제 2 교시

수학 영역

1. [2025년 6월 (공통) 1번]

$4^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{2}}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

『수능한권 수Ⅰ』 경향01

$4^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{2}} = (2^2)^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{2}}$

$= 2^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}$

$= 2$

2. [2025년 6월 (공통) 2번]

함수 $f(x) = x^2 - x + 1$에 대하여

$\lim_{h \to 0} \dfrac{f(1+h) - f(1)}{h}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3
④ 4 ⑤ 5

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

『수능한권 수Ⅱ』 경향06

$f'(x) = 2x - 1$

$\therefore \lim_{h \to 0} \dfrac{f(1+h) - f(1)}{h} = f'(1) = 2 \times 1 - 1 = 1$

3. [2025년 6월 (공통) 3번]

수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{7} a_k = 8$일 때,

$\sum_{k=1}^{7} (2a_k + 1)$의 값은? [3점]

① 21 ② 22 ③ 23
④ 24 ⑤ 25

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

『수능한권 수Ⅰ』 경향13

$\sum_{k=1}^{7} (2a_k + 1) = 2\sum_{k=1}^{7} a_k + \sum_{k=1}^{7} 1 = 2 \times 8 + 7 = 23$

4. [2025년 6월 (공통) 4번]

함수

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + a & (x < 3) \\ 5x - a & (x \geq 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 10 ② 11 ③ 12
④ 13 ⑤ 14

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

『수능한권 수Ⅱ』 경향03

함수 $f(x)$는 실수 전체의 집합에서 연속이므로 $x = 3$에서 연속이다.

$\lim_{x \to 3-} f(x) = \lim_{x \to 3+} f(x) = f(3)$

$\lim_{x \to 3-} f(x) = \lim_{x \to 3-} (-x^2 + a) = -9 + a$

$\lim_{x \to 3+} f(x) = \lim_{x \to 3+} (5x - a) = 15 - a$

$f(3) = 15 - a$

$\therefore -9 + a = 15 - a \Leftrightarrow 2a = 24$

$\therefore a = 12$

제 2 교시

수학 영역

5. [2025년 6월 (공통) 5번]

$\int_{0}^{2}(6x^2-2x+1)dx$의 값은? [3점]

① 12 ② 14 ③ 16
④ 18 ⑤ 20

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

『수능한권 수Ⅱ』 경향09

$\int_{0}^{2}(6x^2-2x+1)dx$

$=\left[2x^3-x^2+x\right]_0^2$

$=16-4+2$

$=14$

6. [2025년 6월 (공통) 6번]

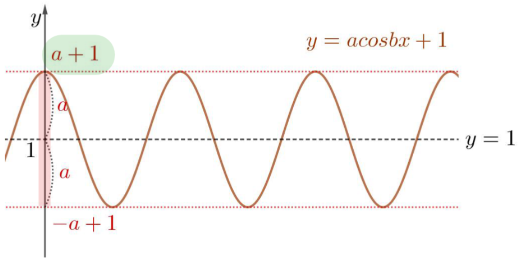
두 양수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=a\cos bx+1$의 최댓값이 8이고 주기가 π일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① $\frac{15}{2}$ ② 8 ③ $\frac{17}{2}$
④ 9 ⑤ $\frac{19}{2}$

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

『수능한권 수Ⅰ』 경향07

a, b가 양수이므로 함수 $f(x)=a\cos bx+1$ 그래프



최댓값이 $8=a+1$

$\therefore\ a=7$

주기가 $\pi=\frac{2\pi}{b}$

$\therefore\ b=2$

$\therefore\ a+b=7+2=9$

7. [2025년 6월 (공통) 7번]

다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=5x^2+xf(x)$$

라 하자. $f(3)=2$, $f'(3)=1$일 때, $g'(3)$의 값은? [3점]

① 31 ② 32 ③ 33
④ 34 ⑤ 35

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

『수능한권 수Ⅱ』 경향05

$g'(x)=10x+f(x)+xf'(x)$

$g'(3)=30+f(3)+3f'(3)$

$=30+2+3=35$

8. [2025년 6월 (공통) 8번]

$\sin(\pi-\theta)>0$이고 $2\cos\theta=\sin\theta$일 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{10}$ ③ 0
④ $\frac{\sqrt{5}}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

『수능한권 수Ⅰ』 경향06

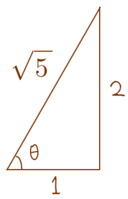
$\sin(\pi-\theta)=\sin\theta>0$

$2\cos\theta=\sin\theta$

$\Leftrightarrow\ 2=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\tan\theta>0$

$\sin\theta>0$, $\tan\theta>0$이므로 θ가 제 1사분면의 각

$\therefore\ \cos\theta>0$



$\therefore\ \cos\theta=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

제 2 교시

수학 영역

9. [2025년 6월 (공통) 9번]

함수 $f(x)=x^2+ax$에 대하여

$$\int_{-3}^{3}(x+1)f(x)\,dx=36+\int_{-3}^{3}f(x)\,dx$$

일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3

④ 4 ⑤ 5

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

『수능한권 수Ⅱ』 경향09

$$\int_{-3}^{3}(x+1)f(x)\,dx$$

$$=\int_{-3}^{3}\{xf(x)+f(x)\}\,dx$$

$$=\int_{-3}^{3}xf(x)\,dx+\cancel{\int_{-3}^{3}f(x)\,dx}=36+\cancel{\int_{-3}^{3}f(x)\,dx}$$

$$\Leftrightarrow \int_{-3}^{3}xf(x)\,dx=36$$

$$=\int_{-3}^{3}(x^3+ax^2)\,dx$$

$$=\int_{-3}^{3}x^3\,dx+\int_{-3}^{3}ax^2\,dx$$

$=0+2\int_{0}^{3}ax^2\,dx$ ($\because$ x^3 기함수, ax^2 우함수)

$$=2\left[\frac{1}{3}ax^3\right]_0^3$$

$=18a=36$

$\therefore a=2$

10. [2025년 6월 (공통) 10번]

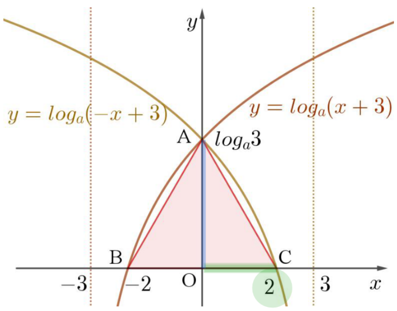
실수 a $(a>1)$에 대하여 곡선 $y=\log_a(x+3)$이 곡선 $y=\log_a(-x+3)$과 만나는 점을 A, 곡선 $y=\log_a(x+3)$이 x축과 만나는 점을 B, 곡선 $y=\log_a(-x+3)$이 x축과 만나는 점을 C라 하자. 삼각형 ABC가 정삼각형일 때, a의 값은? [4점]

① $3^{\frac{\sqrt{3}}{6}}$ ② $3^{\frac{\sqrt{3}}{4}}$ ③ $3^{\frac{\sqrt{3}}{3}}$

④ $3^{\frac{5\sqrt{3}}{12}}$ ⑤ $3^{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

『수능한권 수Ⅰ』 경향05



(Step1) 점 A의 좌표 구하기

$\log_a(x+3)=\log_a(-x+3)$

$\Leftrightarrow x+3=-x+3$

$\therefore x=0$

$\therefore \mathrm{A}(0,\ \log_a 3)$

(Step2) 점 B, C의 좌표 구하기

$\log_a(x+3)=0$

$\therefore x=-2$

$\therefore \mathrm{B}(-2,\ 0)$

$\log_a(-x+3)=0$

$\therefore x=2$

$\therefore \mathrm{C}(2,\ 0)$

$\triangle$ABC가 정삼각형이므로

$\overline{\mathrm{OC}}:\overline{\mathrm{OA}}=1:\sqrt{3}=2:2\sqrt{3}$

$\therefore \log_a 3=2\sqrt{3}$

$\therefore a^{2\sqrt{3}}=3$

$\therefore a=3^{\frac{\sqrt{3}}{6}}$

제 2 교시

수학 영역

11. [2025년 6월 (공통) 11번]

시각 $t=0$일 때 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각이 t $(t \geq 0)$일 때 점 P의 위치 x가

$$x = t^3 - t^2 - t + 1$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

〈 보 기 〉

ㄱ. 시각 $t=1$일 때 점 P의 위치는 1이다.
ㄴ. 시각 $t=1$일 때 점 P의 속도는 0이다.
ㄷ. 출발한 후 점 P의 운동 방향이 바뀌는 시각에 점 P의 가속도는 4이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ
④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

『수능한권 수Ⅱ』 경향13

점 P의 시각 t에서의 위치를 $x(t)$라 하면

$x(t) = t^3 - t^2 - t + 1$

ㄱ. (거짓)

$x(1) = 1 - 1 - 1 + 1 = 0$

ㄴ. (참)

위치를 시간에 대하여 미분하면 속도이므로

$x'(t) = 3t^2 - 2t - 1$

$x'(1) = 3 - 2 - 1 = 0$

ㄷ. (참)

[개념] 운동 방향 = 속도의 부호

운동 방향을 바꾸는 순간

= 속도의 부호가 바뀌는 순간

$x'(t) = 3t^2 - 2t - 1 = (t-1)(3t+1)$

$\therefore t = 1$ $(\because t>0)$

속도를 미분하면 가속도이므로

$x''(t) = 6t - 2$

$x''(1) = 6 - 2 = 4$

12. [2025년 6월 (공통) 12번]

다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_4의 최댓값은? [4점]

(가) $a_1 = a_3$
(나) 모든 자연수 n에 대하여
$$(a_{n+1} - a_n + 3)(a_{n+1} - 2a_n) = 0$$
이다.

① 9 ② 12 ③ 15
④ 18 ⑤ 21

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

『수능한권 수Ⅰ』 경향15

문제 단서에서 a_1, a_3에 대해 나왔으므로

a_2에 대해서도 파악해야 한다.

$a_1 \rightarrow a_2 \rightarrow a_3 \rightarrow a_4$ 나열해보자

$(a_{n+1} - a_n + 3)(a_{n+1} - 2a_n) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a_{n+1} = a_n - 3 \\ a_{n+1} = 2a_n \end{cases}$$

$a_1 \rightarrow a_2 \rightarrow a_3 \rightarrow a_4$

a_1

$a_1 - 3$

$a_1 - 6 = a_1 \cdots$ X

$2a_1 - 6 = a_1$

↳ $a_1 = a_3 = 6$ → 3, 12

$2a_1$

$2a_1 - 3 = a_1$

↳ $a_1 = a_3 = 3$ → 0, 6

$4a_1 = a_1$

↳ $a_1 = a_3 = 0$ → -3, 0

$\therefore a_4$의 최댓값은 12

제 2 교시

수학 영역

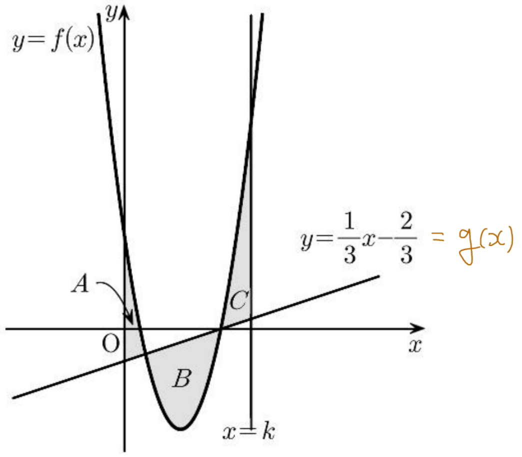
13. [2025년 6월 (공통) 13번]

그림과 같이 함수 $f(x)=3x^2-7x+2$에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$ 및 y축으로 둘러싸인 영역을 A, 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$로 둘러싸인 영역을 B, 곡선 $y=f(x)$와 두 직선 $y=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$, $x=k$ $(k>2)$로 둘러싸인 영역을 C라 하자.

$g(x)$ //

$$(A\text{의 넓이})+(C\text{의 넓이})=(B\text{의 넓이})$$

일 때, 상수 k의 값은? [4점]



① $\frac{29}{12}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{31}{12}$

④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

수능수학 Big Data Analyst 김지석

수능한권 Prism 해설

『수능한권 수Ⅱ』 경향12

$\int_0^k \{f(x)-g(x)\}dx=$ A+C−B = 0

$=\int_0^k\left(3x^2-\frac{22}{3}x+\frac{8}{3}\right)dx$

$=\left[x^3-\frac{11}{3}x^2+\frac{8}{3}x\right]_0^k$

$=k^3-\frac{11}{3}k^2+\frac{8}{3}k=0$

$\Leftrightarrow k(3k^2-11k+8)=0$

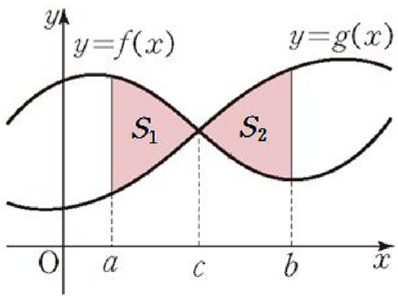
$\Leftrightarrow k(k-1)(3k-8)=0$

$\therefore k=\frac{8}{3}$ $(\because k>2)$

Analysis

두 함수의 차의 적분

두 함수 $y=f(x)$와 $y=g(x)$에 대하여 닫힌 구간 $[a,\ c]$에서 $f(x)\ge g(x)$이고, 닫힌 구간 $[c,\ b]$에서 $f(x)\le g(x)$이다.



$$\int_a^b\{f(x)-g(x)\}dx=S_1-S_2$$

제 2 교시

수학 영역

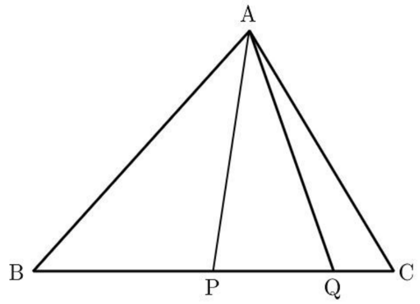
14. [2025년 6월 (공통) 14번]

$\overline{AB}=2\sqrt{7}$ 인 삼각형 ABC 에서 선분 BC 의 중점을 P, 선분 BC 를 5 : 1 로 내분하는 점을 Q 라 하자.

$\overline{AQ}=3\sqrt{2}$, $\sin(\angle QAP):\sin(\angle APQ)=\sqrt{2}:3$ 일 때, 삼각형 ABC 의 외접원의 넓이는? [4점]

① $\frac{85}{9}\pi$ ② $\frac{88}{9}\pi$ ③ $\frac{91}{9}\pi$

④ $\frac{94}{9}\pi$ ⑤ $\frac{97}{9}\pi$



수능수학 Big Data Analyst 김지석

수능한권 Prism 해설

『수능한권 수 I』 경향08

구하는 것 ▸ △ABC의 외접원의 넓이

→ 외접원의 반지름 R을 구해야 한다.

→ △ABC의 한 변과 마주 보는 각을 알아야 한다.

- 외접원 → 사인법칙
- 각에 대한 단서가 많다 → 사인법칙
- 변 길이에 대한 단서가 많다 → 코사인법칙
- 아는 삼각형 : △ABQ

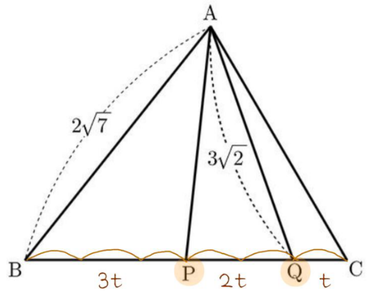
  모르는 삼각형 : △ABC

  → 공통부분 ∠B

(step1) $\overline{BC}$ 길이의 비 활용하기

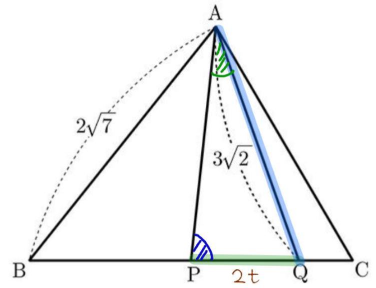
$\overline{BC}$ 의 중점은 P,

$\overline{BC}$ 를 5 : 1로 내분하는 점은 Q



$\therefore\ \overline{PQ}=2t$

(step2) 각에 대한 단서가 많다 → 사인법칙



$\sin(\angle QAP):\sin(\angle APQ)=\sqrt{2}:3$이므로

사인법칙에 의해

$\overline{PQ}:\overline{AQ}=\sqrt{2}:3=\sqrt{2}\sqrt{2}:3\sqrt{2}$

$\therefore\ \overline{PQ}=2t=2$ ($\because\ \overline{AQ}=3\sqrt{2}$)

$\therefore\ t=1$

제 2 교시

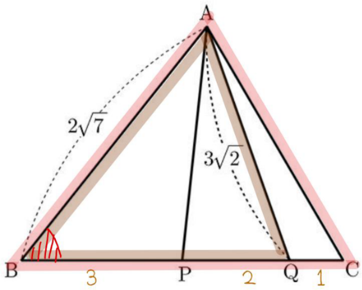
수학 영역

(step3) 변 길이에 대한 단서가 많다 → 코사인법칙

$\triangle$ABC의 한 변과 마주 보는 각을 알아야 한다.

- 아는 삼각형 : $\triangle$ABQ

  모르는 삼각형 : $\triangle$ABC → 공통부분 $\angle$B



$\triangle$ABQ에서 코사인법칙

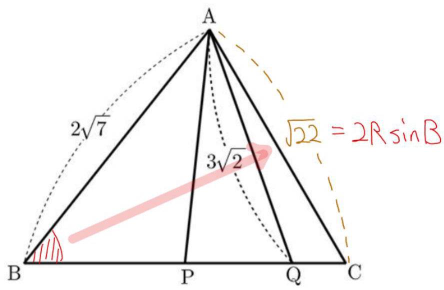
$$\cos B = \frac{(2\sqrt{7})^2 + 5^2 - (3\sqrt{2})^2}{2\times 2\sqrt{7}\times 5} = \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$\triangle$ABC에서 코사인법칙

$$\overline{AC}^2 = (2\sqrt{7})^2 + 6^2 - 2\times 2\sqrt{7}\times 6\times \cos B = 22$$

$\therefore\ \overline{AC} = \sqrt{22}$

(step4) 외접원 → 사인법칙 실전용 (2)



$\overline{AC} = 2R\sin B$

$\sqrt{22} = 2R\times\frac{3}{4}$

$\left(\because\ \sin^2 B = 1 - \cos^2 B = 1 - \left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^2\right)$

$\therefore\ R = \frac{2\sqrt{22}}{3}$

$\therefore$ $\triangle$ABC의 외접원의 넓이는

$$\pi R^2 = \pi\times\left(\frac{2\sqrt{22}}{3}\right)^2 = \frac{88}{9}\pi$$

도형의 필연성

필연성 08

각이 2개 이상

사인법칙 활용법 (각이 많을 때)

사인법칙

$\triangle$ABC에서

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} =$$

① $a : b : c = \sin A : \sin B : \sin C$

② $a = 2R\sin A$, $b = 2R\sin B$, $c = 2R\sin C$

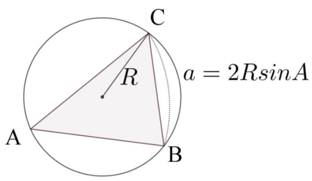
Skill 사인법칙의 흔적

✓ 사인끼리의 실수배 or 비례식이 나오면

→ 변 길이의 비로 활용한다! (사인법칙의 본질)

Skill 사인법칙 실전용 (2)

✓ 외접원 있을 때



필연성 09

코사인법칙 활용법 (변이 많을 때)

[단서] → [답]

✓ 2변 1각 → 1변

✓ 3변 → 각

필연성 15

길이를 모르는 삼각형과 길이를 아는 삼각형이 섞여 있을 때 → 공통부분을 찾아라!

제 2 교시

수학 영역

15. [2025년 6월 (공통) 15번]

상수 k와 $f'(0)=6$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x)+k & (|x|>1) \\ -f(x) & (|x|\le 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $k+f\left(\frac{1}{2}\right)$의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 a에 대하여

$\lim_{x\to a+}\frac{g(x)-g(a)}{x-a}$의 값이 존재하고 그 값은 0 이하이다.

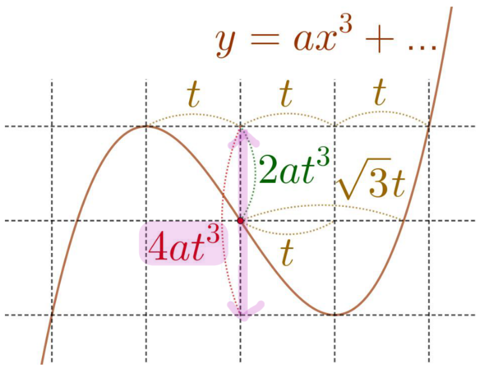
(나) x에 대한 방정식 $g(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 t의 최댓값은 13이다.

① $\frac{15}{4}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ $\frac{39}{4}$ ④ $\frac{51}{4}$ ⑤ $\frac{63}{4}$

Analysis

삼차함수 비례관계

극대와 극소 높이 차 $=4at^3$



수능수학 Big Data Analyst 김지석

수능한권 Prism 해설

『수능한권 수Ⅱ』 경향08

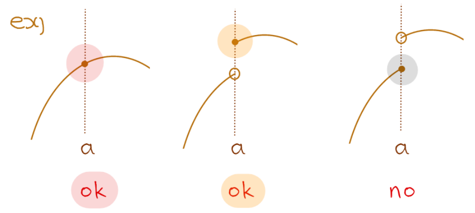
(Step1) 조건(가) $\lim_{x\to a+}\frac{g(x)-g(a)}{x-a}$ 존재 이해하기

$x\to a+$일 때 {분모}$\to 0$ 이므로 {분자}$\to 0$

$\lim_{x\to a+}\{g(x)-g(a)\}=0$

$\therefore \lim_{x\to a+}g(x)=g(a)$

ex)



$g(x)=\begin{cases} f(x)+k & (x<-1 \text{ or } x>1) \\ -f(x) & (-1\le x\le 1) \end{cases}$ 이므로

$\therefore$ $g(x)$는 $x=1$에서 연속이고

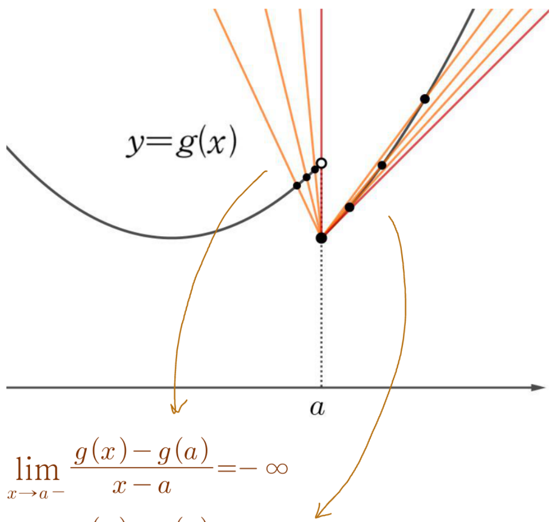
$x=-1$에서 연속이 아닐 수도 있다.

[참고]

【ex】 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여

$g(x)=\begin{cases} f(x)+k & (x<a) \\ f(x) & (x\ge a) \end{cases}$

$\lim_{x\to a-}g(x)\ne g(a)=\lim_{x\to a+}g(x)$ 일 때



$\lim_{x\to a-}\frac{g(x)-g(a)}{x-a}=-\infty$

$\lim_{x\to a+}\frac{g(x)-g(a)}{x-a}=f'(a)$

$\therefore$ $g(x)$의 $x=a$에서의 좌미분계수는 존재하지 않고, 우미분계수만 존재한다!

제 2 교시

수학 영역

(step2) 조건(가) $\lim_{x \to a+} \frac{g(x)-g(a)}{x-a} \le 0$ 활용하기

$g(x)=\begin{cases} f(x)+k & (x<-1 \text{ or } x>1) \\ -f(x) & (-1 \le x \le 1) \end{cases}$ 이므로

ⅰ) $x<-1$ or $x>1$에서

$g'(x)=f'(x) \le 0$

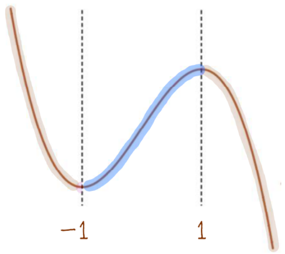
ⅱ) $-1<x<1$에서

$g'(x)=-f(x) \le 0$

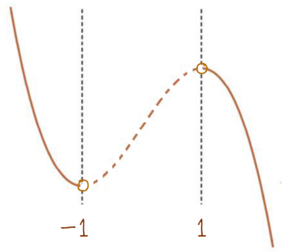
⇔ $f'(x) \ge 0$

이어야 한다.

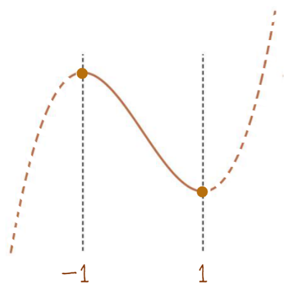
∴ 삼차함수 $f(x)$의 그래프 개형은 아래와 같다.



$g(x)=f(x)+k$ $(x<-1$ or $x>1)$



$g(x)=-f(x)$ $(-1 \le x \le 1)$



$f'(-1)=f'(1)=0$이므로

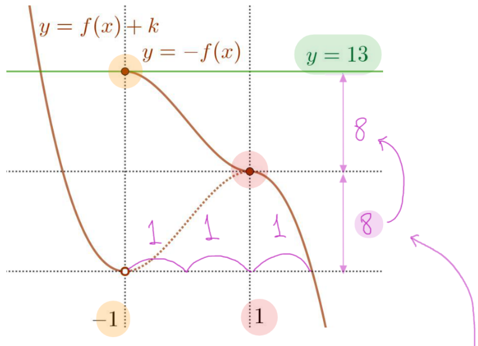
$f'(x)=b(x-1)(x+1)$

∴ $f'(0)=-b=6$

∴ $f'(x)=-6(x-1)(x+1)=-6x^2+6$

∴ $f(x)+k=-2x^3+6x+C$

(step3) $g(x)$의 그래프

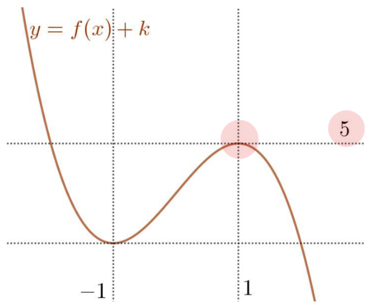


삼차함수의 비례관계에 의하여

$y=f(x)+k$의 극대와 극소의 높이차는

$4 \times 2 \times 1^3=8$

∴ $f(1)+k=13-8=5$



$f(x)+k=-2x^3+6x+C$

∴ $f(1)+k=-2+6+C=5$

∴ $C=1$

∴ $f(x)+k=-2x^3+6x+1$

∴ $f\left(\frac{1}{2}\right)+k=\frac{15}{4}$

제 2 교시

수학 영역

16. [2025년 6월 (공통) 16번]

방정식 $\log_5(x+1)+\log_5(x-1)=\log_{25}9$를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

2

『수능한권 수Ⅰ』 경향01

진수 조건에 의하여

$x+1>0$이고 $x-1>0$

$\therefore\ x>1$

$\log_5(x+1)+\log_5(x-1)=\log_{25}9$

⇔ $\log_5(x+1)+\log_5(x-1)=\log_{5^2}3^2$

⇔ $\log_5(x^2-1)=\log_5 3$

⇔ $x^2-1=3$

⇔ $x=2$ or -2

$\therefore\ x=2$ ($\because\ x>1$)

17. [2025년 6월 (공통) 17번]

다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=3x^2+4x$이고 $f(0)=3$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

6

『수능한권 수Ⅱ』 경향09

$f(x)=\int f'(x)\,dx=\int(3x^2+4x)\,dx$

$=x^3+2x^2+C$ (단, C는 적분상수)

$f(0)=C=3$

$\therefore\ f(x)=x^3+2x^2+3$

$\therefore\ f(1)=1+2+3=6$

18. [2025년 6월 (공통) 18번]

$\sum_{k=1}^{6}(k^2+2k)$의 값을 구하시오. [3점]

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

133

『수능한권 수Ⅰ』 경향13

$$\sum_{k=1}^{6}(k^2+2k)=\sum_{k=1}^{6}k^2+2\sum_{k=1}^{6}k$$

$$=\frac{6\times7\times13}{6}+2\times\frac{6\times7}{2}$$

$$=91+42=133$$

19. [2025년 6월 (공통) 19번]

상수 a에 대하여 함수 $f(x)=3x^3-9x^2+a$의 극댓값이 20일 때, 함수 $f(x)$의 극솟값을 구하시오. [3점]

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

8

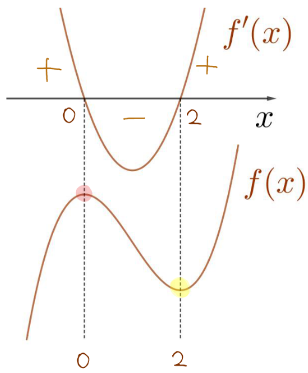
『수능한권 수Ⅱ』 경향07

[개념]

f(x)의 증가, 감소를 파악해야 한다.

f'(x)의 ⊕, ⊖를 파악해야 한다.

$f'(x)=9x^2-18x=9x(x-2)$



$x=0$에서 극대, $x=2$에서 극소

$\therefore\ f(0)=a=20$

$\therefore$ 함수 $f(x)$의 극솟값은

$f(2)=-12+a=-12+20=8$

제 2 교시

수학 영역

20. [2025년 6월 (공통) 20번]

실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> $0 \le x < 4$일 때 $f(x) = -x^2 + 4x$이고,
> 모든 실수 x에 대하여 $f(x+4) = f(x)$이다.

방정식 $f(f(x)) = f(x)$의 0 이상인 모든 실근을 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n번째 수를 a_n이라 하자.

다음은 $a_{20} + a_{21} + a_{22}$의 값을 구하는 과정이다.

> 방정식 $f(x) = x$의 모든 실근이 0, 3이므로 방정식 $f(f(x)) = f(x)$의 실근을 구하는 것은 방정식 $f(x) \times (f(x) - 3) = 0$의 실근을 구하는 것과 같다.
> $0 \le x < 4$일 때, 방정식
> $f(x) \times (f(x) - 3) = 0$의
> 모든 실근은 0, $\boxed{(가)}$, 3이므로
> $$a_1 = 0,\ a_2 = \boxed{(가)},\ a_3 = 3$$
> 이다. 또한 모든 실수 x에 대하여
> $f(x+4) = f(x)$이므로
> 세 수열 $\{a_{3n-2}\}$, $\{a_{3n-1}\}$, $\{a_{3n}\}$은
> 첫째항이 각각 0, $\boxed{(가)}$, 3이고
> 공차가 모두 $\boxed{(나)}$인 등차수열이다.
> 따라서 $a_{20} + a_{21} + a_{22} = \boxed{(다)}$이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r라 할 때, $p+q+r$의 값을 구하시오. [4점]

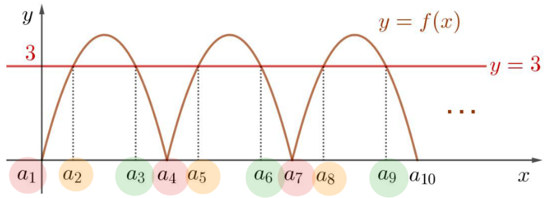
수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

85

『수능한권 수 I』 경향09

(Step1) $y = f(x)$의 그래프 파악하기

$f(x+4) = f(x)$ ⇔ $y = f(x)$는 주기가 4인 함수



$f(x) \times (f(x) - 3) = 0$

⇔ $f(x) = 0$ or $f(x) = 3$

$0 \le x < 4$에서

$f(x) = 0$

⇔ $-x^2 + 4x = 0$

∴ $x = 0$

$f(x) = 3$

⇔ $-x^2 + 4x = 3$

⇔ $x^2 - 4x + 3 = 0$,

⇔ $(x-1)(x-3) = 0$

∴ $x = 1$ or 3

(Step2) 수열 a_n 파악하기

$0 \le x < 4$일 때, 방정식

$f(x) \times (f(x) - 3) = 0$의 모든 실근은

0, $\boxed{1}$, 3이므로

$a_1 = 0$, $a_2 = \boxed{1}$, $a_3 = 3$

$f(x+4) = f(x)$ ⇔ $y = f(x)$는 주기가 4인 함수이므로

세 수열 $\{a_{3n-2}\}$, $\{a_{3n-1}\}$, $\{a_{3n}\}$은

첫째항이 각각 0, $\boxed{1}$, 3이고

공차가 모두 $\boxed{4}$인 등차수열이다.

$a_{20} = 1 + (7-1) \times 4 = 25$

$a_{21} = 3 + (7-1) \times 4 = 27$

$a_{22} = 0 + (8-1) \times 4 = 28$

∴ $a_{20} + a_{21} + a_{22} = \boxed{80}$

∴ $p + q + r = 1 + 4 + 80 = 85$

제 2 교시

수학 영역

21. [2025년 6월 (공통) 21번]
함수 $f(x)=(x-1)(x-2)$와 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> 모든 실수 a에 대하여 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{g(x)\times|f(x)|}{f(x)}$의 값과 $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{|g(x)-f(x)|}{g(x)}$의 값이 모두 존재한다.

$g(-1)$의 값을 구하시오. [4점]

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

21

『수능한권 수Ⅱ』 경향01

(Step1) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{g(x)\times|f(x)|}{f(x)}$ 존재

$$\frac{|f(x)|}{f(x)}=\begin{cases}1 & (f(x)>0 \Leftrightarrow x<1 \text{ or } x>2)\\ -1 & (f(x)<0 \Leftrightarrow 1<x<2)\end{cases}$$

$\lim\limits_{x\to 1}g(x)\times\dfrac{|f(x)|}{f(x)}$ 이 존재하려면 $\lim\limits_{x\to 1}g(x)=0$

$\therefore\ g(1)=0$

$\lim\limits_{x\to 2}g(x)\times\dfrac{|f(x)|}{f(x)}$ 이 존재하려면 $\lim\limits_{x\to 2}g(x)=0$

$\therefore\ g(2)=0$

$\therefore\ g(x)=(x-1)(x-2)(x^2+bx+c)$
$\qquad =f(x)(x^2+bx+c)$

(Step2) $\lim\limits_{x\to a}\dfrac{|g(x)-f(x)|}{g(x)}$ 존재

$$\lim_{x\to a}\frac{|g(x)-f(x)|}{g(x)}$$
$$=\lim_{x\to a}\frac{|f(x)(x^2+bx+c)-f(x)|}{f(x)(x^2+bx+c)}$$
$$=\lim_{x\to a}\frac{|f(x)|}{f(x)}\times\frac{|(x^2+bx+c)-1|}{x^2+bx+c}$$

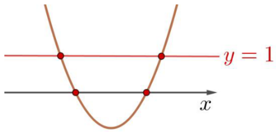
(Step1)과 같은 방법으로
$a=1,\ 2$일 때 위의 극한값이 존재하려면
$x^2+bx+c-1=0$의 근이 $1,\ 2$이어야 한다.

$\therefore\ x^2+bx+c-1=(x-1)(x-2)$

$\therefore\ g(x)=(x-1)(x-2)(x^2+bx+c)$
$\qquad =(x-1)(x-2)\{(x-1)(x-2)+1\}$

$\therefore\ g(-1)=(-2)(-3)\{(-2)(-3)+1\}=42$

[참고]



만약 $x^2+bx+c=0$이 실근이 있다하더라도
$x^2+bx+c=1$와 서로 같은 근을 가질 수 없다.
따라서
$\dfrac{|(x^2+bx+c)-1|}{x^2+bx+c}$의 분모와 분자의 인수가 약분되는 일은 발생하지 않는다.
그러므로 분모의 식 $x^2+bx+c=0$는 실근을 갖지 않는다.
실근이 있으면 분모가 0이 될 때 분자가 0이 되지 않고, 결국 발산하기 때문이다.
실제로 문제의 답이 되는
$x^2+bx+c=(x-1)(x-2)+1$는
실근을 갖지 않는다는 걸 확인할 수 있을 것이다.

Analysis

이 문제가 연속 판단 문제는 아니지만

■ 곱해진 함수의 연속 판단 (불연속X연속=연속)
$x=a$에서 $f(x)$는 불연속이고
$x=a$에서 $g(x)$는 연속일 때,
$f(x)g(x)$가 연속이려면 $g(a)=0$이다.

이 접근법의 아이디어를 그대로 활용한 것이다.
이 접근법 결론만 단순 암기해서 적용만하고, 유도는 할 줄 몰랐다면 이 문제를 푸는데 막힐 수밖에 없다. 반면에 원리를 알고 유도를 할 수 있는 학생들에게는 너무 쉬웠을 것이다. 그러니 수학은 뭐 하나라도 원리를 알고 유도할 줄 알아야 한다. 무작정 양치기를 하기에 앞서서 기본부터 탄탄하게 다져야 최고난도 문제까지 도달할 수 있다.

제 2 교시

수학 영역

22. [2025년 6월 (공통) 22번]

$k>1$인 실수 k에 대하여 두 곡선

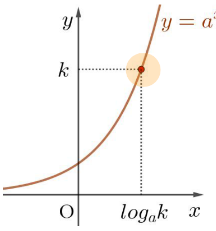
$$y=2^x+\frac{k}{2},\ y=k\times\left(\frac{1}{2}\right)^x+k-2$$

가 만나는 점을 A라 하고, 점 A를 지나고 기울기가 -1인 직선이 곡선 $y=2^{x-2}-3$과 만나는 점을 B라 하자. 삼각형 AOB의 넓이가 16일 때, $k+\log_2 k=\frac{q}{p}$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

Analysis

$y=a^x$ 위의 점은 $(\log_a k,\ k)$ 꼴로 표현할 수 있다.
이것이 로그 정의의 그래프적인 의미이기도 하다.

x축: -1 평행이동



$\because\ a^x=k,\ x=\log_a k$

Analysis

기울기로 직각삼각형 활용하기

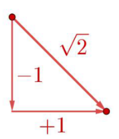
기울기는 직각삼각형에서의 $\frac{\text{세로}}{\text{가로}}$ 비율

(세로는 y좌표 단서, 가로는 x좌표 단서)

→ 도형적 접근

→ 직각삼각형 닮음 활용

【ex】 기울기=-1



Analysis

점과 직선사이 거리 공식

점 $(x_1,\ y_1)$과 직선 $ax+by+c=0$ 사이 거리 d

$$d=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

수능수학 Big Data Analyst 김지석
수능한권 Prism 해설

38

『수능한권 수Ⅰ』 경향05

(Step1) 점 A 구하기

$$2^x+\frac{k}{2}=k\times\left(\frac{1}{2}\right)^x+k-2$$

$2^x=t$라 하면

$$t+\frac{k}{2}=\frac{k}{t}+k-2$$

$$\Leftrightarrow\ t^2+(2-k)t+\frac{k}{2}t-k=0$$

$$\Leftrightarrow\ (2t-k)(t+2)=0$$

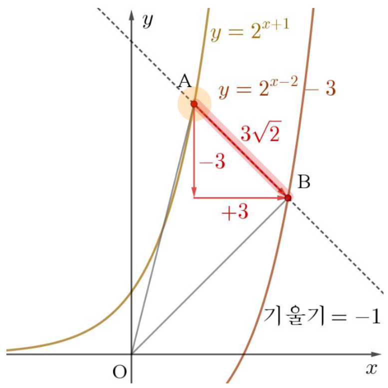
$$\therefore\ t=\frac{k}{2}=2^x\ (\because\ t>0)$$

$$\therefore\ x=\log_2\frac{k}{2}=\log_2 k-1$$

$$\therefore\ \mathrm{A}(\log_2 k-1,\ k)$$

점 A는 곡선 $y=2^{x+1}$ 위의 점이기도 하다.

(Step2) $\overline{\mathrm{AB}}$ 구하기



$y=2^{x+1}$는 $y=2^{x-2}-3$와 평행이동 관계이다.

x축: +3, y축: -3 평행이동 관계

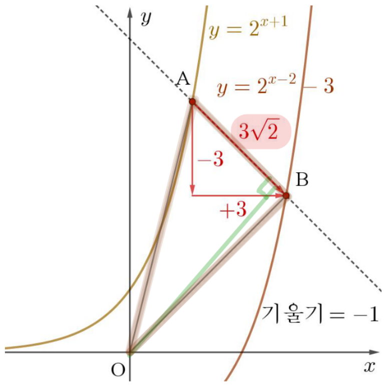
→ 기울기=-1 방향 이동하면 교점 B

$\therefore\ \overline{\mathrm{AB}}=3\sqrt{2}$

제 2 교시

수학 영역

(Step3) △AOB의 넓이 활용하기



점 A를 지나고 기울기가 -1인 직선의 방정식은

$y=-1\{x-(\log_2 k-1)\}+k$

$\Leftrightarrow -x-y+\log_2 k+k-1=0$

점 (0, 0)과 위 직선 사이의 거리는

$$\frac{|\log_2 k+k-1|}{\sqrt{(-1)^2+(-1)^2}}=\frac{\log_2 k+k-1}{\sqrt{2}} \ (\because k>1)$$

∴ △AOB의 넓이는

$$16=\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\times\frac{\log_2 k+k-1}{\sqrt{2}}$$

$\therefore \log_2 k+k=\frac{35}{3}$

$\therefore p+q=3+35=38$