

어수강 수학 공통수학 1 기말고사 2회 시험 범위 : 고차방정식 - 행렬	확실히 해결	계산 실수	조건을 잘못 봄	걸린 시간	채점

1) 두 자연수 a, b 에 대하여 $a + b \leq 5$ 를 만족시키는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [3.3점]

2) 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 - 2x + 2k + 15 > 0$ 이 항상 성립하도록 하는 정수 k 의 최솟값을 구하시오. [3.4점]

3) x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} x+y=3 \\ x+ay=5 \end{cases}$ 와 $\begin{cases} x+by=7 \\ 2x+y=4 \end{cases}$ 의 해가 서로 같을 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [3.7점]

4) 11개의 문자 $sooggangmath$ 를 일렬로 나열하는 방법의 수는 $\frac{11!}{k}$ 이다. 자연수 k 의 값을 구하시오. [3.8점]

5) x 에 대한 삼차방정식 $x^3 - 2ax^2 + ax + a - 1 = 0$ 가 $x = 1$ 을 중근으로 가질 때, 실수 a 의 값을 구하시오. [3.9점]

6) 등식 $2x^2 - 3xy - 6y^2 = 12, 3x^2 - 3xy - 9y^2 = 36$ 을 모두 만족시키는 실수 x, y 에 대하여 $x^2 + |y|$ 의 값을 구하시오. [4.0점]

7) 등식

$$3 \times {}_{n+4}C_n = 5 \times ({}_{n+1}C_3 + 2 \times {}_{n+1}C_4 + {}_{n+1}C_5)$$

를 만족시키는 자연수 n 의 값을 구하시오. (단, $n \geq 4$) [4.1점]

8) 유리수 a, b, c, r 과 삼차식 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 가

$$f(2 + \sqrt{r}) = f(-1) = 0$$

을 만족시킬 때, 다음 중 항상 참인 것을 모두 고르시오. [4.4점]

Ⓐ $a - b + c = 1$

Ⓑ $c = 2$ 이면 $r = 2$ 이다.

Ⓒ 방정식 $f(x) = 0$ 은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

9) x, y 에 대한 연립방정식

$$\begin{cases} tx + y = 1 - t \\ (t^2 + 1)x + (6t^2 - 10t + 6)y = t^3 + t^2 - 2t \end{cases}$$

이 해를 갖지 않도록 하는 모든 양의 실수 t 의 값의 합을 구하시오. [4.6점]

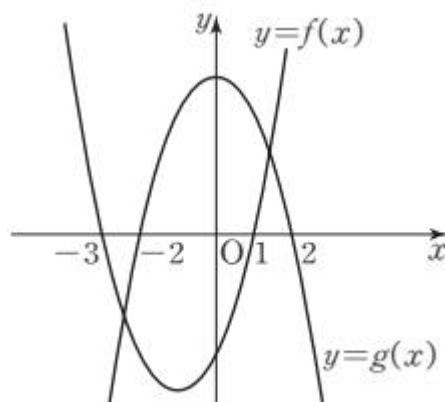
10) 9명의 학생이 있다. 다음과 조건을 만족시키도록 9명의 학생을 3개의 조로 나누는 방법의 수를 구하시오. [4.5점]

(가) 각 조는 3명으로 이루어져 있다.

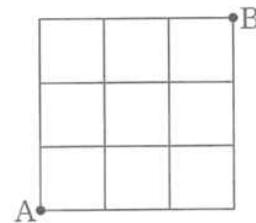
(나) 각 조의 조장은 1명이다.

11) 두 이차함수 $y=f(x)$, $y=g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. 부등식 $\{f(x)\}^2 < f(x)g(x)$ 의 해를 구하시오. [4.8점]

(단, $f(-3)=f(1)=g(-2)=g(2)=0$ 이고 $|f(-1)|=|g(0)|$ 이다.)



12) 다음 그림과 같이 정사각형 모양으로 이루어진 도로망이 있다. 갑은 A에서 B로, 을은 B에서 A로 각각 최단 경로를 택하여 간다고 할 때, 갑과 을이 서로 만나지 않고 각각 B, A에 도착하는 경우의 수를 구하시오. (단, 두 사람은 동시에 출발하고, B의 속력은 A의 속력의 두 배이다.) [4.9점]



13) 이차 정사각행렬 A, B 와 이차 단위행렬 E 에 대하여 다음 중 항상 참인 것을 모두 고르시오. [5.1점]

Ⓐ $A^2 = E$ 이면 $A = E$ 또는 $A = -E$ 이다.

Ⓑ $A^7 = A^5 = E$ 이면 $A = E$ 이다.

Ⓒ $A^p = A^q = E$ 를 만족시키는 소수 p, q 가 존재하면 $A = E$ 이다.

- 14) 3 이상의 자연수 n 과 방정식 $x^4 + x^3 - 3x^2 - 4x - 4 = 0$ 의 한 허근 ω 에 대하여

$$\frac{(1+\omega^2)^2}{1+\omega} \times \frac{(1+\omega^4)^4}{(1+\omega^3)^3} \times \dots \times \frac{(1+\omega^{2n})^{2n}}{(1+\omega^{2n-1})^{2n-1}}$$

의 값이 세 자리 자연수가 되도록 하는 자연수 n 의 값을 구하시오. [5.3점]

- 15) 임의의 행렬 X 에 대하여 행렬 X 의 모든 성분의 합을 $s(X)$ 라고 하자.

다음 조건을 모두 만족시키는 모든 3차 정사각행렬 $A = (a_{ij})$ 에 대하여 $s(A)$ 의 최댓값과 최솟값의 곱을 구하시오. [5.4점]

(가) 행렬 A 의 모든 성분은 자연수이다.

(나) 3차 정사각행렬 $B = (a_{ij} - 2)$ 의 성분 중에서 오직 b_{12}, b_{23} 만 음의 정수이다.

(다) 3차 정사각행렬 $C = (a_{ij} - 5)$ 의 모든 성분은 음의 정수이다.

(라) 3차 정사각행렬 $D = (a_{ij} - j)$ 의 성분 중에서 0 이하인 것의 개수는 4이다.

- 16) 두 소수 p, q 와 자연수 n 에 대하여

$$n^2 + 10n + qn = 19p - 10q$$

이 성립할 때, $pq+n$ 의 값을 구하시오. [5.5점]

- 17) x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} (x+1-|a+4|)(x-a-7) \leq 0 \\ (x-2b)(x-2b+16) \leq 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 정수 x 의 개수가 4일 때, $a^2 + 4b$ 의 최솟값을 구하시오. (단, a, b 는 정수이다.) [5.6점]

18) 서로 같은 빨간공 2개와 서로 다른 파란공 4개가 있다. 서로 같은 3개의 상자에 다음 조건을 모두 만족하도록 공을 넣는 방법의 수를 구하시오. [5.7점]

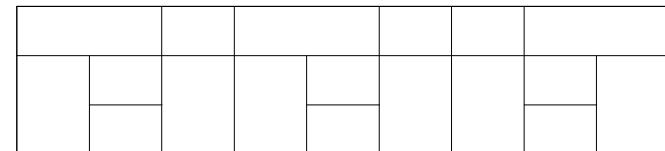
- (가) 여섯 개의 공을 모두 상자에 넣는다.
(나) 각 상자에 적어도 하나의 공을 넣는다.

19) 다음 두 조건을 만족시키는 행렬 A 에 대하여 $A \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ 을 구하시오. (단, E 는 이차 정사각행렬이다.) [5.8점]

- (가) $A \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$
(나) $(A + 3E)(A - 2E) = -E$

20) 실수 a, b, c 에 대하여 부등식 $f(|2x+1|) > 0$ 을 만족시키는 실수 x 의 값의 범위가 $-3 < x < a$ 이고, 부등식 $f(3 - |x+2|) \leq 0$ 을 만족시키는 실수 x 의 값의 범위가 $4 \leq x \leq b$ 또는 $-12 \leq x \leq c$ 일 때, 부등식 $f(ax+b+c) \leq 0$ 을 만족시키는 양의 실수 x 의 최솟값을 m , 음의 실수 x 의 최댓값을 M 이라 하자. $M^2 + m^2$ 의 값을 구하시오. (단, $a > -3$, $b > 4$, $-12 < c < 4$ 이다.) [6.0점]

21) 빨강, 파랑, 노랑, 초록의 4가지 물감을 모두 사용하여 다음 그림을 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 칠하여도 좋으나 인접한 영역은 서로 다른 색을 칠하는 경우의 수를 a 라고 하자. 자연수 a 의 양의 약수의 개수를 구하시오. (단, 인접한 영역은 변을 공유한다.) [6.2점]



<어수강 수학>

홈페이지 : www.soogangmath.com

블로그 : blog.naver.com/math-fish

전자책 1. [수학을 망치는 N가지 이유](#)

전자책 2. [서울대 박사가 알려주는 수학의 비밀](#)

1등급으로의 도약을 위한 [Essential Course 보기](#)

본 시험지의 저작권은 어수강 수학에 있습니다. 무단 도용 및 무단 배포 등을 금지합니다.

[정답]

1) 10

2) -6

3) 13

4) 8

5) $a = 1$

6) 38

7) $n = 6$

8) \odot

9) $\frac{5}{6}$

10) 7560

11) $-3 < x < \frac{-1 - \sqrt{15}}{2}$ 또는 $1 < x < \frac{-1 + \sqrt{15}}{2}$

12) 224

13) \odot

14) 9

15) 504

16) 31

17) 12

18) 58

19) $\begin{pmatrix} 0 \\ 7 \end{pmatrix}$

20) $\frac{17}{2}$

21) 128