

모의 논술고사 문제지 (자연계열)

[논술고사 시간 : 2시간]

모집단위	학부·과	수험번호	성명
------	------	------	----

【 수험생 유의사항 】

1. 수험번호, 성명 등 자신의 신상과 관련된 사항을 답안에 드러낼 경우 부정행위로 간주함.
2. 문제지와 답안지의 문제번호가 일치하는지 반드시 확인할 것(불일치 시 0점 처리).
3. 풀이과정을 반드시 기술할 것. 기술의 형식과 내용은 평가의 주요 요소임.



[문제 1] (85점)

1보다 큰 실수 a 에 대하여, 다음 조건을 만족하는 $f(x)$ 를 구하여라.

- (1) $f(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 삼차식이다.
- (2) $f(0) = 0, f(a) = a^2, f(a^2) = a^4$ 이다.
- (3) 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $y = x^2$ 으로 둘러싸인 두 영역의 넓이가 같다.

[문제 2] (95점)

1부터 2^n 까지의 자연수가 각각 하나씩 적힌 2^n 개의 카드가 들어있는 상자가 있다. 이 상자에서 임의로 3장의 카드를 동시에 꺼냈을 때, 꺼낸 카드에 적힌 세 숫자가 공비가 2^k 꼴(k 는 자연수)인 등비수열을 이룰 확률을 구하여라. (단, n 은 2 이상의 자연수이다.)

[문제 3] (105점)

자연수 n 에 대하여

$$a_n = \left\{ n \ln n - 2 \ln \frac{(2n)!}{n!} \right\} \times \ln n, \quad b_n = \sum_{k=n+1}^{2n} (\ln k)^2$$

이러 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{a_n + b_n}{n} \right)$ 의 값을 구하여라.

[문제 4] (115점)

한 변의 길이가 2인 정삼각형 ABC에 타원이 세 점에서 접하고 있다. 타원의 장축은 선분 BC와 평행하고, 장축의 길이는 $\sqrt{2}$ 이다. 두 선분 AB, AC 위에 있는 접점을 각각 P, Q라 하고, 타원의 중심을 O라 하자. 세 점 P, O, Q를 지나는 포물선이 정삼각형 ABC를 나눈 두 영역의 넓이 중에서 작은 값을 구하여라.