제 2 교시

수학 영역

5지선다형

9. 등차수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{2n} a_k = \sum_{k=1}^{n} a_k + 3n^2 - 4n$$

을 만족시킬 때 $\sum_{k=1}^{8} a_k$의 값은? [3점]

① 24 ② 32 ③ 40 ④ 48 ⑤ 56

10. 이차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} |f(x)| & (x < 0) \\ f(x) + 6x + 2 & (x \geq 0) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $g(2)$의 최댓값은? [4점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

11. 직선 $y=-\frac{1}{2}x+k$ $(k>\frac{1}{2})$가 두 곡선

$$y=2^{x+1},\quad y=2^{x-1}-1$$

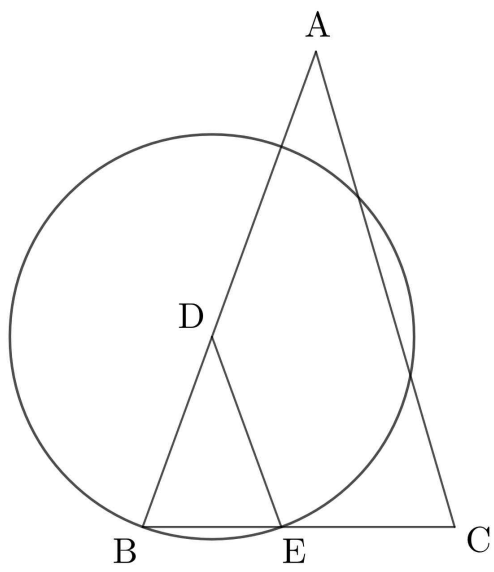
과 만나는 두 점을 각각 P, Q라 하고, 직선 $y=-\frac{1}{2}x+k$가 x축과 만나는 점을 R라 하자. 삼각형 OPR의 넓이가 삼각형 OPQ의 넓이의 4배일 때, 실수 k의 값은?

(단, O는 원점이다.) [4점]

① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{11}{2}$

12. 그림과 같이 $\overline{AB}=5$인 삼각형 ABC에서 $\overline{AD}:\overline{DB}=3:2$인 점 D를 잡고, 점 D를 중심으로 하고 점 B를 지나는 원과 선분 BC가 만나는 점 중 B가 아닌 점을 E라 하자.

$\overline{BE}:\overline{EC}=4:5$이고, 삼각형 ABC의 외접원의 넓이가 $\frac{27}{4}\pi$일 때, $\overline{AC}\times\overline{BC}$의 값은? [4점]



① $5\sqrt{6}$ ② $8\sqrt{3}$ ③ $10\sqrt{2}$ ④ $6\sqrt{6}$ ⑤ $9\sqrt{3}$

13. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$, $f'(0)=12$인 삼차함수 $f(x)$가 있다. $a \le x_1 \le x_2$인 모든 실수 x_1, x_2에 대하여 부등식

$$\int_{x_1}^{x_2} \{f(x)-mx-k\}\,dx \ge 0$$

을 만족시키는 실수 a의 최솟값을 $g(k)$라 하자. 함수 $g(k)$가 $k=4$에서 불연속이고 $\lim_{k\to 4+} g(k)=3$일 때, $f(6)$의 값은?

(단, m은 상수이다.) [4점]

① 54 ② 56 ③ 58 ④ 60 ⑤ 62

14. 두 자연수 $a\,(a \le 4)$, n에 대하여 함수 $f(x)$를

$$f(x)=a\sin(n\pi x)$$

라 하자. $0<x<2$에서 방정식 $\{f(x)-1\}\{f(x)-3\}=0$의 서로 다른 모든 실근의 합을 S라 할 때, $30 \le S \le 50$이 되도록 하는 순서쌍 $(a,\ n)$의 개수는? [4점]

① 40 ② 41 ③ 42 ④ 43 ⑤ 44

15. $f'(-1)=-1$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<0) \\ f(x)+12 & (x\geq 0) \end{cases}$$

라고 할 때, 함수 $g(x)$는 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 a에 대하여 $\lim_{x\to a+}\frac{g(x)-g(2)}{x-2}\geq -1$이다.

(나) $\frac{g(x)-g(2)}{x-2}=-1$를 만족시키는 실수 x의 개수는 2이다.

$f(3)-f(0)$의 값은? [4점]

① 73 ② 76 ③ 79 ④ 82 ⑤ 85

단답형

20. 자연수 k에 대하여 부등식

$$\log\left|\frac{2}{3}n-\frac{19}{3}\right|\times\log\left(\frac{3}{k}n-2\right)<0$$

이 성립하도록 하는 자연수 n의 개수가 4일 때, 가능한 모든 k의 값의 합을 구하시오. [4점]

21. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다. $f(1)=0$일 때, $8\times f(5)$의 값을 구하시오. [4점]

부등식 $0 \le \int_2^x \{f(t)-|f(t)|\}dt \le 10$을 만족시키는 모든 실수 x의 값의 범위는 $0 \le x \le 3$이다.

22. 수열 $\{a_n\}$은 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n에 대하여

$$\left(a_{n+1}+\frac{1}{2}a_n\right)(a_{n+1}-2a_n+8)=0$$

이다.

(나) $a_m \times a_{m+1} > 0$인 자연수 m의 최댓값은 2이다.

$a_6=0$이 되도록 하는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $|a_1|$의 값의 합을 구하시오. [4점]