형 ABC 에서 $\overline{AB}=c$, $\overline{BC}=a$, $\overline{CA}=b$ 라 할 때, 다음 조건을 만족하는 c 의 값을 구하시오. [3점]

- (가) $b=2c$, $a=\sqrt{3}c$
 (나) 삼각형 ABC 의 외접원의 넓이는 9π 이다.

19. 함수 $f(x)=x^3-3x+10$ 에 대하여, 함수 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x) = \begin{cases} \int_1^x f(t)dt & (x < 2) \\ ax^2 + bx + c & (x \geq 2) \end{cases}$$

이때 함수 $g(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 연속이고, $x=2$ 에서 미분 가능하다.
 (나) $g(3) = \int_1^3 f(t)dt$

이때 $a+b+c$ 의 값을 구하시오. [4점]

20. 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여 $a_{3n-1} = 2a_n(a_{n+1}-1)$

이고, $\sum_{k=1}^3 \log_4\left(\frac{a_{2k+2}}{2}\right) = 3$, $\sum_{k=1}^3 \log_3\left(\frac{a_{3k-1}}{3}\right) = 2$ 를 만족시킨다.

$a_5 + a_{33}$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$f(x) = \int_0^x (t^2 - 2t - 3)dt$$

함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} |f(x) - kx| & (x \leq a) \\ \frac{\{f(x)\}^2}{|f(x)|} & (x > a) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $g(x)$ 는 $x=a$ 에서 연속이다.
 (나) $\{f(1) - k\}\{f(5) - 5k\} > 0$, $\{f(3) - 3k\}\{f(1) - k\} < 0$
 (다) $\int_0^6 g(x)dx = 2 \int_0^3 g(x)dx$

이때, $f(6) - g(3)$ 의 값을 구하시오. [4점]

22. 다항함수 $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x$ 에 대하여, 함수 $g(x)$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$g(x) = \begin{cases} \frac{2|f(x) - 3x| + x^2}{x^2 + 1} & (x \leq a) \\ \frac{f(x) - 3x}{|x - a|} & (x > a) \end{cases}$$

함수 $g(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 연속이고, 다음 조건을 만족시킨다.

$$\sum_{k=1}^3 \{f(k) - 3k - (a-1)^2\} = 21$$

이때 실수 a 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 『선택과목(확률과 통계)』 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

* 바른 정답

③ ② ④ ③ ② ② ② ② ② ③
④ ~~④~~ ⑤ ④ ②

5 3 3 4 108

9 2