

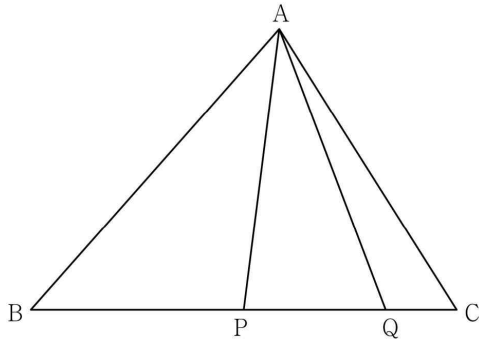
아드레날린 ex 공통

1. $\overline{AB} = 2\sqrt{7}$ 인 삼각형 ABC에서 선분 BC의 중점을 P,
선분 BC를 5 : 1로 내분하는 점을 Q라 하자.

$$\overline{AQ} = 3\sqrt{2}, \sin(\angle QAP) : \sin(\angle APQ) = \sqrt{2} : 3$$

일 때, 삼각형 ABC의 외접원의 넓이는? [2026학년도 6월 14]

- ① $\frac{85}{9}\pi$ ② $\frac{88}{9}\pi$ ③ $\frac{91}{9}\pi$ ④ $\frac{94}{9}\pi$ ⑤ $\frac{97}{9}\pi$

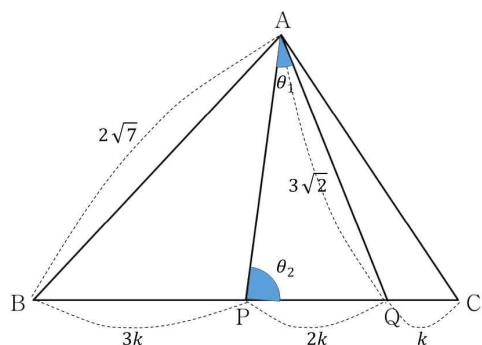


1. 정답 ② [2026학년도 6월 14]

1) 문제해석, 삼각형 - 외부

$\overline{AB} = 2\sqrt{7}$ 인 삼각형 ABC가 있는데 BC의 중점이 P, BC를 5 : 1로 내분하는 점을 Q라 한다네요. 그리고 $\overline{AQ} = 3\sqrt{2}$, $\sin(\angle QAP) : \sin(\angle APQ) = \sqrt{2} : 3$ 이라고 하구요. 거기에 외접원의 넓이를 구하라네요? 그럼 사인법칙을 이용할 준비를 하고 있어야겠죠?

일단 $\overline{BP} = 3k$, $\overline{PQ} = 2k$, $\overline{QC} = k$ 라고 할게요. 그리고 $\angle QAP = \theta_1$, $\angle APQ = \theta_2$ 라고 하겠습니다.



삼각형 APQ를 생각해볼게요. $\sin \theta_1 : \sin \theta_2 = \sqrt{2} : 3$ 니까 $\sqrt{2} \sin \theta_2 = 3 \sin \theta_1$ 이잖아요? 거기에 사인법칙에 대응되는 변의 길이도 다 나와 있네요? 사인법칙에 의하여 $\frac{2k}{\sin \theta_1} = \frac{3\sqrt{2}}{\sin \theta_2}$ 인데 $\sin \theta_2 = \frac{3\sqrt{2}}{2} \sin \theta_1$ 를 넣어서 정리하면 $k = 1$ 이네요.

이제 삼각형의 넓이를 구해야 하는데 $\overline{AB} = 2\sqrt{7}$ 를 알고 있으니까 $\frac{2\sqrt{7}}{\sin C} = 2R$ 을 생각해볼 수 있어요. 그런데 $\sin C$ 는 어떻게 구하죠? $\cos C$ 를 구한 이후에 $\sin^2 + \cos^2 = 1$ 을 이용하려고 해도 $\overline{AC}$ 를 모르겠어요.

그런데 삼각형 ABQ를 보면 모든 변의 길이가 다 나와 있네요? 이러면 $\cos(\angle ABC)$ 을 구할 수 있죠?

$$\cos(\angle ABC) = \frac{(2\sqrt{7})^2 + 5^2 - (3\sqrt{2})^2}{2 \times 2\sqrt{7} \times 5} = \frac{\sqrt{7}}{4} \text{입니다.}$$

그런데 이걸 $\cos(\angle ABC) = \frac{(2\sqrt{7})^2 + 6^2 - (\overline{AC})^2}{2 \times 2\sqrt{7} \times 6} = \frac{\sqrt{7}}{4}$ 으로도 가능하잖아요? $\overline{AC} = \sqrt{22}$ 입니다. 이러면 바로 가면 되겠네요.

$$\cos(\angle ABC) = \frac{\sqrt{7}}{4} \text{이고 } \sin^2 + \cos^2 = 1 \text{이므로 } \sin^2(\angle ABC) = \frac{9}{16} \text{ 인데 } \angle ABC \text{는 예각이므로}$$

$\sin(\angle ABC) = \frac{3}{4}$ 입니다. 따라서 $\frac{4\sqrt{22}}{3} = 2R$ 이고 $R = \frac{2\sqrt{22}}{3}$ 이네요. 넓이는 $\pi R^2 = \frac{88}{9}\pi$ 입니다. 답은 ②번이네요.

2. 상수 k 와 $f'(0)=6$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x)+k & (|x|>1) \\ -f(x) & (|x|\leq 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $k+f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은?

[2026학년도 6월 15]

(가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{x\rightarrow a+}\frac{g(x)-g(a)}{x-a}$ 의 값이 존재하고 그 값은 0 이하이다.

(나) x 에 대한 방정식 $g(x)=t$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 t 의 최댓값은 13이다.

- ① $\frac{15}{4}$
- ② $\frac{27}{4}$
- ③ $\frac{39}{4}$
- ④ $\frac{51}{4}$
- ⑤ $\frac{63}{4}$

2. 정답 ① [2026학년도 6월 15]

1) 문제 해석, 함수 극한의 논리

상수 k 가 있고 $f'(0)=6$ 인 삼차함수 $f(x)$ 가 있다고 합니다. 이때 $g(x)$ 가 $g(x)=\begin{cases} f(x)+k & (|x|>1) \\ -f(x) & (|x|\leq 1) \end{cases}$ 라고

하네요. 일단 이 식부터 해석해볼게요.

절댓값을 풀어 정리하면 $g(x)=\begin{cases} f(x)+k & (x<-1, x>1) \\ -f(x) & (-1\leq x\leq 1) \end{cases}$ 이네요. 그러니까 $x<-1, x>1$ 부분은 $f(x)$ 를

그대로 쓰는데 k 만큼만 위아래로 움직인 함수이고, $-1\leq x\leq 1$ 부분은 $f(x)$ 의 부호를 반대로 바꾼

함수입니다. 다시 말하면 $f(x)$ 를 $x<-1, x>1$ 의 부분에서 짜르고 k 만큼 움직인 다음 $-1\leq x\leq 1$ 부분은 부호만 반대로 바꾼 함수네요.

이때 (가)조건에서 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{x\rightarrow a+} \frac{g(x)-g(a)}{x-a}$ 의 값이 존재하고 0 이하라고 합니다. 이걸

미분계수를 구하는 것과 형태가 비슷하죠? 그런데 우극한이네요. 따라서 저건 우미분계수를 표현한 식이라고 할 수 있겠어요.

분모가 0으로 가는데 극한값이 존재하므로 분자 역시 0으로 가야 합니다. 따라서 $\lim_{x\rightarrow a+} g(x)=g(a)$ 이네요. 이게

모든 실수 a 에 대하여 성립하므로 $g(x)$ 는 $x=a$ 에서의 우극한값과 함숫값이 동일해야 합니다.

$x=-1, x=1$ 이 아닌 부분에선 어차피 $g(x)$ 는 다항함수이므로 연속이니까 신경 쓸 필요가 없어요. 그런데

$x=-1, x=1$ 에서는 함수가 바뀌는데 $g(x)=-f(x)$ 일 때만 등호가 들어가 있죠? $x=-1$ 일 때는 어차피

우극한값과 함숫값이 동일하니까 상관이 없어요. 그런데 $x=1$ 일 때는? 함숫값은 $-f(1)$ 인데 우극한값은

$f(1)+k$ 이죠? $x>1$ 일 때 $g(x)=f(x)+k$ 이니까요. 따라서 $-f(1)=f(1)+k$ 이고 $f(1)=-\frac{k}{2}$ 입니다.

$k=-2f(1)$ 이므로 이걸 대입해서 식을 수정하면 $g(x)=\begin{cases} f(x)-2f(1) & (x<-1, x>1) \\ -f(x) & (-1\leq x\leq 1) \end{cases}$ 이네요.

값이 존재하고 그 값이 0 이하여야 한다는 건, 우미분계수가 0 이하여야 한다는 거죠? 그런데 일단

$x=-1, x=1$ 을 제외한 다른 부분은 그냥 평범한 삼차함수잖아요? 좌미분계수와 우미분계수가 같은

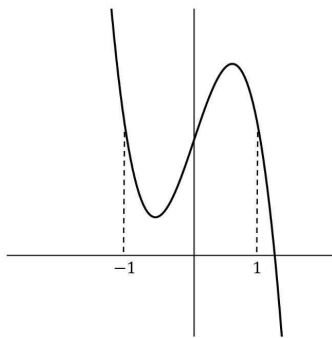
미분가능함수입니다. 그러니까 $x=-1, x=1$ 을 제외하고는 미분계수가 0 이하여야 한다는 것이고, 이는

미분계수가 0이거나 감소해야 한다는 거죠. 만약 $f(x)$ 의 최고차항의 계수가 양수라면? $x < -1$, $x > 1$ 에서 $g(x) = f(x) - 2f(1)$ 니까 계속 증가하는 형태를 보이겠죠? 따라서 $f(x)$ 의 최고차항의 계수는 음수입니다.

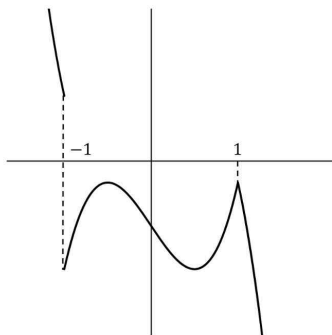
또한 $f(x)$ 의 최고차항의 계수가 음수이므로 $f(x)$ 의 극소점부터 극대점까지 $f(x)$ 가 증가하는 부분이 발생합니다. $x < -1$, $x > 1$ 에서 $g(x) = f(x) - 2f(1)$ 인데 만약 이 부분에 증가하는 부분이 포함된다면? 우미분계수가 0 이하가 나올 수가 없겠죠? 따라서 최소한 극소점과 극대점은 $-1 \leq x \leq 1$ 사이에 있어야 합니다. 그리고 마침 $f'(0) = 6$ 이기도 하죠?

2) 함수 보이면 관찰 $\rightarrow$ 그래프 그리기

만약 $f(x)$ 의 극소점과 극대점이 $-1 < x < 1$ 에 있다고 해볼게요. 그래프를 그려보면



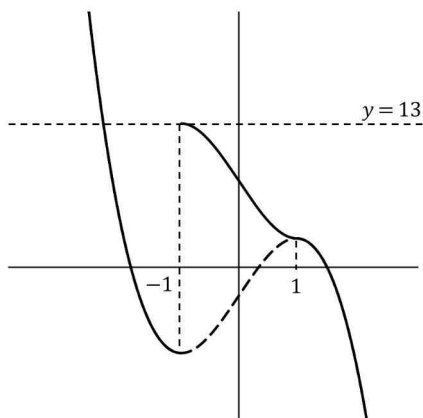
이 함수를 $x < -1$, $x > 1$ 의 범위에서는 $g(x) = f(x) - 2f(1)$ 로, $-1 \leq x \leq 1$ 에서는 $g(x) = -f(x)$ 로 그려보면



이렇게 됩니다. 이러면 $-1 \leq x \leq 1$ 에서 $g(x)$ 가 증가하는 부분이 생기지

않나요? $x = -1$ 부터 $f(x)$ 의 극소점의 x 좌표까지, $f(x)$ 의 극대점의 x 좌표부터 $x = 1$ 까지 $g(x)$ 가 증가하네요. 결국 우미분계수가 0 초과인 부분이 발생하므로 조건을 만족하지 못합니다. 따라서 $f(x)$ 는 $x = -1$ 극소, $x = 1$ 에서 극대입니다.

(나)조건에서 $g(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 t 의 최댓값은 13이라고 하네요. 일단 $x = -1$ 극소, $x = 1$ 에서 극대인 최고차항의 계수가 음수인 삼차함수를 만들고, $g(x)$ 를 설정한 후 x 축에 평행한 직선을 그어 두 점에서 만나는 가장 높은 부분의 y 좌표가 양수이고, 그 값이 13이 되도록 만들어보면



이렇게 되겠네요. 점선은 $f(x)$, 실선은 $g(x)$ 입니다. $x=-1$ 에서는

등호가 들어가 있으므로 $y=13$ 과 만나죠?

근데 $-1 \leq x \leq 1$ 에서 $g(x)=-f(x)$ 잭아요? $g(-1)=13$ 이므로 $f(-1)=-13$ 이네요.

정리해보면 $f'(-1)=f'(1)=0$, $f'(0)=6$, $f(-1)=-13$ 이네요. 이걸 도함수부터 구하고 부정적분해서 올라옵시다.

$f'(-1)=f'(1)=0$ 이므로 $f'(x)=a(x+1)(x-1)$ 입니다. $f'(0)=6$ 이므로 $-a=6$ 이고 $a=-6$ 입니다.

$f'(x)=-6(x+1)(x-1)=-6x^2+6$ 이므로 $f(x)=-2x^3+6x+C$ 인데 $f(-1)=-13$ 이므로 $C=-9$ 입니다.

$f(x)=-2x^3+6x-9$ 이네요.

$k+f\left(\frac{1}{2}\right)$ 를 구해야 하는데 $k=-2f(1)=10$ 이고 $f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{25}{4}$ 이므로 답은 $\frac{15}{4}$ 입니다. ①번이네요.

3. 함수 $f(x)=(x-1)(x-2)$ 와 최고차항의 계수가 1인
사차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 a 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)} \text{의 값과 } \lim_{x \rightarrow a} \frac{|g(x)-f(x)|}{g(x)} \text{의 값이}$$

모두 존재한다.

$g(-1)$ 의 값을 구하시오. [2026학년도 6월 21]

3. 정답 42 [2025년 3월 21]

1) 함수 극한의 논리, 절댓값 함수

$f(x) = (x-1)(x-2)$ 가 있고 최고차항의 계수가 1인 사차함수가 있다고 하네요. 이때

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)}$ 와 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{|g(x) - f(x)|}{g(x)}$ 의 값이 모두 존재한다고 합니다.

일단 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)}$ 부터 볼게요. 이 극한의 값이 모든 실수 a 에 대하여 존재해야 한다고 하네요. 그런데

분모가 0으로 가는 a 가 1, 2가 존재하죠? $f(x) = (x-1)(x-2)$ 이므로 $f(1) = f(2) = 0$ 이니까요.

이때 위 아래에 공통적으로 $f(x)$ 가 있으니까 일반적인 경우에는 둘 다 약분되어 사라질 거예요. 만약

$f(x) > 0$ 이라면 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = g(a)$ 가 될 거구요, $f(x) < 0$ 이라면

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)} = -\lim_{x \rightarrow a} g(x) = -g(a)$ 가 되겠네요. 그러면 $x = 1$, $x = 2$ 일 때는요? $f(x)$ 의 개형을

생각하면 $x = 1$, $x = 2$ 에서 부호가 반대로 바뀌잖아요? 그러면 좌극한인지, 우극한인지에 따라 값이 달라지게 됩니다. 극한값이 존재한다는 건 좌극한값과 우극한값이 같아야 한다는 거니까요.

$|f(x)| = \begin{cases} (x-1)(x-2) & (x < 1, x > 2) \\ -(x-1)(x-2) & (1 \leq x \leq 2) \end{cases}$ 입니다. $x = 1$ 부터 확인해보면 좌극한은 $x = 1$ 보다 작은

부분에서의 극한이므로 $\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{g(x) \times (x-1)(x-2)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1-} g(x) = g(1)$ 이고, 우극한은 $x = 1$ 보다 큰 부분에서의

극한이므로 $\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{g(x) \times -(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-2)} = -\lim_{x \rightarrow 1+} g(x) = -g(1)$ 입니다. 두 값이 같아야 극한값이 존재하므로

$g(1) = -g(1)$ 이고 $g(1) = 0$ 이네요.

$x = 2$ 일 때도 마찬가지로 아닐까요? $x = 2$ 일 때 좌극한은

$\lim_{x \rightarrow 2-} \frac{g(x) \times -(x-1)(x-2)}{(x-1)(x-2)} = -\lim_{x \rightarrow 2-} g(x) = -g(2)$ 이고 우극한은

$\lim_{x \rightarrow 2+} \frac{g(x) \times (x-1)(x-2)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2+} g(x) = g(2)$ 입니다. 같아야 하므로 $g(2) = -g(2)$ 이고 $g(2) = 0$ 이네요.

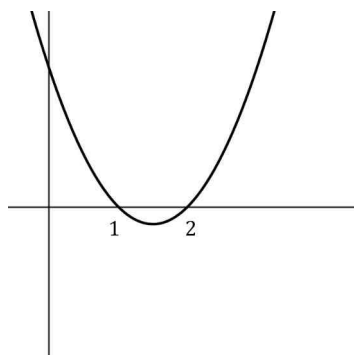
2) 함수 보이면 관찰 → 그래프 그리기, 절댓값 함수

이제 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{|g(x)-f(x)|}{g(x)}$ 로 넘어가봅시다. 이 역시 모든 실수 a 에 대하여 극한값이 존재해야 합니다. 이때

분모가 0으로 가는 a 가 일단 1, 2가 있죠? $g(1)=g(2)=0$ 이니까요. 그럼 분자도 0으로 가야 하는데 마침 $f(1)=g(1)=0$, $f(2)=g(2)=0$ 이네요?

그럼 여기서 끝인가요? 저 식의 분자는 $g(x)-f(x)$ 가 아닌 $|g(x)-f(x)|$ 입니다.

차함수는 차함수 자체를 새로운 함수로 해석하는 것도 가능하지만 따로 떼어내서 서로 만난다, 접한다는 관점으로도 생각해 볼 수 있습니다. $f(1)=g(1)=0$, $f(2)=g(2)=0$ 이므로 $g(x)$ 와 $f(x)$ 는 $x=1$, $x=2$ 에서 만나게 됩니다. 이때 $f(x)$ 의 개형을 생각해보면



이런 개형입니다.

3) 함수 구하기 - 차함수

일단 $x=1$ 을 생각해봅죠. $f(1)=g(1)=0$ 이므로 $x=1$ 에서 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 $(1, 0)$ 에서 만나야 합니다. 위의 개형을 $g(x)$ 가 지나가는 걸 생각해볼게요.

경우는 두 가지입니다. 일단 $f(1)=g(1)=0$ 이므로 $g(x)-f(x)$ 의 $(x-1)$ 이라는 인수는 최소 하나는 있는데, 하나만 있거나 두 개 이상 있거나죠.

먼저 인수가 하나인 경우로 가정해볼게요. 인수가 하나라는 말의 의미를 생각해봅세요. $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 $x=1$ 에서 만나는데 접하지는 않는다는 거죠. 다시 말하면 $g(x)$ 는 $x=1$ 에서 $f(x)$ 를 뚫고 지나가는 형태라는 거예요. 이걸 다시 표현하면 $x=1$ 에서 $g(x)-f(x)$ 의 부호가 바뀐다는 말이 됩니다. $g(x)$ 가 $f(x)$ 의 아래쪽에서 위쪽으로 뚫고 올라오든, 위에서 아래로 뚫고 올라오든 $g(x)>f(x)$ 였다가 $f(x)>g(x)$ 가 되는, 혹은 그 반대인 상황이 발생한다는 거죠.

그러면 $\lim_{x \rightarrow 1} |g(x) - f(x)|$ 는 극한값이 존재하지 않게 되겠죠? $x = 1$ 에서 $g(x) - f(x)$ 의 부호가 바뀌니까 이걸 절댓값 씌운 함수의 극한은 좌극한과 우극한의 부호가 반대가 될 테니까요.

그러면 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{|g(x) - f(x)|}{g(x)}$ 의 $a = 1$ 에서의 극한값은 존재하지 않겠네요. 좌극한과 우극한의 부호가 서로

반대이므로 $\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{g(x) - f(x)}{g(x)}, \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{-g(x) + f(x)}{g(x)}$ 인데 위 아래 모두 $(x - 1)$ 이라는 인수를 최소 하나는 가지고 있어요. 위의 $g(x) - f(x)$ 는 우리가 $(x - 1)$ 이라는 인수를 하나만 가진다고 가정했고, 분모인 $g(x)$ 가 인수를 두 개 이상 가진다면 아예 극한값이 존재하지 않으므로 $g(x)$ 는 $(x - 1)$ 이라는 인수를 하나만 가져야 합니다.

위 아래가 모두 $(x - 1)$ 이라는 인수를 하나만 가진다면 위아래 같은 인수로 약분됩니다. 이때

$g(x) - f(x) = (x - 1)\alpha(x), g(x) = (x - 1)(x - 2)\beta(x)$ 라고 하면 $g(x) - f(x), g(x)$ 모두 $(x - 1)$ 이라는 인수를

하나만 가진다고 가정했으므로 약분한 후에 $\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{\alpha(x)}{(x - 2)\beta(x)}, \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{-\alpha(x)}{(x - 2)\beta(x)}$ 가 됩니다. $\alpha(x), \beta(x)$ 모두

$(x - 1)$ 이라는 인수를 갖지 않으니까 $\alpha(1) \neq 0, \beta(1) \neq 0$ 이죠? 따라서 두 극한값은 같지 않습니다. 이러면 극한값이 존재하지 않게 되네요. 따라서 $g(x) - f(x)$ 는 $(x - 1)$ 이라는 인수를 최소 두 개를 가져야 합니다.

그런데 이걸 $a = 2$ 일 때의 극한도 마찬가지잖아요? 따라서 $g(x) - f(x)$ 는 $(x - 2)$ 이라는 인수를 최소 두 개를 가져야 합니다. 이때 $g(x)$ 가 최고차항의 계수가 1인 사차함수이고, $f(x) = (x - 1)(x - 2)$ 이므로 함수를

구해보면 $g(x) - f(x) = (x - 1)^2(x - 2)^2$ 이고 $g(x) = (x - 1)^2(x - 2)^2 + (x - 1)(x - 2)$ 입니다.

$g(-1) = 42$ 이네요.

$g(x) = (x - 1)(x - 2)(x^2 + ax + b)$ 라고 두면 $g(x) - f(x) = (x - 1)(x - 2)(x^2 + ax + b - 1)$ 로 둘 수 있을

거예요. 따라서 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|(x - 1)(x - 2)(x^2 + ax + b - 1)|}{(x - 1)(x - 2)(x^2 + ax + b)}$ 의 극한값이 존재해야 합니다.

4. $k > 1$ 인 실수 k 에 대하여 두 곡선

$$y = 2^x + \frac{k}{2}, \quad y = k \times \left(\frac{1}{2}\right)^x + k - 2$$

가 만나는 점을 A라 하고, 점 A를 지나고 기울기가 -1 인
직선이 곡선 $y = 2^{x-2} - 3$ 과 만나는 점을 B라 하자.

삼각형 AOB의 넓이가 16일 때, $k + \log_2 k = \frac{q}{p}$ 이다.

$p + q$ 의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, p 와 q 는 서로소인
자연수이다.) [2026학년도 6월 22]

4. 정답 38 [2026학년도 3월 22]

1) 문제해석

$k > 1$ 인 실수 k 에 대하여 $y = 2^x + \frac{k}{2}$, $y = k \times \left(\frac{1}{2}\right)^x + k - 2$ 가 만나는 점을 A라고 하자네요. 일단 아는 게 아무것도 없으니 이 점의 x 좌표를 a 라고 해볼게요. 그러면 $2^a + \frac{k}{2} = k \times \left(\frac{1}{2}\right)^a + k - 2$ 이네요.

이거 2^a 랑 $\left(\frac{1}{2}\right)^a$ 로 되어 있는 거 보니까 $t + a = \frac{1}{t} + b$ 이런 형태가 보이지 않나요? $2^a = t$ 라 하면

$t + \frac{k}{2} = \frac{k}{t} + k - 2$ 입니다. 이때 $2^a > 0$ 이므로 $t > 0$ 이구요. 정리하면 $2t^2 + (-k + 4)t - 2k = 0$ 이고

$(2t - k)(t + 2) = 0$ 입니다. $t = \frac{k}{2}$ 이거나 $t = -2$ 인데 $t > 0$ 이니까 $t = \frac{k}{2}$ 이네요. 따라서 $2^a = \frac{k}{2}$ 이고

$2^{a+1} = k$ 입니다.

곡선을 다시 정리하면 $y = 2^x + 2^a$, $y = 2^{a+1} \times \left(\frac{1}{2}\right)^x + 2^{a+1} - 2$ 가 되네요. 아무튼 $A(a, 2^{a+1})$ 입니다.

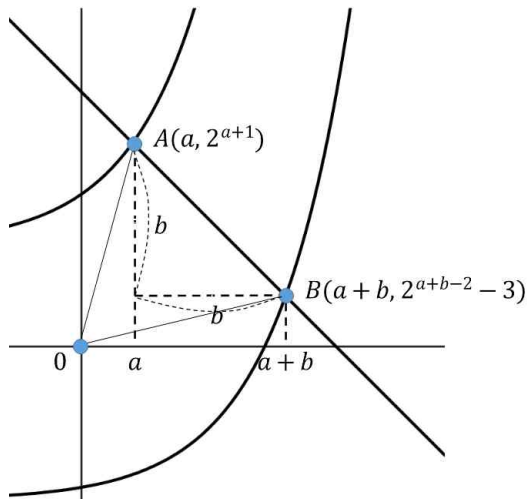
이때 점 A를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 $y = 2^{x-2} - 3$ 과 만나는 점을 B라고 하자네요.

$y = 2^{x-2} - 3$ 이라는 곡선은 $y = 2^x$ 를 x 축의 방향으로 2만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한

곡선이잖아요? 마침 A를 지나는 곡선 중에 $y = 2^x + 2^a$ 가 있네요? 서로 관련이 있을 것 같아요. 이거 그래프 그려봅시다.

일단 B의 x 좌표를 A의 x 좌표보다 b 만큼 움직였다고 생각해볼게요. A와 B 모두 기울기가 -1 인 직선 위의 점이므로 x 좌표가 b 만큼 커지면 y 좌표는 b 만큼 작아져야겠죠?

2) 함수 보이면 관찰 → 그래프 그리기



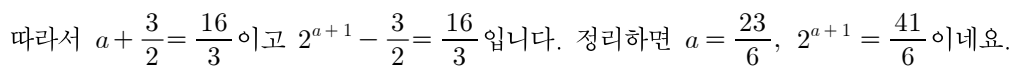
이렇게 그릴 수 있습니다. 이때 아까 말했듯이 A와 B 모두 기울기가 -1 인 직선 위의 점이므로 y 좌표는 b 만큼 작아져야 합니다. 따라서 $2^{a+1} - b = 2^{a+b-2} - 3$ 입니다. 이거 양변을 비교해보면 $b=3$ 이면 딱 맞지 않나요?
 $b=3$ 입니다.

이제 AOB 의 넓이가 16이라고 하네요. 일단 $\overline{AB} = 3\sqrt{2}$ 이죠? 그림 상에서 $b=3$ 이므로 직각삼각형의 빗변의 길이입니다. 이때 밑변이 $3\sqrt{2}$ 이고 넓이가 16이므로 높이는 $\frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times h = 16$ 이고 $h = \frac{16\sqrt{2}}{3}$ 이네요.

이건 $\overline{AB}$ 와 수직이 되도록 높이가 되는 점을 원점과 이어야 하잖아요? 그런데 A와 B 모두 기울기가 -1 인 직선 위에 있으니까 사실상 기울기가 1이고 원점을 지나는 $y=x$ 와 A와 B의 중점간의 길이로 재면 되겠네요?
 그 중점을 C라 하면 $C\left(a + \frac{3}{2}, 2^{a+1} - \frac{3}{2}\right)$ 입니다.

이때 높이가 $h = \frac{16\sqrt{2}}{3}$ 이므로 C의 좌표는 사실상 $C\left(\frac{16}{3}, \frac{16}{3}\right)$ 네요? C는 $y=x$ 위의 좌표이고 각각의

x 좌표, y 좌표의 값을 두 변의 길이로 하는 직각이등변삼각형의 빗변의 넓이가 $\frac{16\sqrt{2}}{3}$ 이니까요.



$p = 3, q = 35$ 이므로 $p + q = 38$ 입니다.

확통

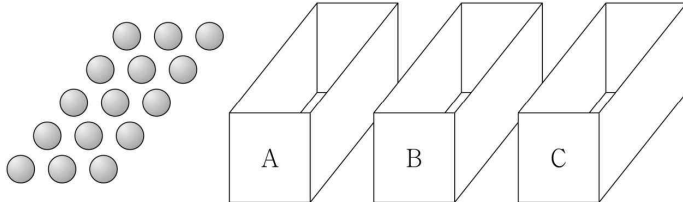
5. 공 15개와 비어 있는 세 상자 A, B, C가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 세 상자 A, B, C에 공을 넣는 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져
 나온 눈의 수가 3의 배수이면
 세 상자 A, B, C에 넣는 공의 개수가 각각 1, 2, 0이고,
 나온 눈의 수가 3의 배수가 아니면
 세 상자 A, B, C에 넣는 공의 개수가 각각 1, 1, 1이다.

이 시행을 5번 반복한 후 상자 B에 들어 있는 공의 개수가 홀수일 때, 상자 A에 들어 있는 공의 개수와 상자 C에 들어 있는 공의 개수의 합이 8 이상일 확률은?

[2026학년도 6월 확통 28]

- ① $\frac{44}{61}$ ② $\frac{47}{61}$ ③ $\frac{50}{61}$ ④ $\frac{53}{61}$ ⑤ $\frac{56}{61}$



5. 정답 ⑤ [2023년 4월 확통 28]

1) 조건부 확률

공 15개랑 상자 A, B, C가 있는데 주사위를 던져서 눈의 수가 3, 6이면 A, B, C에 각각 1, 2, 0개를 넣고, 눈의 수가 1, 2, 4, 5이면 1, 1, 1개를 넣는다고 합니다. 이걸 5번해서 상자 B에 들어 있는 공의 개수가 홀수일 때, A에 들어 있는 공 개수랑 C에 들어 있는 공의 개수의 합이 8 이상일 확률을 구하라네요. 결국 구하는 확률은 $\frac{A \text{ 공} + C \text{ 공} \geq 8}{B \text{ 공 홀수}}$ 이죠?

일단 분모부터 구해봅시다. 일단 3의 배수가 몇 번 나오는지를 기준으로 확인해볼게요. 5번 반복했을 때 (x, y) 를 (3의 배수가 나온 경우, 3의 배수가 아닌 경우)라고 하면

(0, 5)인 경우 공의 개수는 A, B, C 순서대로 5, 5, 5개

(1, 4)인 경우 공의 개수는 5, 6, 4개

(2, 3)인 경우 공의 개수는 5, 7, 3개

(3, 2)인 경우 공의 개수는 5, 8, 2개

(4, 1)인 경우 공의 개수는 5, 9, 1개

(5, 0)인 경우 공의 개수는 5, 10, 0개

입니다. 이 중에서 B가 홀수인 경우는 (0, 5), (2, 3), (4, 1)이네요.

(0, 5)인 확률은 1, 2, 4, 5 중 하나를 뽑는 걸 5번 반복하면 되니까 $\frac{32}{3^5}$

(2, 3)인 확률은 1, 2, 4, 5 중 하나를 뽑는 걸 3번, 3, 6 중 하나를 뽑는 걸 2번 반복하면 되니까

$${}_5C_2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{80}{3^5}$$

(4, 1)인 확률은 1, 2, 4, 5 중 하나를 뽑는 걸 1번, 3, 6 중 하나를 뽑는 걸 4번 반복하면 되니까

$${}_5C_4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{10}{3^5} \text{입니다. 총 } \frac{122}{3^5} \text{이네요.}$$

이 중에서 A에 들어 있는 공 개수랑 C에 들어 있는 공의 개수의 합이 8 이상인 경우는 (0, 5), (2, 3)이네요.

$$\text{확률은 } \frac{112}{3^5} \text{입니다. 따라서 구하는 조건부확률은 } \frac{\frac{112}{3^5}}{\frac{122}{3^5}} = \frac{56}{61} \text{입니다. 답은 ⑤번이네요.}$$

6. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로

a, b, c 라 할 때, $a+b=8$ 또는 $b \geq c$ 일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다.

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)

[2026학년도 6월 확통 29]

6. 정답 44 [2025년 3월 확통 29]

1) 확통은 상황이해 후 기준 잡고 분류

주사위를 세 번 던져서 나온 눈의 수를 a, b, c 라고 하는데 $a+b=8$ 또는 $b \geq c$ 일 확률을 구하라네요.

일단 전체 경우의 수는 $6^3 = 216$ 입니다. 이제 분자를 구해봅시다.

“또는”이 있으니까 $a+b=8$ 인 경우의 수, $b \geq c$ 인 경우의 수를 각각 구하고 겹치는 경우의 수를 빼는 거로 계산해볼게요.

$a+b=8$ 가 되는 경우는 (a, b) 라 하면 $(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)$ 이렇게 5가지가 있네요. 이때 c 는 무슨 숫자든 상관없으므로 $5 \times 6 = 30$ 입니다.

$b \geq c$ 인 경우의 수는 중복을 허용하여 2개를 뽑고 크거나 같은 순서대로 b, c 라 하면 되는 거잖아요?

${}_6H_2 = {}_7C_2 = 21$ 입니다. 이때 a 는 무슨 숫자든 상관없으므로 $21 \times 6 = 126$ 이네요.

겹치는 경우는 먼저 $(2, 6)$ 일 때 c 는 1부터 6까지 6개, $(3, 5)$ 일 때 5개, $(4, 4)$ 일 때 4개, $(5, 3)$ 일 때 3개, $(6, 2)$ 일 때 2개 해서 총 $6+5+4+3+2=20$ 입니다. 따라서 구하는 경우의 수는

$30+126-20=136$ 입니다. 따라서 구하는 확률은 $\frac{136}{216} = \frac{17}{27}$ 입니다. $p=27, q=17$ 이므로 $p+q=44$ 네요.

7. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f : X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [2026학년도 6월 확통 30]

- (가) $x = 1, 2, 3, 4$ 일 때 $f(x+1)+3 \geq f(x)+x$ 이다.
(나) $f(2)$ 의 값은 홀수이다.

7. 정답 115 [2026학년도 6월 확통 30]

1) 확통은 상황이해 후 기준 잡고 분류, 조건해석

$X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 가 있는데 다음 조건을 만족시키는 $f : X \rightarrow X$ 를 구합니다.

(가)조건에서 $x = 1, 2, 3, 4$ 일 때 $f(x+1)+3 \geq f(x)+x$ 라고 하네요. 각각 넣어서 정리해보면

$$f(2)+2 \geq f(1)$$

$$f(3)+1 \geq f(2)$$

$$f(4) \geq f(3)$$

$$f(5)-1 \geq f(4)$$

그리고 (나)조건에서 $f(2)$ 가 홀수라고 하네요. $f(2)$ 를 기준으로 식을 정리하면

$$f(5) \geq f(4)+1 \geq f(3)+1 \geq f(2) \geq f(1)-2$$

이네요.

$f(2)$ 를 기준으로 분류해봅시다. $f(2)$ 가 가질 수 있는 숫자는 1, 3, 5입니다.

2) 케이스 분류

2-1) $f(2)=1$ 일 때

$f(2)=1$ 인 경우 $f(5) \geq f(4)+1 \geq f(3)+1 \geq 1 \geq f(1)-2$ 입니다. 이러면 $f(1)$ 은 1, 2, 3 중 하나이고,

$(f(3), f(4))$ 으로 나타내보면

(1, 1)일 때 $f(5)$ 는 2부터 5까지 4개, (1, 2)일 때 $f(5)$ 는 3개, (1, 3)일 때 2개, (1, 4)일 때 1개입니다.

(2, 2)일 때 $f(5)$ 는 3개, (2, 3)일 때 2개, (2, 4)일 때 1개입니다.

패턴이 보이시죠? 그럼 결국 구하는 경우의 수는 $3 \times ((4+3+2+1) + (3+2+1) + (2+1) + 1) = 60$ 입니다.

2-2) $f(2)=3$ 일 때

$f(5) \geq f(4)+1 \geq f(3)+1 \geq 3 \geq f(1)-2$ 입니다. $f(1)$ 은 5, 4, 3, 2, 1 이렇게 5개가 가능하네요.

(2, 2)부터 시작해서 3개, (2, 3)일 때 2개, (2, 4)일 때 1개... 같은 패턴이므로 경우의 수는

$5 \times ((3+2+1) + (2+1) + 1) = 50$ 입니다.

2-3) $f(2)=5$ 일 때

$f(5) \geq f(4)+1 \geq f(3)+1 \geq 5 \geq f(1)-2$ 입니다. $f(1)$ 은 5, 4, 3, 2, 1 이렇게 5개가 가능합니다.

(4, 4)부터 시작하세요. $f(5)$ 는 5 하나입니다. 경우의 수는 5입니다.

따라서 구하는 경우의 수는 $60+50+5=115$ 입니다.