제 2 교시

2026학년도 오오오오1 모의고사 1회 문제지

수학 영역

성명		수험 번호					—				

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

희망찬 내일에 밝은 네가 있기를

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호와 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마십시오.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $2^{\frac{3}{2}} \times \sqrt{\frac{8}{4}}$ 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 8 ⑤ 16

$2\sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4$

2. 함수 $f(x) = x^3 + 4x - 5$ 에 대하여 $\lim_{x \to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2}$ 의 값은? [2점]

① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

$3x^2 + 4$

$12 + 4 = 16$

3. 모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 = 2, \quad a_4 - 3a_6 = 2a_5$$

일 때, a_3 의 값은? [3점]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

$\cancel{a}r^{\cancel{3}} - 3\cancel{a}r^{\cancel{5}} = 2\cancel{a}r^{\cancel{4}}$

$3r^2 + 2r - 1 = 0$

$3r \quad -1$

$r \quad 1$

$r = \frac{1}{3}$

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & (x < 4) \\ x^2 - a & (x \geq 4) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

$8 + a = 16 - a$

$a = 4$

5. $\int_0^3 (x^2+4x)\,dx$ 의 값은? [3점]

① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

$\left[\frac{x^3}{3}+2x^2\right]_0^3 = 9+18=27$

6. $\sin\theta > 0$ 이고 $\tan\theta = 3\sin\theta$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

① $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\frac{\cancel{\sin\theta}}{\cos\theta} = 3\cancel{\sin\theta}$

$\cos\theta = \frac{1}{3}$

7. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = (x^2-1)f(x)$$

라 하자. $f(1)=8$ 일 때, $g'(1)$ 의 값은? [3점]

① 4 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 16

$g'(x) = (x^2-1)f'(x) + 2xf(x)$

$g'(1) = (1-1)f'(1) + 2f(1)$

$= 2\times 8 = 16$

8. 두 양수 a, b에 대하여 함수

$$f(x) = a\cos b\pi x + a$$

의 최댓값이 12이다. $f(x)=0$을 만족시키는 양수 x의 최솟값이 2일 때, ab의 값은? [3점]

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

$\cdot + a = 12$
$a = 6$
$2b\pi = \pi$
$b = \frac{1}{2}$
$ab = 6 \times \frac{1}{2}$
$= 3$

9. 시각 $t=0$일 때 원점을 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t\,(t \geq 0)$에서의 속도 $v(t)$가

$$v(t) = t^2 + 2t + a$$

이다. 시각 $t=3$에서의 점 P의 위치가 39일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① 1 ② 4 ③ 7 ④ 10 ⑤ 13

$\left[\frac{t^3}{3} + t^2 + at\right]_0^3 = 9 + 9 + 3a$
$= 39$

$3a = 21$
$a = 7$

10. 양수 $a\,(a \neq 2)$에 대하여 곡선 $y=2^x$와 직선 $x=2$가 만나는 점을 A, 곡선 $y=a^x$와 직선 $x=2$가 만나는 점을 B, 두 곡선 $y=2^x$와 $y=a^x$가 만나는 점을 C라 하자. 삼각형 ABC의 넓이가 5일 때, a의 값은? [4점]

① $\frac{3}{2}$ ② 3 ③ $\frac{9}{2}$ ④ 6 ⑤ $\frac{15}{2}$

A$(2, 4)$
B$(2, a^2)$
C$(0, 1)$
$\frac{\cancel{2}(a^2-4)}{\cancel{2}} = 5$

$a^2 - 4 = 5$
$a^2 = 9$
$a = 3$

11. 공차가 2인 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라 하자. $S_n = -7$를 만족시키는 모든 자연수 n의 값의 합이 8일 때, a_{10}의 값은? [4점]

① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

$a_n = a+2(n-1)$

$S_n = \frac{n(a+a+2n-2)}{2}$

$= n^2+(a-1)n$

S_n의 축이 4

$\therefore a-1=-8$

$a=-7$

$a_{10}=-7+18=11$

12. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x<2) \\ -f(x+2)+f(0) & (x \geq 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능하다. 모든 실수 x에 대하여 $g(x) \leq g(2)$일 때, $f(7)$의 값은? [4점]

① 34 ② 38 ③ 42 ④ 46 ⑤ 50

$g(x)$는 $g(2)$에서 극대이므로

$f'(2)=f'(4)=0$

$f'(x)=3(x-2)(x-4)$

$=3(x^2-6x+8)$

$=3x^2-18x+24$

$f(x)=x^3-9x^2+24x+a$

$f(2)=8-36+48+a$

$=20+a$

$f(4)=64-144+96+a$

$=16+a$

$20+a=a-16-a$

$=-16$

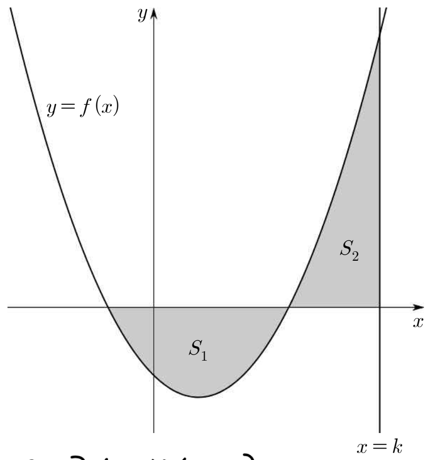
$a=-36$

$f(7)=343-441+168-36$

$=34$

13. 곡선 $y=3x^2-6x-9$의 그래프와 x축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1, 곡선 $y=3x^2-6x-9$와 x축 및 직선 $x=k\,(k>3)$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2라 하자. $S_1=2S_2$일 때, 상수 k의 값은? [4점]

① $1+\sqrt{6}$ ② $1+2\sqrt{2}$ ③ $1+\sqrt{10}$ ④ $1+2\sqrt{3}$ ⑤ $1+\sqrt{14}$



$3x^2-6x-9=3(x+1)(x-3)$

$\left|\left[x^3-3x^2-9x\right]_{-1}^{3}\right| = |-27-5|$

$=32$

$S_2=16$

$\left[x^3-3x^2-9x\right]_3^k = k^3-3k^2-9k+27=16$

$k^2-3k^2-9k+11=0$

1	1	-3	-9	11
		1	-2	-11
	1	-2	-11	0

$(x-1)(x^2-2x-11)$

⇓

$1\pm2\sqrt3$

$1+2\sqrt3$

14. 최고차항의 계수가 1이고 $f(1)=0$인 삼차함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) $f(x)=0$을 만족시키는 서로 다른 모든 자연수 x의 값의 합은 9이다.
> (나) $f'(x)=0$을 만족시키는 서로 다른 모든 실수 x의 값의 합은 6이다.

$f(6)>0$일 때, $f(7)$의 값은? [4점]

① 36 ② 40 ③ 44 ④ 48 ⑤ 52

함수 $f(x)$는 $x=3$ 대칭이므로 이차항의 계수는 -9

i) $f(x)=(x-1)(x-8)(x-a)$
$=x^3-(9+a)x^2+(8+9a)x-8a$
$-9-a=-9$이므로
$a=0$
$f(6)<0$ 이므로 X

ii) $f(x)=(x-1)(x-2)(x-6)$

$f(6)=0$이므로 X

iii) $f(x)=(x-1)(x-3)(x-5)$

$f(x)=x^3-9x^2+23x-15$

$f(6)=15>0$ 이므로 만족

$f(7)=6\times4\times2=48$

15. 모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1}=\begin{cases} a_n+2 & (a_n\text{이 3의 배수가 아닌 경우}) \\ 2a_n & (a_n\text{이 3의 배수인 경우}) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, $a_4=48$이 되도록 하는 모든 a_1의 값의 합은? [4점]

① 28 ② 32 ③ 36 ④ 40 ⑤ 44

a_1 a_2 a_3 a_4

6, 10 → 12 → 24 → 48

~~11~~ → 22

20, ~~23~~

~~22~~, ~~42~~ → 44 → 46

$20+10+6=36$

단답형

16. 방정식 $\log_4(x+3)=2-\log_4(x-3)$을 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

$\log_4(x+3)+\log_4(x-3)=2$

$\log_4(x^2-9)=2$

$x^2-9=16$

$x^2=25$

$x-3>0$ 이므로

$x=5$

17. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=6x^2-4$이고 $f(1)=5$일 때, $f(0)$의 값을 구하시오. [3점]

$f(x)=2x^3-4x+C$

$f(1)=2-4+C=5$

$C=7$

$\boxed{7}$

18. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$가

$$\lim_{x \to 1} \frac{f(x)}{x-1} = 0, \quad f(4) = 0$$

을 만족시킬 때, $f(5)$의 값을 구하시오. [3점]

$f'(1) = 0$

$f(1) = 0$

$f(4) = 0$

$\therefore f(x) = (x-1)^2(x-4)$

$f(5) = 16 \times 1$

$\boxed{16}$

19. 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = 2 - a_n$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^{18} a_k$의 값을 구하시오. [3점]

a_1

$2 - a_1$

a_3

$2 - a_3$

$\vdots$

a_{17}

$2 - a_{17}$

$\downarrow$

$2 \times 9 = 18$

$\boxed{18}$

20. 최고차항의 계수가 $\frac{3}{2}$인 이차함수 $f(x)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x) = \log f(x)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $4f(8)$의 값을 구하시오. [4점]

> $g(x) + g(x+1) \le 0$을 만족시키는 실수 x의 최솟값은 3, 최댓값은 4이다.

$\log f(3) + \log f(4) = 0$ → $x=4$ 대칭

$\log f(4) + \log f(5) = 0$

$f(x) = \frac{3}{2}(x-4)^2 + a$

$f(4) = a$

$f(5) = a + \frac{3}{2}$

$\frac{1}{a} = a + \frac{3}{2}$

$a^2 + \frac{3}{2}a = 1$

$2a^2 + 3a - 2 = 0$

$2a \quad -1$

$a \quad 2$

$a = \frac{1}{2}$ or $a = -2$

$a > 0$ 이므로 $a = \frac{1}{2}$

$4f(8) = \left(\frac{3}{2} \times 16 + \frac{1}{2}\right) \times 4$

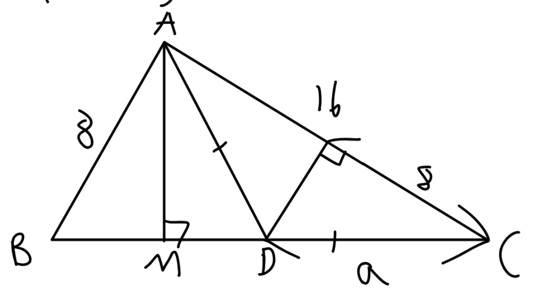
$= \left(24 + \frac{1}{2}\right) \times 4$

$= 96 + 2$

$= \boxed{98}$

21. $\overline{\mathrm{AB}}=8$이고 $\overline{\mathrm{AC}}=16$인 삼각형 ABC에 대하여 선분 BC 위에 $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{DC}}$가 되도록 점 D를 잡는다. $\cos(\angle\mathrm{ABC})=\frac{3}{5}$일 때, 선분 BD의 길이는 $p+q\sqrt{21}$이다. $105(p+q)$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 유리수이다.) [4점]

$\cos(\angle ABC)>0$이므로 $\angle ABC<\frac{\pi}{2}$



$\sin(\angle ABC)=\frac{4}{5}$이므로

$\dfrac{16}{\frac{4}{5}}=\dfrac{8}{\sin(\angle ACB)}$

$\boxed{640}$

$\sin(\angle ACB)=\frac{2}{5}$

$\cos(\angle ACB)=\frac{\sqrt{21}}{5}$

$\overline{AD}=\overline{DC}=a$라 하자.

$a\times\frac{\sqrt{21}}{5}=8$

$a=\frac{40}{\sqrt{21}}$

사인법칙에 의해 $\dfrac{\frac{40}{\sqrt{21}}}{\frac{4}{5}}=\dfrac{8}{\sin(\angle ADB)}$

$\sin(\angle ADB)=\frac{4\sqrt{21}}{25}$

$\sin^2(\angle ADB)+\cos^2(\angle ADB)=1$이므로

$\cos(\angle ADB)=\frac{17}{25}$

점 A에서 선분 BC로 내린 수선의 발을 M이라 하자

$\overline{BD}=\overline{BM}+\overline{MD}=\frac{40}{\sqrt{21}}\times\frac{17}{25}+8\times\frac{3}{5}$

$=\frac{136}{5\sqrt{21}}+\frac{24}{5}$

$=\frac{136}{105}\sqrt{21}+\frac{24}{5}$

$\therefore p=\frac{24}{5},\ q=\frac{136}{105}$

$105(p+q)=504+136=640$

22. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$와 함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> (가) 모든 실수 x에 대하여
> $$|g(x)|=f(x),\ \lim_{h\to0-}\frac{g(x+h)-g(x)}{h}=\lim_{t\to x}\frac{|(t-4)f'(t)|}{t-4}$$
> 이다.
>
> (나) 함수 $g(x)$는 $x=4$에서만 불연속이다.

$f(1)=0$일 때, $f(7)$의 값을 구하시오. [4점]

$\lim\limits_{t\to x}\dfrac{|(x-4)f(x)|}{t-4}$가 항상 존재해야하므로

$f'(4)=0$

$g(x)$는 $x\le4$일 때, 감소, $x>4$일 때 증가해야함

$f(x)\ge0$인데 $f(1)=0$이므로

$f'(1)=0$

i) $x=4$에서 극대인 경우

$f'(x)=(x-1)(x-4)(x-p)$ (단, $p>4$)일 때

$f(x)$는 $1<x<4$에서 증가함

$g(x)$는 $x\le4$에서 감소해야 하므로

$g(x)=\begin{cases}f(x) & (x\le1)\\ -f(x) & (1<x\le4)\end{cases}$

$f(x)$는 $4<x<p$에서 감소함

$g(x)$는 $x>4$에서 증가해야 하므로

$g(x)=\begin{cases}f(x) & (x\le1)\\ -f(x) & (1<x\le p)\end{cases}$

$g(x)$는 $x=4$에서 연속이므로 X

ii) $x=4$에서 극소인 경우

$f'(x)=(x-1)(x-p)(x-4)$ (단, $1<p<4$)일 때

$f(x)$는 $1<x<p$에서 증가함

$g(x)$는 $x\le4$에서 감소해야 하므로

$g(x)=\begin{cases}f(x) & (x\le1)\\ -f(x) & (1<x\le p)\end{cases}$

$f(x)$는 $p<x<4$에서 감소함

$g(x)$는 $x\le4$에서 감소해야 하므로

$g(x)=\begin{cases}f(x) & (x\le1)\\ -f(x) & (1<x\le p)\\ f(x) & (p<x\le4)\end{cases}$

$g(x)$가 $x\ne4$에서 불연속이므로 X

(뒷 페이지에 계속)

iii) $x=4$에서 극대도, 극소도 아닌 경우

$x=4$를 지날 때 부호가 바뀌면 안 되므로

$f'(x)=4(x-1)(x-4)^2$

$=4x^3-36x^2+96x-64$

$f(x)=x^4-12x^3+48x^2-64x+a$

$f(1)=0$이므로

$1-12+48-64+a=0$

$a=27$

$f(x)=x^4-12x^3+48x^2-64x+27$

i), ii), iii)에 의하여

$f(7)=2401-4116+2352-448+27$

$=216$

$\boxed{216}$

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마십시오.