제 2 교시

2026학년도 오오오오1 모의고사 1회 문제지

수학 영역

성명		수험 번호					—				

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

희망찬 내일에 밝은 네가 있기를

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마십시오.

오오오오1

수학 영역

제 2 교시

5지선다형

1. $2^{\frac{3}{2}} \times \sqrt{\frac{8}{4}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

$2^{\frac{3}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} = 4$

2. 함수 $f(x) = x^3 + 4x - 5$ 에 대하여 $\lim_{x \to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ 의 값은? [2점]

$f'(x) = 3x^2 + 4$

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

$f'(2) = 16$

3. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 2, \quad a_4 - 3a_6 = 2a_5$$

일 때, a_3 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

$ar = 2$

$ar^3 - 3ar^5 = 2ar^4$

$1 - 3r^2 = 2r,$

$3r^2 + 2r - 1 = 0$

$(3r - 1)$

$(r + 1)$

$r = \frac{1}{3}, \ a = 6$

$6 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2$

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & (x < 4) \\ x^2 - a & (x \geq 4) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

$a + 8 = 16 - a,$

$a = 4$

5. $\int_0^3 (x^2+4x)\,dx$ 의 값은? [3점]

① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

$\left[\frac{1}{3}x^3+2x^2\right]_0^3$

$9+18=27$

$\sin\theta \neq 0$

6. $\boxed{\sin\theta > 0\text{이고}}$ $\tan\theta = 3\sin\theta$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$t=\frac{s}{c}=3s,\ c=\frac{1}{3}$

7. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2-1)f(x)$$

라 하자. $f(1)=8$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은? [3점]

① 4 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 16

$g'(x) = 2x f(x) + (x^2-1)f'(x)$

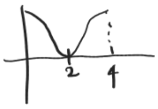
$g'(1) = 2\times 8$

8. 두 양수 a, b에 대하여 함수

$$f(x) = a\cos b\pi x + a$$

의 최댓값이 12이다. $f(x)=0$을 만족시키는 양수 x의 최솟값이 2일 때, ab의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7



$a=6$

주기 : 4

$2\pi \div b\pi = \frac{2}{b} = 4$, $b=\frac{1}{2}$

9. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t\geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t) = t^2 + 2t + a$$

이다. 시각 $t=3$에서의 점 P의 위치가 39일 때, 상수 a의 값은? [4점]

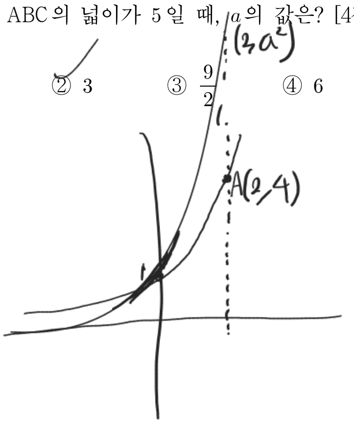
① 1 ② 4 ③ 7 ④ 10 ⑤ 13

$S(t) = \frac{1}{3}t^3 + t^2 + at$

$S(3) = 9 + 9 + 3a = 3a + 18 = 39$, $a=7$

10. 양수 $a\,(a \neq 2)$에 대하여 곡선 $y=2^x$와 직선 $x=2$가 만나는 점을 A, 곡선 $y=a^x$와 직선 $x=2$가 만나는 점을 B, 두 곡선 $y=2^x$와 $y=a^x$가 만나는 점을 C라 하자. 삼각형 ABC의 넓이가 5일 때, a의 값은? [4점]

① $\frac{3}{2}$ ② 3 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{15}{2}$



$\frac{1}{2} \times 2 \times (a^2-4) = 5$, $a=3$

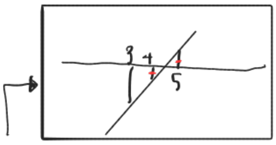
HARD

11. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_n = -7$를 만족시키는 모든 자연수 n의 값의 합이 8일 때, a_{10}의 값은? [4점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

$a_n = a+(n-1)\times 2$

$S_n = \frac{n(2a+2n-2)}{2} = (a+n-1)n = -7$



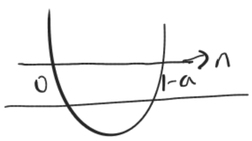
$(a_1<-1)$ $S_3 = S_5$, $a_4 + a_5 = 0$,
-1 1

$S_3 = a_1+a_2+a_3 = -5-3-1 = -9 \neq -7$

$S_2 = S_6$ $S_1 = S_7$ 모두 못씀 (-7 불가)

아,, 적기 실패.

$S_n = n(n-(1-a)) = -7$



$a<0$ 일거같은데..

$n=4$ 대칭, $a=-7$

$a+9\times d = -7+18 = 11$

12. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x<2) \\ -f(x+2)+f(0) & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. 모든 실수 x에 대하여 $g(x) \leq g(2)$일 때, $f(7)$의 값은? [4점]

① 34 ② 38 ③ 42 ④ 46 ⑤ 50

$f(2) = -f(4)+f(0)$, $f'(2) = -f'(4)$

$x=2$에서 g 극대, $g'(2) = f'(2) = f'(4) = 0$

$f'(x) = 3(x-2)(x-4)$
$= 3x^2-18x+24$

$f(x) = x^3-9x^2+24x+C$

$(8-36+48+C) = -(-80+96+C)+C$
$= -16$

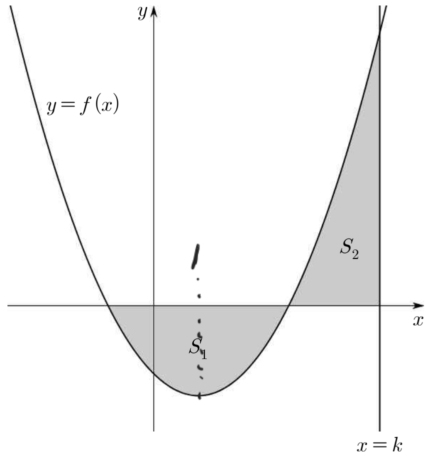
$C+20 = -16$, $\boxed{C=-36}$

$f(x) = x^3-9x^2+24x-36$

$f(7) = 7^2(-2)+168-36 = 168-134 = 34$

13. 곡선 $y=3x^2-6x-9$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, 곡선 $y=3x^2-6x-9$와 x축 및 직선 $x=k\,(k>3)$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자. $S_1=2S_2$일 때, 상수 k의 값은? [4점]

① $1+\sqrt{6}$ ② $1+2\sqrt{2}$ ③ $1+\sqrt{10}$
④ $1+2\sqrt{3}$ ⑤ $1+\sqrt{14}$



$\left[x^3-3x^2-9x\right]_1^k = k^3-3k^2-9k+11=0$

1	1	-3	-9	11
		1	-2	-11
	1	-2	-11	$\boxed{0}$

$1\pm2\sqrt{3}$, 1

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f(1)=0$인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(x)=0$을 만족시키는 서로 다른 모든 자연수 x의 값의 합은 9이다.
> (나) $f'(x)=0$을 만족시키는 서로 다른 모든 실수 x의 값의 합은 6이다.

$f(6)>0$일 때, $f(7)$의 값은? [4점]

① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

(case 1) $f(x)=(x-1)(x-8)(x-k)$
(k는 자연수 X)

$f'(x)=(x-1)(x-8)+(x-1)(x-k)+(x-8)(x-k)$

$\frac{9+k+1+k+8}{3}=6,\ 2k+18=18,\ k=0$

$f(x)=x(x-1)(x-8)$,
$f(6)$ + + − <0 X

(case 2) $f(x)=(x-1)(x-m)(x-n)$
(m, n은 자연수)

① $f(x)=(x-1)(x-1)(x-8) \rightarrow \frac{2\times10}{3}\neq6$

② $f(x)=(x-1)(x-2)(x-6)$
$f(6)$ + + − <0 X

③ $f(x)=(x-1)(x-3)(x-5)$ ○ $\frac{2\times9}{3}=6$ ○
$f(6)$ + + +

④ $f(x)=(x-1)(x-8)^2$
$f(6)$ + + >0 ○ $\frac{2\times17}{3}\neq6$ X

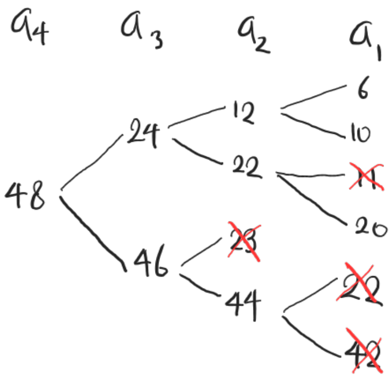
$f(7)=6\cdot4\cdot2=48$

15. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2 & (a_n\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \\ 2a_n & (a_n\text{이 3의 배수인 경우}) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, $a_4 = 48$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은? [4점]

① 28 ② 32 ③ 36 ④ 40 ⑤ 44



단답형

16. 방정식 $\log_4(x+3) = 2 - \log_4(x-3)$을 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

$x^2 - 9 = 16$, $x=5$ $(x>3)$

$\boxed{5}$

17. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x) = 6x^2 - 4$이고 $f(1) = 5$일 때, $f(0)$의 값을 구하시오. [3점]

$f(x) = 2x^3 - 4x + 7$

$\boxed{7}$

18. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x \to 1} \frac{f(x)}{x-1} = 0, \quad f(4) = 0$$

을 만족시킬 때, $f(5)$의 값을 구하시오. [3점]

$f(1)=0$, $f'(1)=0$, $f(4)=0$

$f(x)=(x-1)^2(x-4)$

$\boxed{16}$

19. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = 2 - a_n$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{18} a_k$의 값을 구하시오. [3점]

$a_{n+1}+a_n=2$

$(a_1+a_2)+\cdots+(a_{17}+a_{18})$

$=9\times 2=18$

$\boxed{18}$

20. 최고차항의 계수가 $\frac{3}{2}$인 이차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x) = \log f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $4f(8)$의 값을 구하시오. [4점]

$g(x)+g(x+1) \le 0$을 만족시키는 실수 x의 최솟값은 3, 최댓값은 4이다.

곡선 $y=f(x)$ 개형 

$\log_2 f(x)f(x+1) \le 0$, $f(x)f(x+1) \le 1$

감각적! $f(3)f(4)=1$ $f(4)f(5)=1$

$f(3)=f(5)$ $x=4$ 대칭

$f(x)=\frac{3}{2}(x-4)^2+c$

$f(3)=c+\frac{3}{2}$, $f(4)=c$

$c^2+\frac{3}{2}c-1=0$

$2c^2+3c-2=0$

$(2c-1)(c+2)=0$,

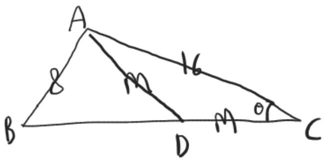
$c=\frac{1}{2}$

$4f(8)=4\times\left(\frac{3}{2}\times 4^2+\frac{1}{2}\right)=96+2=98$

$\boxed{98}$

사실 본인도 처음에 못풀었어요ㅋㅋ

21. $\overline{AB}=8$이고 $\overline{AC}=16$인 삼각형 ABC에 대하여 선분 BC 위에 $\overline{AD}=\overline{DC}$가 되도록 점 D를 잡는다. $\cos(\angle ABC)=\frac{3}{5}$일 때, 선분 BD의 길이는 $p+q\sqrt{21}$이다. $105(p+q)$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 유리수이다.) [4점]



$\frac{16}{\sin\angle ABC} = \frac{8}{\sin\theta} \Rightarrow \sin\theta=\frac{2}{5}$, $\sin\angle ABC = \frac{4}{5}$, $\cos\theta=\frac{\sqrt{21}}{5}$

$m\cos\theta=8$, $m=\frac{40}{\sqrt{21}}=\frac{40}{21}\sqrt{21}$

$\overline{BC}=t$라 두면

$16^2=8^2+t^2-16t\times\frac{3}{5}$

$5t^2-48t-960=0$

$t=\frac{24\pm\sqrt{576+4800}}{5}$

$\Rightarrow \frac{24+\sqrt{5376}}{5}$

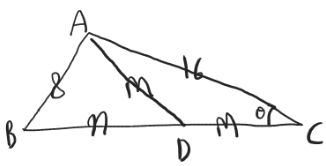
$=\frac{24+16\sqrt{21}}{5}$

$\overline{BD}=t-m=\frac{24}{5}+\frac{136}{105}\sqrt{21}$

$105(p+q)=24\times21+136=640$

$\boxed{640}$

＊ 스튜어트 정리 (참고: 다른 풀이)



$m8^2+n16^2=(m+n)(mn+m^2)$

m은 위에서 $\frac{40}{\sqrt{21}}$으로 구했으므로

just 계산도 가능

22. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여

$$|g(x)|=f(x),\ \lim_{h\to0-}\frac{g(x+h)-g(x)}{h}=\lim_{t\to x}\frac{|(t-4)f'(t)|}{t-4}$$

이다.

(나) 함수 $g(x)$는 $x=4$에서만 불연속이다.

$f(1)=0$일 때, $f(7)$의 값을 구하시오. [4점]

$\boxed{g'(x^-)\ 존재}$

↳ 고려 ①

y=g

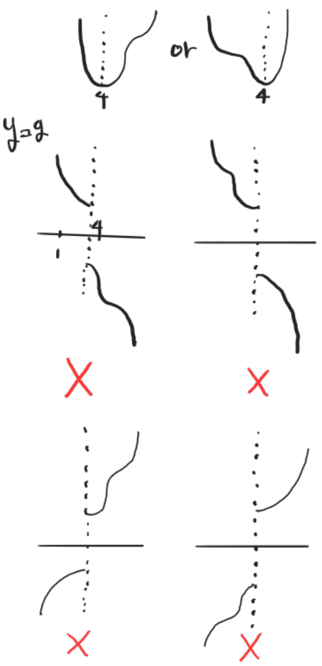
항상 양/음 | 항상 양/음

절대로 같은 구간 내에 양+음 ✗

$\boxed{216}$

Case 1) $f'(4)$가 $(x-4)$ 인수 1개 갖다.

극점 1개.



Case 2) $f'(x)$가 $(x-4)^3$ 인수 1개 갖다.

✗ → $f(x)=(x-4)^4-81$ 모순

∴ $f'(x)=4(x-1)(x-4)^2$

↳ $f(1)=0$이고 구간 $(-\infty,4]$에서 항상 $g(x)\geq0$ or 항상 $g(x)\leq0$

⇒ $f'(1)=0$ ($x=1$에서 극값 갖)

$f'(x)=4(x-1)(x-4)^2=4x^3-36x^2+96x-64$

$f(x)=x^4-12x^3+48x^2-64x+C$

$f(1)=1-12+48-64+C=C-27=0$, $C=27$

$f(x)=(x-1)^2(x^2-10x+27)$, $f(7)=36\times6=216$

＊ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마십시오.