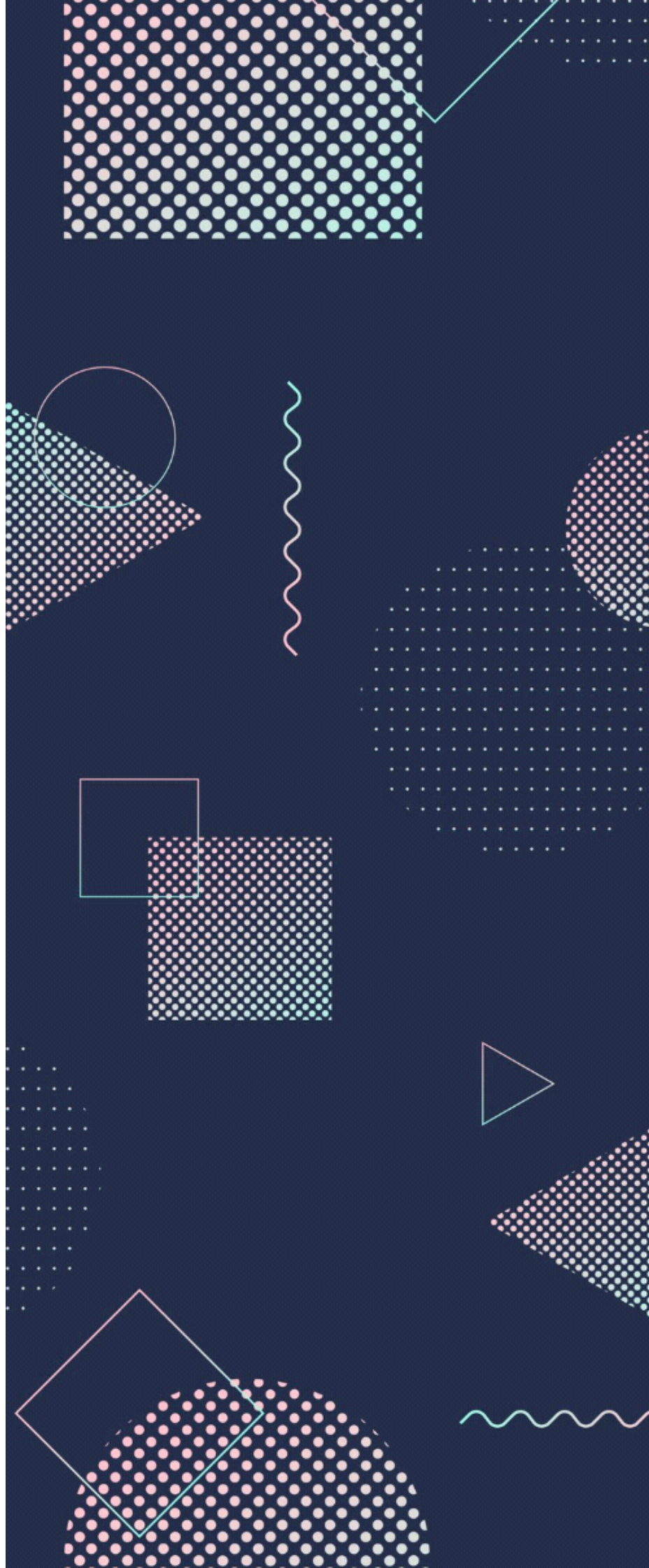


“유일하게 부족한 것은 노력뿐!”

2025년 6모 보충프린트

ver. 수1수2



6월 모의고사 보충프린트 ver. 수1수2

■ 실시일: 2025년 6월 7일 (토)

001 2026학년도 고3 6월 평가원 공통

--	--	--	--	--

12. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_4 의 최댓값은? [4점]

(가) $a_1 = a_3$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$(a_{n+1} - a_n + 3)(a_{n+1} - 2a_n) = 0$$

이다.

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

[정답률 : 52.9%]

Comment : $f(x)$ 가 연속함수일 때

$\{f(x) - x\}\{f(x) + x\} = 0$ 를 만족시키는 함수 $f(x)$ 는 $f(x) = x$ 와 $f(x) = -x$ 두가지 뿐일까?

아니다. 갈아탈 수 있다!

002

--	--	--	--	--

075

2025학년도 고3 9월 평가원 공통

--	--	--	--	--

양수 k 에 대하여 $a_1 = k$ 인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_2 \times a_3 < 0$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$\left(a_{n+1} - a_n + \frac{2}{3}k\right)(a_{n+1} + ka_n) = 0 \text{이다.}$$

$a_5 = 0$ 이 되도록 하는 서로 다른 모든 양수 k 에 대하여 k^2 의 값의 합을 구하시오. [4점]

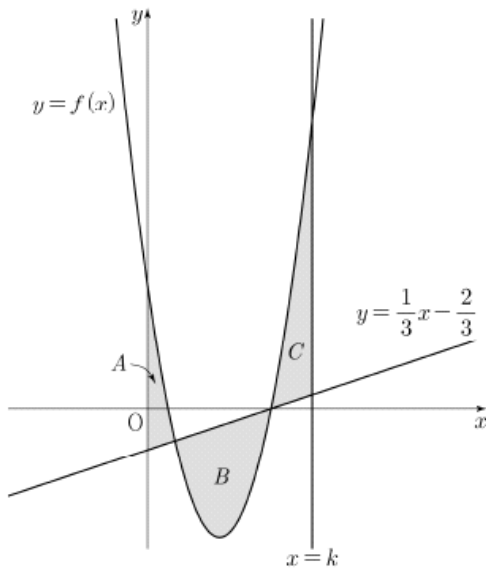
003 2026학년도 고3 6월 평가원 공통

--	--	--	--	--

13. 그림과 같이 함수 $f(x) = 3x^2 - 7x + 2$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ 및 y 축으로 둘러싸인 영역을 A , 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ 로 둘러싸인 영역을 B , 곡선 $y = f(x)$ 와 두 직선 $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$, $x = k$ ($k > 2$)로 둘러싸인 영역을 C 라 하자.

$$(A \text{의 넓이}) + (C \text{의 넓이}) = (B \text{의 넓이})$$

일 때, 상수 k 의 값은? [4점]



- ① $\frac{29}{12}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{31}{12}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

[정답률 : 69.6%]

Comment : 비슷한 기출이 산더미 같이 쌓여있다.

작년 기출만 하더라도 똑같은 문제가 너무 많다.

제3의 넓이를 활용해서 빠르게 처리하자~

004

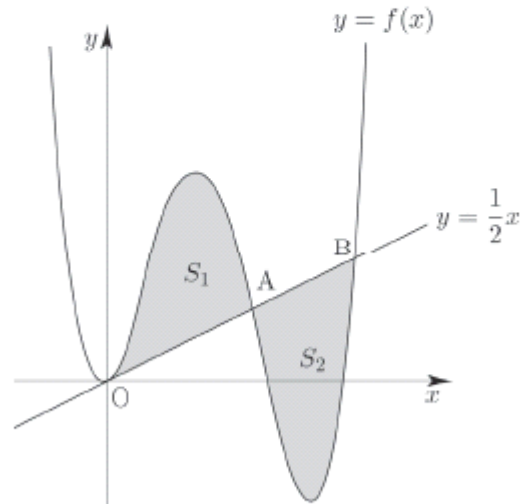
--	--	--	--	--

098 2024년 고3 5월 교육청 공통

--	--	--	--	--

최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = \frac{1}{2}x$ 가 원점 O 에서 접하고 x 좌표가 양수인 두 점 A, B ($\overline{OA} < \overline{OB}$)에서 만난다. 곡선 $y = f(x)$ 와 선분 OA 로 둘러싸인 영역의 넓이를 S_1 , 곡선 $y = f(x)$ 와 선분 AB 로 둘러싸인 영역의 넓이를 S_2 라 하자. $\overline{AB} = \sqrt{5}$ 이고 $S_1 = S_2$ 일 때, $f(1)$ 의 값은?

[4점]



- ① $\frac{9}{2}$ ② $\frac{11}{2}$ ③ $\frac{13}{2}$
④ $\frac{15}{2}$ ⑤ $\frac{17}{2}$

005 2026학년도 고3 6월 평가원 공통

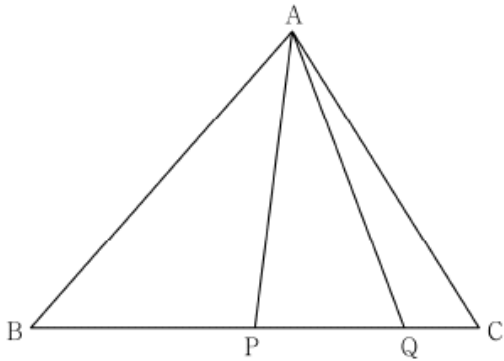
--	--	--	--	--	--

14. $\overline{AB} = 2\sqrt{7}$ 인 삼각형 ABC에서 선분 BC의 중점을 P, 선분 BC를 5:1로 내분하는 점을 Q라 하자.

$$\overline{AQ} = 3\sqrt{2}, \sin(\angle QAP) : \sin(\angle APQ) = \sqrt{2} : 3$$

일 때, 삼각형 ABC의 외접원의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{85}{9}\pi$ ② $\frac{88}{9}\pi$ ③ $\frac{91}{9}\pi$ ④ $\frac{94}{9}\pi$ ⑤ $\frac{97}{9}\pi$



[정답률 : 38.9%]

Comment : 사인비는 대변의 비!

이 문제 틀렸으면 최근 기출 4개년
사인코사인법칙 단원 다시 풀어볼 것!

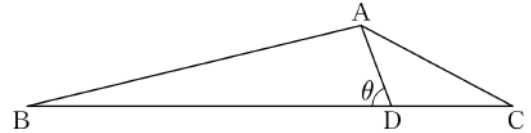
006 2025년 고3 5월 교육청 공통

--	--	--	--	--	--

20. 그림과 같이 삼각형 ABC에서 선분 BC를 3:1로 내분하는 점을 D라 하고, $\angle ADB = \theta$ 라 하자.

$$\overline{AD} = \sqrt{2}, \overline{AB} : \overline{AC} = 2 : 1, \cos \theta = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

일 때, 삼각형 ABD의 외접원의 넓이는 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



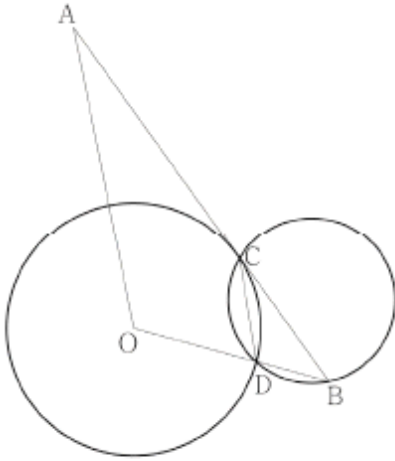
007

--	--	--	--	--

080

--	--	--	--	--

그림과 같이 중심이 O 이고 반지름의 길이가 3인 원이 삼각형 OAB 의 변 AB 에 접한다. 이때의 접점을 C 라 할 때, $\overline{AC} = 2\overline{BC}$ 이다. 원과 선분 OB 와 만나는 점을 D 라 하자. 삼각형 OAB 의 넓이를 S_1 , 삼각형 BCD 의 넓이를 S_2 라 할 때, $2S_1 = 15S_2$ 이다. 삼각형 BCD 의 외접원의 넓이는 $k\pi$ 이다. k 의 값을 구하시오.



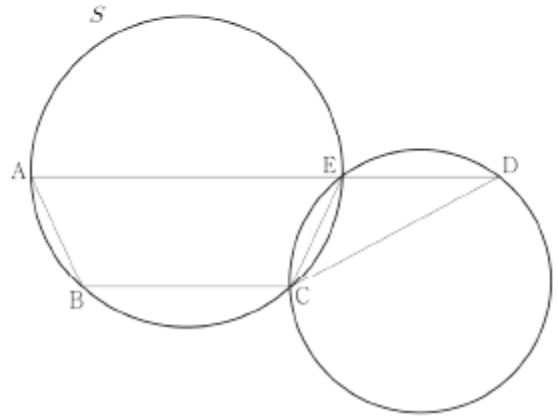
008

--	--	--	--	--

085

--	--	--	--	--

그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사각형 $ABCD$ 가 있다. 세 점 A, B, C 을 지나는 원을 S 라 할 때, 선분 AD 와 원 S 가 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 E 라 하자. $\overline{BC} = 2$, $\overline{AE} = 3$, $\overline{CD} = \sqrt{6}$, $\overline{AB} = \overline{ED}$ 일 때, 삼각형 CDE 의 외접원의 넓이는 $\frac{q}{p}\pi$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.)



009 2026학년도 고3 6월 평가원 공통

--	--	--	--	--

15. 상수 k 와 $f'(0) = 6$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) + k & (|x| > 1) \\ -f(x) & (|x| \leq 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $k + f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a+} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}$ 의 값이 존재하고 그 값은 0 이하이다.

(나) x 에 대한 방정식 $g(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 t 의 최댓값은 13이다.

- ① $\frac{15}{4}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ $\frac{39}{4}$ ④ $\frac{51}{4}$ ⑤ $\frac{63}{4}$

[정답률 : 19.4%]

Comment : (가) 조건이 핵심이다.

하필 우미분계수를 주었다.

거기에다 값이 0 이하라고 한다.

$$g'(a+) \leq 0$$

응? 그러면 양수는 안되겠네?

심지어 모든 실수 a 에 대해서다!

개형추론에서 너무 강력한 힌트

010

--	--	--	--	--

201 2022년 고3 7월 교육청 공통

--	--	--	--	--

최고차항의 계수가 1이고 $f(0) = \frac{1}{2}$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = \begin{cases} f(x) & (x < -2) \\ f(x) + 8 & (x \geq -2) \end{cases}$$

라 하자. 방정식 $g(x) = f(-2)$ 의 실근이 2뿐일 때, 함수 $f(x)$ 의 극댓값은? [4점]

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4
④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

011

--	--	--	--	--	--

221 2022학년도 사관학교 공통

--	--	--	--	--

함수 $f(x) = x^3 - x$ 와 상수 $a(a > -1)$ 에 대하여
곡선 $y = f(x)$ 위의 두 점 $(-1, f(-1)), (a, f(a))$ 를
지나는 직선을 $y = g(x)$ 라 하자. 함수

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x < -1) \\ g(x) & (-1 \leq x \leq a) \\ f(x-m)+n & (x > a) \end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.
(나) 함수 $h(x)$ 는 일대일대응이다.

$m+n$ 의 값은? (단, m, n 은 상수이다.) [4점]

- ① 1 ② 3 ③ 5
④ 7 ⑤ 9

012

--	--	--	--	--

224

--	--	--	--	--

사차함수 $f(x)$ 는 $f'(3) = f(3)$ 이고, 다항함수 $g(x)$ 는
 $g'(0) = 3$ 이다. 함수

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x \geq 0) \\ g(x) & (x < 0) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을
만족시킨다.

(가) $a < 0, b < 0$ 인 임의의 두 실수 a, b 에 대하여

$$\frac{b}{h(b)-36} = \frac{a}{h(a)-36} \text{ 이다.}$$

(나) 함수 $|h(x)|$ 는 $x=p, x=3, x=4$ 에서만
극솟값을 갖는다.

$\frac{h(8)}{p}$ 의 값을 구하시오.

013 2026학년도 고3 6월 평가원 공통

--	--	--	--	--

20. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$0 \leq x < 4$ 일 때 $f(x) = -x^2 + 4x$ 이고,
모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4) = f(x)$ 이다.

방정식 $f(f(x)) = f(x)$ 의 0 이상인 모든 실근을 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자.

다음은 $a_{20} + a_{21} + a_{22}$ 의 값을 구하는 과정이다.

방정식 $f(x) = x$ 의 모든 실근이 0, 3이므로
방정식 $f(f(x)) = f(x)$ 의 실근을 구하는 것은
방정식 $f(x) \times (f(x) - 3) = 0$ 의 실근을 구하는 것과 같다.

$0 \leq x < 4$ 일 때, 방정식 $f(x) \times (f(x) - 3) = 0$ 의

모든 실근은 0, (가), 3이므로

$a_1 = 0, a_2 = \text{(가)}, a_3 = 3$

이다. 또한 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4) = f(x)$ 이므로

세 수열 $\{a_{3n-2}\}, \{a_{3n-1}\}, \{a_{3n}\}$ 은

첫째항이 각각 0, (가), 3이고

공차가 모두 (나)인 등차수열이다.

따라서 $a_{20} + a_{21} + a_{22} = \text{(다)}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 이라 할 때,
 $p + q + r$ 의 값을 구하시오. [4점]

[정답률 : 26.9%]

Comment : 실제 문제를 풀 때 $f(f(x)) = f(x)$ 에서
 $f(x) = t$ 라고 치환해야 실수를 줄일 수 있다.
 $f(t) = t \Rightarrow t = 0 \text{ or } t = 3 \Rightarrow f(x) = 0 \text{ or } f(x) = 3$
이러한 형태는 삼각함수의 그래프 문제에서
자주 출제되는 형태이다.

014

--	--	--	--	--

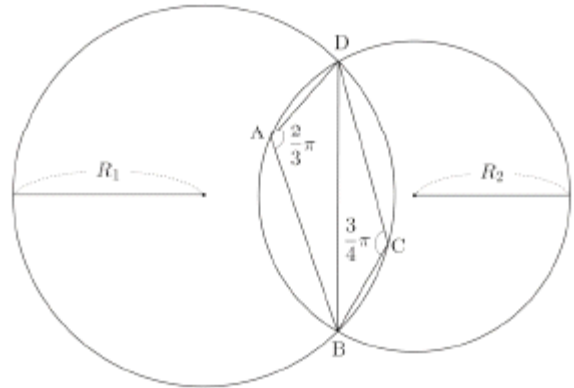
056 2024학년도 고3 9월 평가원 공통

--	--	--	--	--

그림과 같이

$$\overline{AB} = 2, \overline{AD} = 1, \angle DAB = \frac{2}{3}\pi, \angle BCD = \frac{3}{4}\pi$$

인 사각형 ABCD가 있다. 삼각형 BCD의 외접원의
반지름의 길이를 R_1 , 삼각형 ABD의 외접원의 반지름의
길이를 R_2 라 하자.



다음은 $R_1 \times R_2$ 의 값을 구하는 과정이다.

삼각형 BCD에서 사인법칙에 의하여

$$R_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \overline{BD}$$

이고, 삼각형 ABD에서 사인법칙에 의하여

$$R_2 = \text{(가)} \times \overline{BD}$$

이다. 삼각형 ABD에서 코사인법칙에 의하여

$$\overline{BD}^2 = 2^2 + 1^2 - (\text{(나)})$$

이므로

$$R_1 \times R_2 = \text{(다)}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r 이라 할 때,
 $9 \times (p \times q \times r)^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

015 2026학년도 고3 6월 평가원 공통

--	--	--	--	--

21. 함수 $f(x) = (x-1)(x-2)$ 와 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 a 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)}$ 의 값과 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{|g(x) - f(x)|}{g(x)}$ 의 값이 모두 존재한다.

$g(-1)$ 의 값을 구하시오. [4점]

[정답률 : 12.2%]

Comment : 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{|f(x)|}{x-1} = \alpha$ 일 때,

$f(x)$ 는 $(x-1)$ 를 최소 몇 개 이상 가지고 있어야 할까?

16, 17번 해결 후 15번을 도전해보자.

016

--	--	--	--	--

081 2022년 고3 10월 교육청 공통

--	--	--	--	--

최고차항의 계수가 1이고 다음 조건을 만족시키는 모든 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(5)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

(가) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|f(x) - 1|}{x}$ 의 값이 존재한다.

(나) 모든 실수 x 에 대하여 $xf(x) \geq -4x^2 + x$ 이다.

017

--	--	--	--	--

061 2024년 고3 10월 교육청 공통

--	--	--	--	--

최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$(x-1)g(x) = |f(x)|$$

를 만족시킨다. 함수 $g(x)$ 가 $x=1$ 에서 연속이고 $g(3)=0$ 일 때, $f(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 9 ② 12 ③ 15
④ 18 ⑤ 21

018

--	--	--	--	--

087

2025학년도 수능 공통

--	--	--	--	--

함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ 가 다음 조건을 만족시키도록 하는 두 정수 a, b 에 대하여 $f(1)$ 의 최댓값을 구하시오. [4점]

모든 실수 α 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(2x+1)}{f(x)}$ 의 값이 존재한다.

019

2026학년도 규토 5월 모의평가 공통

--	--	--	--	--

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $f(2) = 2$

(나) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\{f(x+1)-2\}(x-1)}{f(x)-x} = -2$

$f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

020 2026학년도 고3 6월 평가원 공통

--	--	--	--	--

22. $k > 1$ 인 실수 k 에 대하여 두 곡선

$$y = 2^x + \frac{k}{2}, \quad y = k \times \left(\frac{1}{2}\right)^x + k - 2$$

가 만나는 점을 A 라 하고, 점 A 를 지나고 기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y = 2^{x-2} - 3$ 과 만나는 점을 B 라 하자.

삼각형 AOB 의 넓이가 16 일 때, $k + \log_2 k = \frac{q}{p}$ 이다.

$p + q$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

[정답률 : 3.1%]

Comment 1 : 지수로그함수 단원이 킬러로 나오는게

얼마만이야..

직선 AB 의 기울기가 -1 이다.

기출 문제상 $y = 2^x + \frac{k}{2}$ 와 $y = 2^{x-2} - 3$ 는

평행이동관계에 의해 이쁘게 풀리지 않는다.

뭔가 방법이 없을까?

Comment 2 : 미지수를 두어서 수식으로 밀어도 그만이다.

021 2026학년도 규토 5월 모의평가 공통

--	--	--	--	--

14. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = \log_2 x$ 와

직선 $x = n$ 이 만나는 점을 A_n 라 하자. 점 A_n 를 지나고

기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y = 2^{x+n} + n$ 과 만나는 점을

B_n 이라 하고, 점 A_n 를 지나고 기울기가 1인 직선이 x 축과

만나는 점을 C_n 이라 하자. 직선 $B_n C_n$ 이 y 축과 만나는 점과

직선 $A_n B_n$ 의 거리를 d_n 이라 할 때, $\sqrt{2} \leq d_n \leq 2\sqrt{2}$ 를

만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합은? [4점]

① 122

② 124

③ 126

④ 128

⑤ 130

<답>

1. ②
2. 8
3. ④
4. ⑤
5. ②
6. 71
7. 5
8. 43
9. ①
10. ③
11. ④
12. 75
13. 85
14. 98
15. 42
16. 226
17. ①
18. 16
19. 94
20. 38
21. ⑤

<해설>

1. ②

12. 출제의도 : 수열의 귀납적 정의를 이용하여 수열의 특정한 항의 최댓값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

조건 (나)에서

$$a_{n+1} = a_n - 3 \text{ 또는 } a_{n+1} = 2a_n$$

조건 (가)에서 $a_3 = a_1$ ㉠

(i) $a_3 = a_2 - 3$, $a_2 = a_1 - 3$ 인 경우

$$a_3 = a_2 - 3 = (a_1 - 3) - 3$$

$$a_3 = a_1 - 6$$

이 식은 ㉠을 만족시키지 않는다.

(ii) $a_3 = a_2 - 3$, $a_2 = 2a_1$ 인 경우

$$a_3 = a_2 - 3 = 2a_1 - 3$$

㉠에서

$$a_3 = 2a_1 - 3$$

$$a_3 = 3$$

$$a_4 = a_3 - 3 = 0 \text{ 또는 } a_4 = 2a_3 = 6$$

(iii) $a_3 = 2a_2$, $a_2 = a_1 - 3$ 인 경우

$$a_3 = 2(a_1 - 3) = 2a_1 - 6$$

㉠에서

$$a_3 = 2a_1 - 6$$

$$a_3 = 6$$

$$a_4 = a_3 - 3 = 3 \text{ 또는 } a_4 = 2a_3 = 12$$

(iv) $a_3 = 2a_2$, $a_2 = 2a_1$ 인 경우

$$a_3 = 2a_2 = 2(2a_1) = 4a_1$$

㉠에서 $a_3 = 4a_1$

$$a_3 = 0$$

$$a_4 = a_3 - 3 = -3 \text{ 또는 } a_4 = 2a_3 = 0$$

(i) ~ (iv)에서

$$a_4 = -3 \text{ 또는 } a_4 = 0 \text{ 또는 } a_4 = 3 \text{ 또는}$$

$$a_4 = 6 \text{ 또는 } a_4 = 12$$

이므로

a_4 의 최댓값은 12

정답 ②

2. 8

075

$$\left(a_{n+1} - a_n + \frac{2}{3}k\right)(a_{n+1} + ka_n) = 0$$

$$a_{n+1} = a_n - \frac{2}{3}k \text{ or } a_{n+1} = -ka_n$$

$$a_1 = k$$

$$\Rightarrow a_2 = k - \frac{2}{3}k = \frac{k}{3} \text{ or } a_2 = -k \times k = -k^2$$

① $a_2 = \frac{k}{3}$ 일 때

$$a_3 = \frac{k}{3} - \frac{2}{3}k = -\frac{k}{3} \text{ or } a_3 = -k \times \frac{k}{3} = -\frac{k^2}{3}$$

i) $a_3 = -\frac{k}{3}$ 일 때

$$a_2 \times a_3 = -\frac{k^2}{9} < 0 \text{ 이므로 (가) 조건을 만족시킨다.}$$

$$a_4 = a_3 - \frac{2}{3}k = -\frac{k}{3} - \frac{2}{3}k = -k \text{ or}$$

$$a_4 = -ka_3 = -k \times \left(-\frac{k}{3}\right) = \frac{k^2}{3}$$

a_4	a_5	$a_5 = 0$
$-k$	$-\frac{5}{3}k$	$-\frac{5}{3}k \neq 0 \text{ } (\because k > 0)$
	k^2	$k^2 \neq 0 \text{ } (\because k > 0)$
$\frac{k^2}{3}$	$\frac{k^2}{3} - \frac{2}{3}k$	$k = 2 \text{ } (\because k > 0)$
	$-\frac{k^3}{3}$	$-\frac{k^3}{3} \neq 0 \text{ } (\because k > 0)$

ii) $a_3 = -\frac{k^2}{3}$

$$a_2 \times a_3 = -\frac{k^3}{9} < 0 \text{ 이므로 (가) 조건을 만족시킨다.}$$

$$a_4 = a_3 - \frac{2}{3}k = -\frac{k^2}{3} - \frac{2}{3}k \text{ or}$$

$$a_4 = -ka_3 = -k \times \left(-\frac{k^2}{3}\right) = \frac{k^3}{3}$$

a_3	a_4	a_5
x	$x - 3$	$x - 6$
	$\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}$	$-\frac{k^4}{3} \neq 0$ $(\because k > 0)$

② $a_2 = -k^2$ 일 때

$$a_3 = -k^2 - \frac{2}{3}k \text{ or } a_3 = -k \times (-k^2) = k^3$$

i) $a_3 = -k^2 - \frac{2}{3}k$ 일 때

$$a_2 \times a_3 = -k^2 \times \left(-k^2 - \frac{2}{3}k\right) = k^2 \left(k^2 + \frac{2}{3}k\right) > 0$$

이므로 (가) 조건을 만족시키지 않는다.

ii) $a_3 = k^3$ 일 때

$$a_2 \times a_3 = -k^2 \times k^3 = -k^5 < 0 \text{ 이므로}$$

(가) 조건을 만족시킨다.

$$a_4 = a_3 - \frac{2}{3}k = k^3 - \frac{2}{3}k \text{ or}$$

$$a_4 = -ka_3 = -k \times k^3 = -k^4$$

a_4	a_5	$a_5 = 0$
$k^3 - \frac{2}{3}k$	$k^3 - \frac{4}{3}k$	$k = \frac{2}{\sqrt{3}} \quad (\because k > 0)$
	$-k^4 + \frac{2}{3}k^2$	$k = \sqrt{\frac{2}{3}} \quad (\because k > 0)$
$-k^4$	$-k^4 - \frac{2}{3}k$	$-k^4 - \frac{2}{3}k \neq 0$ ($\because k > 0$)
	k^5	$k^5 \neq 0$ ($\because k > 0$)

①, ②에 의해

$$k = 2 \text{ or } k = \sqrt{2} \text{ or } k = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ or } k = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

따라서 서로 다른 모든 양수 k 에 대하여

$$k^2 \text{의 값의 합은 } 4 + 2 + \frac{4}{3} + \frac{2}{3} = 8 \text{ 이다.}$$

답 8

3. ④

13. 출제의도 : 정적분과 넓이의 관계를 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 상수 k 의 값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

주어진 조건에서

$$(A \text{의 넓이}) + (C \text{의 넓이}) = (B \text{의 넓이})$$

가 성립해야 하므로

$$\int_0^k \left\{ (3x^2 - 7x + 2) - \left(\frac{1}{3}x - \frac{2}{3} \right) \right\} dx = 0$$

$$\int_0^k \left(3x^2 - \frac{22}{3}x + \frac{8}{3} \right) dx = 0$$

$$\left[x^3 - \frac{11}{3}x^2 + \frac{8}{3}x \right]_0^k = 0$$

$$k^3 - \frac{11}{3}k^2 + \frac{8}{3}k = 0$$

$$3k^3 - 11k^2 + 8k = 0$$

$$k(k-1)(3k-8) = 0$$

$$\text{이때 } k > 2 \text{ 이므로 } k = \frac{8}{3}$$

정답 ④

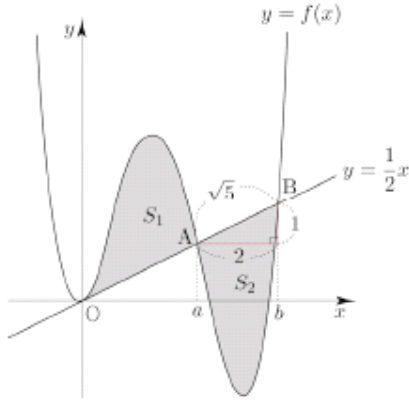
4. ⑤

098

두 점 A, B의 좌표를 각각

$\left(a, \frac{a}{2}\right), \left(b, \frac{b}{2}\right)$ ($0 < a < b$)라 하자.

선분 AB의 길이가 $\sqrt{5}$ 이고 직선 AB의 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이므로 아래 그림과 같이 $b-a=2$ 이다.



곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=\frac{1}{2}x$ 가 원점에서 접하고

두 점 A, B에서 만나므로

$$f(x) - \frac{1}{2}x = x^2(x-a)(x-b)$$

$$= x^4 - (a+b)x^3 + abx^2$$

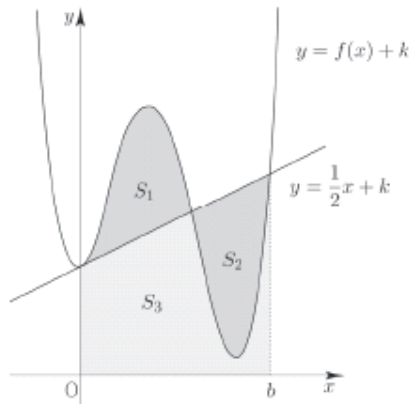
사차함수 $f(x)$ 의 최솟값을 m 이라 할 때,
 $m+k > 0$ 인 실수 k 에 대하여

곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=\frac{1}{2}x$ 을

y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동하더라도
둘러싸인 부분의 넓이는 변하지 않는다.

곡선 $y=f(x)+k$, 직선 $y=\frac{1}{2}x+k$ 와

x 축, y 축, $x=b$ 로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_3 라 하자.



$$\int_0^b (f(x)+k)dx = S_1 + S_3 \dots \textcircled{1}$$

$$\int_0^b \left(\frac{1}{2}x+k\right)dx = S_2 + S_3 \dots \textcircled{2}$$

두 식을 빼면 $\textcircled{1} - \textcircled{2}$ 이고, $S_1 = S_2$ 이므로

$$\int_0^b (f(x)+k)dx - \int_0^b \left(\frac{1}{2}x+k\right)dx = 0$$

$$\Rightarrow \int_0^b \left(f(x) - \frac{1}{2}x\right)dx = 0$$

$$\Rightarrow \int_0^b (x^4 - (a+b)x^3 + abx^2)dx = 0$$

$$\Rightarrow \left[\frac{1}{5}x^5 - \frac{a+b}{4}x^4 + \frac{ab}{3}x^3\right]_0^b = -\frac{b^5}{20} + \frac{ab^4}{12} = 0$$

$$\Rightarrow 5a - 3b = 0$$

$$b-a=2, 5a-3b=0 \Rightarrow a=3, b=5$$

$$\text{즉, } f(x) = x^4 - 8x^3 + 15x^2 + \frac{1}{2}x$$

따라서 $f(1) = \frac{17}{2}$ 이다.

답 ⑤

5. ②

14. 출제의도 : 사인법칙과 코사인법칙을 활용하여 삼각형의 외접원의 넓이를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

삼각형 APQ에서 사인법칙에 의하여

$$\frac{\overline{PQ}}{\sin(\angle QAP)} = \frac{\overline{AQ}}{\sin(\angle APQ)}$$

조건에서 $\overline{AQ} = 3\sqrt{2}$ 이고

$\sin(\angle QAP) : \sin(\angle APQ) = \sqrt{2} : 3$ 이므로

$$\begin{aligned} \overline{PQ} &= \frac{\sin(\angle QAP)}{\sin(\angle APQ)} \times \overline{AQ} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{3} \times 3\sqrt{2} \\ &= 2 \end{aligned}$$

점 P는 선분 BC의 중점이고 점 Q는 선분 BC를 5:1로 내분하는 점이므로

$$\begin{aligned} \overline{BC} &= \overline{BP} + \overline{PQ} + \overline{QC} \\ &= \frac{1}{2}\overline{BC} + 2 + \frac{1}{6}\overline{BC} \\ &= \frac{2}{3}\overline{BC} + 2 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{3}\overline{BC} = 2, \overline{BC} = 6$$

한편, $\overline{BQ} = \frac{5}{6}\overline{BC} = 5$ 이고 $\overline{AB} = 2\sqrt{7}$ 이므로

삼각형 ABQ에서 코사인법칙에 의하여

$$\begin{aligned} \cos(\angle ABQ) &= \frac{\overline{AB}^2 + \overline{BQ}^2 - \overline{AQ}^2}{2 \times \overline{AB} \times \overline{BQ}} \\ &= \frac{(2\sqrt{7})^2 + 5^2 - (3\sqrt{2})^2}{2 \times 2\sqrt{7} \times 5} \end{aligned}$$

$$= \frac{\sqrt{7}}{4}$$

삼각형 ABC에서 코사인법칙에 의하여

$$\begin{aligned} \overline{AC}^2 &= \overline{AB}^2 + \overline{BC}^2 - 2 \times \overline{AB} \times \overline{BC} \times \cos(\angle ABC) \\ &= (2\sqrt{7})^2 + 6^2 - 2 \times 2\sqrt{7} \times 6 \times \frac{\sqrt{7}}{4} \\ &= 22 \end{aligned}$$

이므로

$$\overline{AC} = \sqrt{22}$$

이때

$$\begin{aligned} \sin(\angle ABC) &= \sqrt{1 - \cos^2(\angle ABC)} \\ &= \sqrt{1 - \left(\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2} \\ &= \frac{3}{4} \end{aligned}$$

이므로 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이를 R이라 하면 삼각형 ABC에서 사인법칙에 의하여

$$\frac{\overline{AC}}{\sin(\angle ABC)} = 2R$$

이므로

$$R = \frac{\sqrt{22}}{2 \times \frac{3}{4}} = \frac{2\sqrt{22}}{3}$$

따라서 삼각형 ABC의 외접원의 넓이는

$$\pi R^2 = \pi \times \left(\frac{2\sqrt{22}}{3}\right)^2 = \frac{88}{9}\pi$$

정답 ②

6. 71

20. [출제의도] 사인법칙과 코사인법칙을 이용하여 삼각형의 외접원의 넓이에 관한 문제를 해결한다.

$$\overline{AB} : \overline{AC} = 2 : 1, \overline{BD} : \overline{DC} = 3 : 1 \text{ 이므로}$$

$$\overline{AB} = 2a, \overline{AC} = a, \overline{BD} = 3b, \overline{DC} = b$$

($a > 0, b > 0$)이라 하자.

삼각형 ABD에서 코사인법칙에 의하여

$$\overline{AB}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{BD}^2 - 2 \times \overline{AD} \times \overline{BD} \times \cos \theta$$

$$4a^2 = 2 + 9b^2 - 2 \times \sqrt{2} \times 3b \times \frac{\sqrt{2}}{4} \dots\dots \textcircled{1}$$

$\angle ADC = \pi - \theta$ 이므로 삼각형 ADC에서

코사인법칙에 의하여

$$\overline{AC}^2 = \overline{AD}^2 + \overline{CD}^2 - 2 \times \overline{AD} \times \overline{CD} \times \cos(\pi - \theta)$$

$$a^2 = 2 + b^2 - 2 \times \sqrt{2} \times b \times \left(-\frac{\sqrt{2}}{4}\right) \dots\dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } 9b^2 - 3b + 2 = 4b^2 + 4b + 8$$

$$5b^2 - 7b - 6 = (5b + 3)(b - 2) = 0$$

$$b = -\frac{3}{5} \text{ 또는 } b = 2$$

$b > 0$ 이므로 $b = 2$

$$\textcircled{2} \text{에 } b = 2 \text{ 를 대입하면 } a^2 = 8$$

$$a > 0 \text{ 이므로 } a = 2\sqrt{2}$$

θ 는 예각이므로

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \frac{\sqrt{14}}{4}$$

삼각형 ABD의 외접원의 반지름의 길이를 R 이라

하면 삼각형 ABD에서 사인법칙에 의하여

$$\frac{\overline{AB}}{\sin \theta} = 2R, \frac{4\sqrt{2}}{\frac{\sqrt{14}}{4}} = 2R, R = \frac{8}{\sqrt{7}}$$

$$\text{삼각형 ABD의 외접원의 넓이는 } \frac{64}{7}\pi$$

따라서 $p = 7, q = 64$ 이므로 $p + q = 71$

7. 5

080

우선 원에 접한다고 했으니 보조선을 그어 보자.

(원의 중심과 접점을 이은 수직 보조선!)

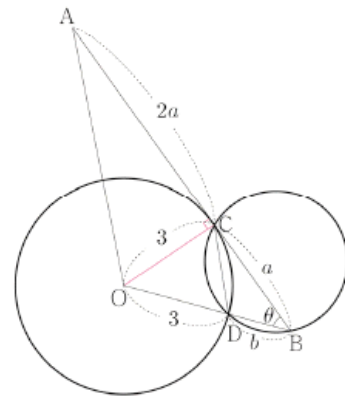
$$\overline{CB} = a, \overline{BD} = b \text{ 라 하자.}$$

$$\overline{AC} = 2\overline{BC} \text{ 이므로 } \overline{AC} = 2a$$

$\angle DBC = \theta$ 라 하면

$$S_1 = \frac{1}{2} \times 3a \times (3+b) \times \sin \theta$$

$$S_2 = \frac{1}{2} \times a \times b \times \sin \theta$$



$2S_1 = 15S_2$ 을 조건을 이용해 보자.

$$3a(3+b)\sin\theta = \frac{15}{2}ab\sin\theta \Rightarrow 6+2b=5b \Rightarrow b=2$$

$b=2$ 이므로 $\overline{BO}=5$ 이다.

삼각형 BOC는 직각삼각형이므로

피타고라스의 정리에 의해서 $\overline{BC}=4$ 이다.

직각삼각형 OBC 을 이용하면 $\sin\theta = \frac{3}{5}$ 이므로

삼각형 BDC의 외접원의 반지름은 사인법칙으로 구하면 되니까 선분 CD의 길이만 찾으면 된다.

 $\overline{CD} = x$ 라 하면

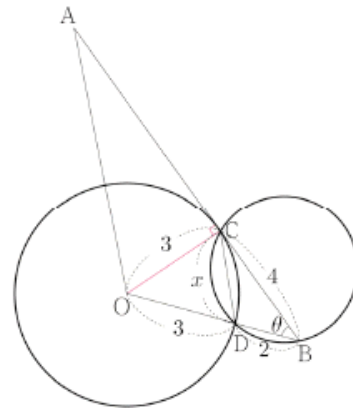
“삼각함수 같다” Technique에 의해서

(삼각형 OBC에서의 θ 와 삼각형 BCD에서의 θ 는 서로
같다.)

삼각형 BCD에서 코사인법칙을 사용하면

$$\frac{4}{5} = \frac{2^2 + 4^2 - x^2}{2 \times 2 \times 4}$$

$$\Rightarrow \frac{64}{5} = 20 - x^2 \Rightarrow x^2 = \frac{36}{5} \Rightarrow x = \frac{6}{\sqrt{5}}$$



삼각형 BCD의 외접원의 반지름의 길이를 R 이라 하면

사인법칙에 의해서

$$\frac{x}{\sin \theta} = 2R \Rightarrow \frac{\frac{6}{\sqrt{5}}}{\frac{3}{5}} = \frac{10}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5} = 2R \Rightarrow R = \sqrt{5}$$

따라서 외접원의 넓이는 5π 이고, $k=5$ 이다.

답 5

Tip

$\sin\theta$ 를 구할 때, 직각삼각형의 삼각비를 이용하여

“삼각함수 같다 technique”을 쓰는 유형은 최근 2025학년도 9월 모의고사 10번에서도 출제된 적이 있다. (55번)

9. ①

15. 출제의도 : 미분을 이용하여 상수와 함숫값을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

삼차함수 $f(x)$ 를

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ (a, b, c, d 는 상

수, $a \neq 0$)이라 하자

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$$

$f'(0) = c$ 이므로

$$c = 6$$

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + 6 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

$x \neq -1, x \neq 1$ 인 모든 실수 x 에 대하여

함수 $g(x)$ 는 미분가능하고

$x < -1$ 또는 $x > 1$ 에서 $g'(x) = f'(x)$,

$-1 < x < 1$ 에서

$$g'(x) = -f'(x) \quad \dots\dots \textcircled{8}$$

이다.

조건 (가)에서 모든 실수 a 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow a+} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}$ 의 값이 존재하므로

$a \neq -1, a \neq 1$ 에서

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow a+} \frac{g(x) - g(a)}{x - a} &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a} \\ &= g'(a) \end{aligned}$$

모든 실수 a 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow a+} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}$$

의 값이 0 이하이므로

⑧에서 함수 $f(x)$ 는

$x < -1$ 또는 $x > 1$ 에서 $f'(x) \leq 0$

$-1 < x < 1$ 에서 $f'(x) \geq 0$

을 만족시킨다.

함수 $f(x)$ 는 $x = -1$ 과 $x = 1$ 에서 모두

극값을 가지므로

$$f'(-1) = f'(1) = 0 \text{ 이어야 한다.}$$

⑧에서

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + 6 = 3a(x+1)(x-1)$$

$$3ax^2 + 2bx + 6 = 3ax^2 - 3a$$

양변의 일차항 계수와 상수항을 비교하면

$$2b = 0 \text{ 에서 } b = 0$$

$$6 = -3a \text{ 에서 } a = -2$$

$$f(x) = -2x^3 + 6x + d$$

조건 (가)에서

$$\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{g(x) - g(1)}{x - 1}$$

의 값이 존재하고

$x \rightarrow 1+$ 일 때 (분모) $\rightarrow 0$ 이므로 (분자) $\rightarrow 0$ 이다.

$$\text{즉, } \lim_{x \rightarrow 1+} g(x) = g(1) \quad \dots\dots \textcircled{9}$$

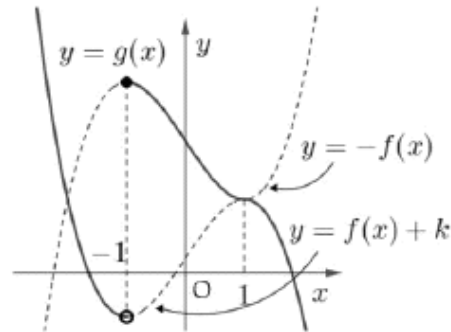
$$\lim_{x \rightarrow 1+} \{f(x) + k\} = -f(1)$$

$f(1) + k = -f(1)$ 이므로

$$f(1) = -\frac{k}{2} \quad \dots\dots \textcircled{10}$$

$$\begin{aligned} \text{한편 } \lim_{x \rightarrow 1-} g(x) &= \lim_{x \rightarrow 1-} \{-f(x)\} \\ &= -f(1) = g(1) \end{aligned}$$

이고 ⑨에서 함수 $g(x)$ 는 $x = 1$ 에서 연속이므로 함수 $y = g(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



조건 (나)에서

방정식 $g(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 t 의 최댓값이 13이므로

$$g(-1) = -f(-1) = 13$$

$$f(-1) = 2 - 6 + d = -13 \text{ 이므로}$$

$$d = -9$$

$$f(x) = -2x^3 + 6x - 9$$

⑩에서

$$f(1) = -2 + 6 - 9 = -\frac{k}{2}$$

$$k = 10$$

따라서

$$k + f\left(\frac{1}{2}\right) = 10 + \left(-\frac{1}{4} + 3 - 9\right) \\ = \frac{15}{4}$$

정답 ①

10. ③

201

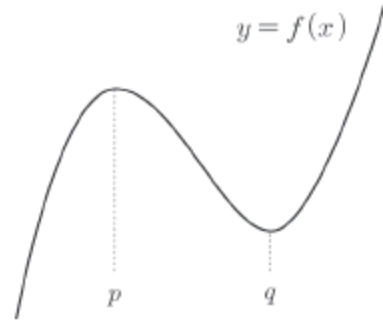
문제에서 함수 $f(x)$ 의 극댓값을 구하라고 했으므로
삼차함수 $f(x)$ 는 극대, 극소를 갖는 개형이다.

이때

$x = p$ 에서 극댓값을 갖고,

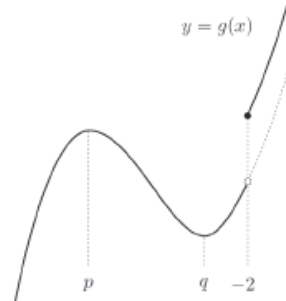
$x = q$ 에서 극솟값을 갖는다고

하자.



함수 $g(x)$ 의 경계가 $x = -2$ 이므로 p, q 와 -2 의
대소관계에 따라 case분류하면 다음과 같다.

① $p < q \leq -2$ 인 경우

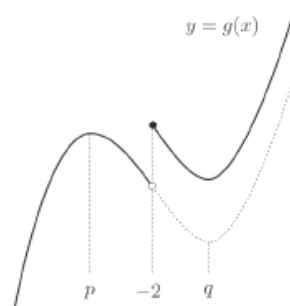


$x \geq -2$ 에서 함수 $g(x)$ 는 증가하므로

$f(-2) < g(-2) < g(2)$ 이다.

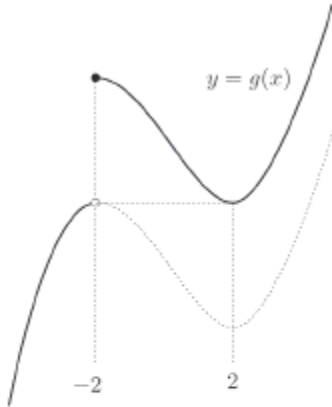
$g(2) \neq f(-2)$ 이므로 모순이다.

② $p < -2 < q$ 인 경우



방정식 $g(x) = f(-2)$ 의 실근이 $x < p$ 에서도 존재하므로
모순이다.

③ $p = -2$ 인 경우



방정식 $g(x) = f(-2)$ 의 실근이 2뿐이므로
함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 극솟값을 가져야 한다.

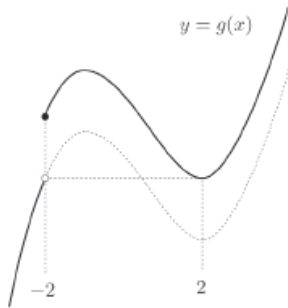
$$f'(x) = 3(x+2)(x-2), f(0) = \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

$$f(x) = x^3 - 12x + \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

$$g(2) = f(2) + 8 = -\frac{15}{2}, f(-2) = \frac{33}{2}$$

$$g(2) \neq f(-2) \text{ 이므로 모순이다.}$$

④ $-2 < p < q$ 인 경우



$$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + \frac{1}{2} \text{ 라 하자.}$$

방정식 $g(x) = f(-2)$ 의 실근이 2뿐이므로
함수 $f(x)$ 는 $x=2$ 에서 극솟값을 가져야 한다.

$$f'(2) = 0 \Rightarrow 12 + 4a + b = 0 \quad \cdots \text{㉠}$$

$$g(2) = f(-2) \Rightarrow f(2) + 8 = f(-2)$$

$$\Rightarrow 8 + 4a + 2b + \frac{1}{2} + 8 = -8 + 4a - 2b + \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 24 + 4b = 0 \Rightarrow b = -6$$

$$\text{㉠에 의해 } 6 + 4a = 0 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \text{ 이므로}$$

$$f(x) = x^3 - \frac{3}{2}x^2 - 6x + \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

$$f'(x) = 3x^2 - 3x - 6 = 3(x+1)(x-2) \text{ 이므로}$$

함수 $f(x)$ 는 $x = -1$ 에서 극댓값을 갖는다.

따라서 함수 $f(x)$ 의 극댓값은 $f(-1) = 4$ 이다.

답 ③

11. ④

221

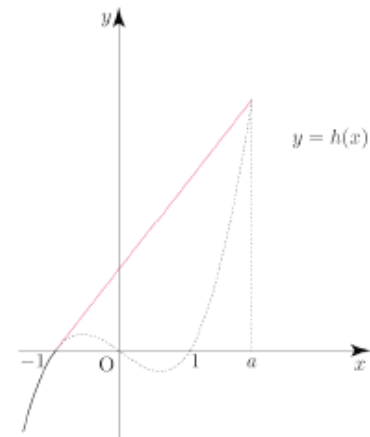
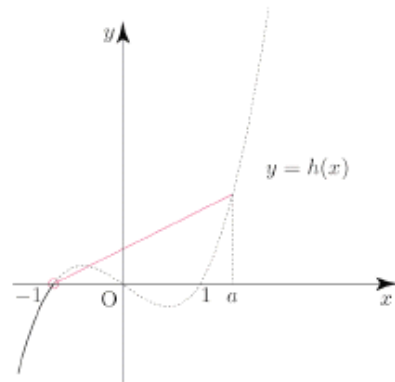
$$f(x) = x^3 - x, \text{ 상수 } a(a > -1)$$

$y = f(x)$ 위의 두 점 $(-1, f(-1)), (a, f(a))$ 를 지나는
직선을 $y = g(x)$

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (x < -1) \\ g(x) & (-1 \leq x \leq a) \\ f(x-m)+n & (x > a) \end{cases}$$

(가) 함수 $h(x)$ 는 실수 전체의 집합에서 미분가능하다.

만약 아래와 같이 직선 $y = g(x)$ 의 기울기가 함수 $f(x)$ 위의
점 $(-1, 0)$ 에서의 기울기와 같지 않으면 함수 $h(x)$ 는
 $x = -1$ 에서 미분가능하지 않으므로 (가) 조건을 만족시키지
않는다. 즉, 두 번째 그림처럼 직선 $y = g(x)$ 는 함수 $f(x)$
위의 점 $(-1, 0)$ 에서의 접선과 같아야 한다.



training - 1step 015번 해설에서 배운

근과 계수의 관계 Technique을 적용시켜 a 를 구해보자.

$$f(x) = g(x)$$

$$\Rightarrow x^3 - x - (px + q) = 0 \Rightarrow x^3 - (p+1)x - q = 0$$

점 $(-1, 0)$ 에서 접하므로 위 방정식은 -1 (접점의 x 좌표)을 중근으로 갖는다. 다른 실근이 a 이므로 세 근의 합을 구하면 $-1-1+a=0 \Rightarrow a=2$ 이다.

이번에는 $f(x-m)+n$ ($x > 2$) 를 해석해보자.

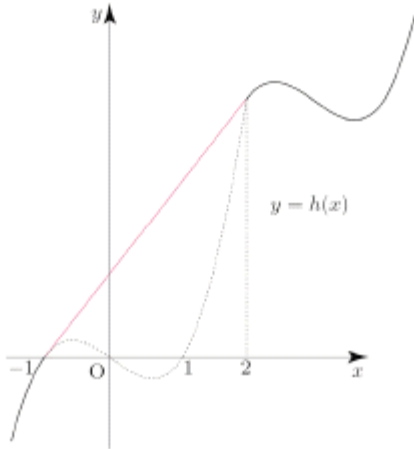
함수 $f(x-m)+n$ 의 그래프는 함수 $f(x)$ 를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동하여 구할 수 있다.

(가) 조건을 만족시키려면 $x=2$ 에서 미분가능해야 하므로 함수 $f(x-m)+n$ 위의 점 $(2, 6)$ 에서의 접선의 기울기가 함수 $f(x)$ 위의 점 $(-1, 0)$ 에서의 접선의 기울기와 같아야 한다. $f'(-1) = f'(1)$ 이므로 두 가지 case가 존재한다.

(나) 함수 $h(x)$ 는 일대일대응이다.

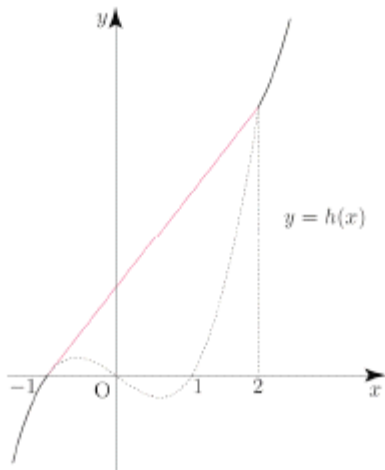
① $f(x)$ 위의 점 $(-1, 0)$ 이 $(2, 6)$ 으로 평행이동한 경우

(나) 조건을 만족시키지 않는다.



② $f(x)$ 위의 점 $(1, 0)$ 이 $(2, 6)$ 으로 평행이동한 경우

(나) 조건을 만족시킨다.



따라서 $m=1, n=6$ 이므로 $m+n=7$ 이다.

답 ④

12. 75

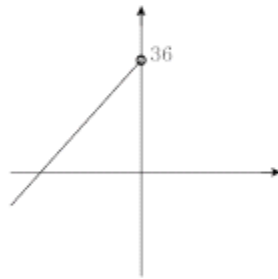
224

(가) $\frac{b}{h(b)-36} = \frac{a}{h(a)-36}$ 무엇을 의미할까?

역수를 취해보자.

$$\frac{h(b)-36}{b} = \frac{h(a)-36}{a} \text{ 이므로 } \frac{h(b)-36}{b-0} = \frac{h(a)-36}{a-0}$$

$(b, h(b))$ 와 $(0, 36)$ 의 기울기 = $(a, h(a))$ 와 $(0, 36)$ 의 기울기를 의미한다.

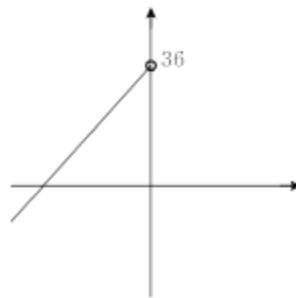


a 와 b 가 음수라고 했으니까 $h(x)$ 는 $g(x)$ 이다.

$(0, 36)$ 에서 $g(x)$ 위에 있는 점과 기울기가 모두 같으려면 $g(x)$ 가 $(0, 36)$ 을 지나는 **일차함수**가 되어야 한다.

(만약에 $g(x)$ 가 상수함수가 되면 분모가 0이기 때문에 될 수 없다. 또한 $g'(0)=3$ 라는 조건도 만족시킬 수 없다.)

$g(x)$



$g'(0)=3$ 이고 $(0, 36)$ 을 지나므로 $g(x)=3x+36$

문제에서 실수 전체에서 미분가능한 $h(x)$ 라고 했기 때문에 $f(0) = g(0)$

$$f'(0) = g'(0) = 3$$

이 두 조건을 만족해야 한다.

그래프 개형을 case 분류하기 전에 $f(x)$ 의 최고차항의 계수가 없으니까 최고차항 계수가 음수가 될 수 있다는 것도 잊지 말자.

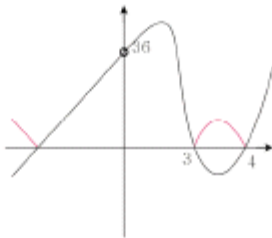
① $f'(0) = 3$ 이므로 기울기가 양수인 부분과 이어져야 한다
case ① 은 동그라미 친 두 군데로 나눠서 생각하면 된다.



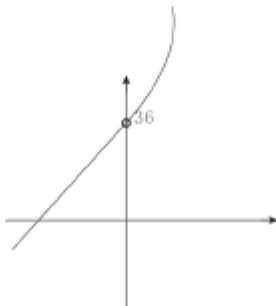
① i) (나) 조건 X



① ii) (나) 조건은 만족하지만 $f'(3) = f(3)$ 만족 X



① iii) (나) 조건 X



② (나) 조건 X



③ (나) 조건 X



④ (나) 조건 X



⑤ (나) 조건 X



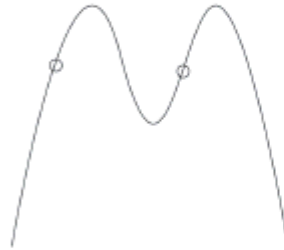
⑥ (나) 조건 X



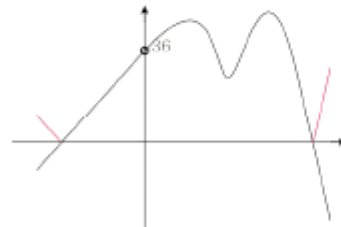
⑦ (나) 조건 X



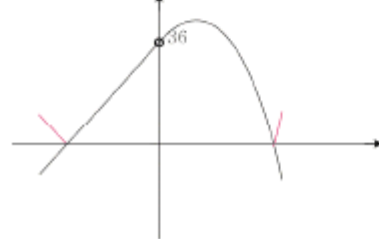
⑧ 동그라미 친 두 군데로 나눠서 생각하면 되겠죠?



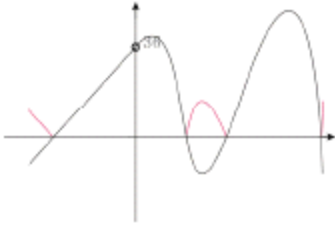
⑧ i) $f'(3) = f(3)$ 만족 X



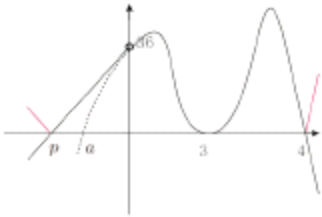
⑧ ii) (나) 조건 X



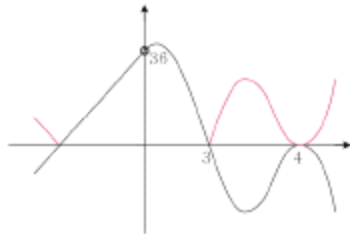
⑧ iii) (나) 조건 X



⑧ iv) (나) 조건과 $f'(3) = f(3)$ 만족!



⑧ v) $f'(3) = f(3)$ 만족 X



$f(x)$ 가 0 이 되는 x 값들 중 음수를 a 라고 두면

$$f(x) = k(x-a)(x-3)^2(x-4)$$

조건 $f(0) = 36$, $f'(0) = 3$ 을 만족해야 하므로

$$f'(x) = k \left\{ (x-3)^2(x-4) + 2(x-a)(x-3)(x-4) \right\} + (x-a)(x-3)^2$$

$$36ka = 36 \Rightarrow ka = 1$$

$$k(-36 - 33a) = 3 \Rightarrow -12k - 11ka = 1 \Rightarrow -12k = 12$$

$$\therefore k = -1, a = -1$$

$$f(x) = -(x+1)(x-3)^2(x-4)$$

$$h(8) = f(8) = -9 \times 25 \times 4$$

p 는 $g(x) = 3x + 36$ 의 x 절편이므로 $p = -12$ 이다.

$$\text{따라서 } \frac{h(8)}{p} = \frac{-9 \times 25 \times 4}{-12} = 75 \text{ 이다.}$$

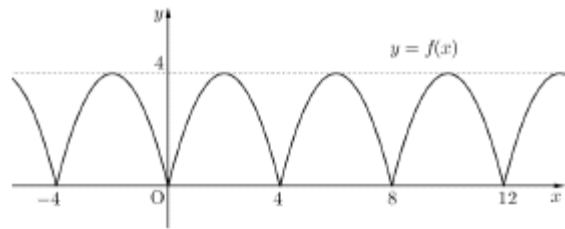
답 75

13. 85

20. 출제의도 : 주기함수를 이해하고 등차수열의 일반항을 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$0 \leq x < 4$ 일 때 $f(x) = -x^2 + 4x$ 이고 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4) = f(x)$ 이므로 함수 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음과 같다.



방정식 $f(x) = x$ 에서

$$-x^2 + 4x = x$$

$$-x(x-3) = 0$$

$$x = 0 \text{ 또는 } x = 3$$

방정식 $f(x) = x$ 의 모든 실근이 0, 3 이므로 방정식 $f(f(x)) = f(x)$ 의 실근을 구하는 것은 방정식 $f(x) \times (f(x) - 3) = 0$ 의 실근을 구하는 것과 같다.

$0 \leq x < 4$ 일 때,

$$f(x) = 0 \text{ 에서 } x = 0$$

$$f(x) = 3 \text{ 에서 } -x^2 + 4x = 3$$

$$-(x-1)(x-3) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

그러므로 $0 \leq x < 4$ 일 때, 방정식

$f(x) \times (f(x) - 3) = 0$ 의 모든 실근은

0, $\boxed{1}$, 3 이므로

$$a_1 = 0, a_2 = \boxed{1}, a_3 = 3$$

이다. 또한 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4) = f(x)$ 이므로 세 수열 $\{a_{3n-2}\}$, $\{a_{3n-1}\}$, $\{a_{3n}\}$ 은 첫째항이 각각 0, $\boxed{1}$, 3 이고, 공차가 모두 $\boxed{4}$ 인 등차수열이다.

따라서

$$a_{20} = a_{3 \times 7 - 1} = 1 + 6 \times 4 = 25,$$

$$a_{21} = a_{3 \times 7} = 3 + 6 \times 4 = 27,$$

$$a_{22} = a_{3 \times 8 - 2} = 0 + 7 \times 4 = 28$$

이므로

$$a_{20} + a_{21} + a_{22} = 25 + 27 + 28 = \boxed{80} \text{ 이다.}$$

이때 $p = 1, q = 4, r = 80$ 이므로

$$p + q + r = 85$$

정답 85

14. 98

056

삼각형 ABD 에서 사인법칙을 사용하면

$$\frac{\overline{BD}}{\sin \frac{2}{3}\pi} = 2R_2 \Rightarrow R_2 = \frac{1}{2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}} \times \overline{BD} = \frac{1}{\sqrt{3}} \overline{BD}$$

이므로 $p = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 이다.

삼각형 ABD 에서 코사인법칙을 사용하면

$$\cos \frac{2}{3}\pi = \frac{2^2 + 1^2 - \overline{BD}^2}{2 \times 2 \times 1} \Rightarrow -2 = 2^2 + 1^2 - \overline{BD}^2$$

$$\Rightarrow \overline{BD}^2 = 2^2 + 1^2 + 2 = 7$$

이므로 $q = -2$ 이다.

$$R_1 \times R_2 = \frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} \times \overline{BD}^2 = \frac{7\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$$

이므로 $r = \frac{7\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$ 이다.

$$\text{따라서 } 9 \times (p \times q \times r)^2 = 9 \times \left(-\frac{7\sqrt{2}}{3} \right)^2 = 98 \text{ 이다.}$$

답 98

15. 42

21. **출제의도** : 함수의 극한의 성질을 이용하여 주어진 조건을 만족시키는 함수를 구할 수 있는가?

정답풀이 :

$$f(x) = (x-1)(x-2)$$

(i) $a < 1$ 또는 $a > 2$ 일 때,

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)} &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) \times f(x)}{f(x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow a} g(x) \\ &= g(a)\end{aligned}$$

(ii) $1 < a < 2$ 일 때,

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)} &= \lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) \times (-f(x))}{f(x)} \\ &= -\lim_{x \rightarrow a} g(x) \\ &= -g(a)\end{aligned}$$

(iii) $a = 1$ 일 때,

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)} &= \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{g(x) \times f(x)}{f(x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1-} g(x) \\ &= g(1),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)} &= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{g(x) \times (-f(x))}{f(x)} \\ &= -\lim_{x \rightarrow 1+} g(x) \\ &= -g(1)\end{aligned}$$

$a = 1$ 에서 $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)}$ 의 극한

값이 존재해야 하므로

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)} &= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{g(x) \times (-f(x))}{f(x)}\end{aligned}$$

이어야 한다.

즉, $g(1) = -g(1)$ 이므로

$$g(1) = 0 \quad \dots\dots \textcircled{7}$$

(iv) $a = 2$ 일 때,

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 2-} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)} &= \lim_{x \rightarrow 2-} \frac{g(x) \times (-f(x))}{f(x)} \\ &= -\lim_{x \rightarrow 2-} g(x) \\ &= -g(2),\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\lim_{x \rightarrow 2+} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)} &= \lim_{x \rightarrow 2+} \frac{g(x) \times f(x)}{f(x)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2+} g(x) \\ &= g(2)\end{aligned}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2+} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2+} \frac{g(x) \times f(x)}{f(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2+} g(x)$$

$$= g(2)$$

$a = 2$ 에서 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)}$ 의 극한

값이 존재해야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow 2-} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2+} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)}$$

이어야 한다.

즉, $-g(2) = g(2)$ 이므로

$$g(2) = 0 \quad \dots \quad \textcircled{L}$$

(i) ~ (iv)에서

모든 실수 a 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)}$$

의 극한값이 존재하려면

$\textcircled{L}$, $\textcircled{L}$ 에서

$$g(1) = g(2) = 0$$

이어야 한다.

이때, 함수 $g(x)$ 는 최고차항의 계수가 1

인 사차함수이므로

$$g(x) = f(x)h(x)$$

(단, $h(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 이차함수)로 놓을 수 있다.

한편,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{|g(x) - f(x)|}{g(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{|f(x)h(x) - f(x)|}{f(x)h(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{|f(x)| \times |h(x) - 1|}{f(x)h(x)}$$

(v) $a < 1$ 또는 $a > 2$ 일 때,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{|g(x) - f(x)|}{g(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) \times |h(x) - 1|}{f(x)h(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{|h(x) - 1|}{h(x)}$$

이때, $h(a) = 0$ 이면 극한값이 존재하

지 않으므로

$$h(a) \neq 0 \text{이고}$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{|h(x) - 1|}{h(x)}$$

$$= \frac{|h(a) - 1|}{h(a)}$$

(vi) $1 < a < 2$ 일 때,

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{|g(x) - f(x)|}{g(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow a} \frac{-f(x) \times |h(x) - 1|}{f(x)h(x)}$$

$$= - \lim_{x \rightarrow a} \frac{|h(x) - 1|}{h(x)}$$

이때, $h(a) = 0$ 이면 극한값이 존재하

지 않으므로

$$h(a) \neq 0 \text{이고}$$

$$- \lim_{x \rightarrow a} \frac{|h(x) - 1|}{h(x)} = - \frac{|h(a) - 1|}{h(a)}$$

(vii) $a = 1$ 일 때,

$$\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{|g(x) - f(x)|}{g(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{f(x) \times |h(x) - 1|}{f(x)h(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{|h(x) - 1|}{h(x)}$$

이때, $h(1) = 0$ 이면 극한값이 존재하

지 않으므로

$$h(1) \neq 0 \text{이고}$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{|h(x) - 1|}{h(x)}$$

$$= \frac{|h(1) - 1|}{h(1)},$$

$$\lim_{x \rightarrow 1+} \frac{|g(x) - f(x)|}{g(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{-f(x) \times |h(x) - 1|}{f(x)h(x)}$$

$$= - \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{|h(x) - 1|}{h(x)}$$

이때, $h(1) = 0$ 이면 극한값이 존재하

지 않으므로

$$h(1) \neq 0 \text{이고}$$

$$- \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{|h(x) - 1|}{h(x)}$$

$$= - \frac{|h(1) - 1|}{h(1)}$$

$$a=1\text{에서 } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{|g(x)-f(x)|}{g(x)}$$

의 극한값이 존재해야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow 1-} \frac{|g(x)-f(x)|}{g(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{|g(x)-f(x)|}{g(x)}$$

이어야 한다.

$$\text{즉, } \frac{|h(1)-1|}{h(1)} = -\frac{|h(1)-1|}{h(1)} \text{ 이므로}$$

$$|h(1)-1| = -|h(1)-1|$$

$$h(1)=1 \quad \dots\dots \textcircled{\text{B}}$$

이다.

iii) $a=2$ 일 때,

$$\lim_{x \rightarrow 2-} \frac{|g(x)-f(x)|}{g(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2-} \frac{-f(x) \times |h(x)-1|}{f(x)h(x)}$$

$$= -\lim_{x \rightarrow 2-} \frac{|h(x)-1|}{h(x)}$$

이때, $h(2)=0$ 이면 극한값이 존재하지 않으므로

$h(2) \neq 0$ 이고

$$-\lim_{x \rightarrow 2-} \frac{|h(x)-1|}{h(x)} = -\frac{|h(2)-1|}{h(2)},$$

$$\lim_{x \rightarrow 2+} \frac{|g(x)-f(x)|}{g(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2+} \frac{f(x) \times |h(x)-1|}{f(x)h(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2+} \frac{|h(x)-1|}{h(x)}$$

이때, $h(2)=0$ 이면 극한값이 존재하지 않으므로

$h(2) \neq 0$ 이고

$$\lim_{x \rightarrow 2+} \frac{|h(x)-1|}{h(x)} = \frac{|h(2)-1|}{h(2)}$$

$$a=2\text{에서 } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{|g(x)-f(x)|}{g(x)}$$

의 극한값이 존재해야 하므로

$$\lim_{x \rightarrow 2-} \frac{|g(x)-f(x)|}{g(x)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2+} \frac{|g(x)-f(x)|}{g(x)}$$

이어야 한다.

$$\text{즉, } -\frac{|h(2)-1|}{h(2)} = \frac{|h(2)-1|}{h(2)} \text{ 이므로}$$

$$-|h(2)-1| = |h(2)-1|$$

$$h(2)=1 \quad \dots\dots \textcircled{\text{B}}$$

이다.

(v) ~ (viii)에서

모든 실수 a 에 대하여

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{|g(x)-f(x)|}{g(x)}$$

의 극한값이 존재하려면

ⓐ, ⓑ에서

$$h(1)=h(2)=1$$

이어야 한다.

이때, 함수 $h(x)$ 는 최고차항의 계수가 1인 이차함수이므로

$$h(x)-1=(x-1)(x-2)$$

$$\text{즉, } h(x)=f(x)+1$$

따라서

$$g(x)=f(x) \times (f(x)+1)$$

이고,

$$f(-1)=(-1-1)(-1-2)=6$$

이므로

$$g(-1)=6 \times (6+1)=42$$

정답 42

[참고]

$$h(x)=f(x)+1$$

$$=(x-1)(x-2)+1$$

$$=\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{4}$$

이므로 모든 실수 a 에 대하여

$h(a) \neq 0$ 을 만족시킨다.

16. 226

081

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|f(x)-1|}{x}$ 의 값이 존재하고

$\lim_{x \rightarrow 0} x = 0$ 이므로 $\lim_{x \rightarrow 0} |f(x)-1| = 0 \Rightarrow f(0)-1=0$ 이다.

즉, 삼차함수 $f(x)-1$ 은 x 를 인수로 갖는다.

이차함수 $g(x)$ 에 대하여 $f(x)-1 = xg(x)$ 라 하자.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{|f(x)-1|}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{|xg(x)|}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{|x||g(x)|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0+} \frac{x|g(x)|}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0+} |g(x)| = |g(0)| \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{|f(x)-1|}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{|xg(x)|}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{|x||g(x)|}{x} = \lim_{x \rightarrow 0-} \frac{-x|g(x)|}{x} \\ &= \lim_{x \rightarrow 0-} -|g(x)| = -|g(0)| \end{aligned}$$

$$|g(0)| = -|g(0)| \Rightarrow g(0) = 0$$

이차함수 $g(x)$ 도 x 를 인수로 가지므로

$$f(x)-1 = x^2(x+a) \Rightarrow f(x) = x^3+ax^2+1$$

$$\begin{aligned} xf(x) &\geq -4x^2+x \Rightarrow x(x^3+ax^2+1) \geq -4x^2+x \\ \Rightarrow x^4+ax^3+4x^2 &\geq 0 \Rightarrow x^2(x^2+ax+4) \geq 0 \\ \Rightarrow x^2+ax+4 &\geq 0 \quad (\because x^2 \geq 0) \end{aligned}$$

모든 실수 x 에 대하여 $x^2+ax+4 \geq 0$ 를 만족시켜야 하므로
판별식을 사용하면 $D=a^2-16 \leq 0 \Rightarrow -4 \leq a \leq 4$ 이다.

$f(5) = 25a+126$ 이므로 $f(5)$ 의 최댓값은
 $a=4$ 일 때 226 이다.

답 226

17. ①

061

$(x-1)g(x) = |f(x)|$ 의 양변에 $x=1$ 을 대입하면
 $f(1)=0$ 이고, $x=3$ 을 대입하면 $2g(3) = |f(3)|$
 $g(3)=0 \Rightarrow f(3)=0$

즉, $f(x) = (x-1)(x-3)(x-a)$

$$g(x) = \frac{|(x-1)(x-3)(x-a)|}{x-1} \quad (x \neq 1)$$

함수 $g(x)$ 가 $x=1$ 에서 연속이므로

$$\lim_{x \rightarrow 1+} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1+} \frac{|(x-1)(x-3)(x-a)|}{x-1} = 2|1-a|$$

$$\lim_{x \rightarrow 1-} g(x) = \lim_{x \rightarrow 1-} \frac{|(x-1)(x-3)(x-a)|}{x-1} = -2|1-a|$$

$$2|1-a| = -2|1-a| \Rightarrow a=1$$

$$f(x) = (x-1)^2(x-3)$$

따라서 $f(4) = 9$ 이다.

답 ①

18. 16

087

방정식 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4 = 0$ 은 적어도 하나의 실근을 가지므로 $f(\beta) = 0$ 인 실수 β 가 존재한다.

모든 실수 α 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \alpha} \frac{f(2x+1)}{f(x)}$ 의 값이 존재하므로 $\lim_{x \rightarrow \beta} f(x) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \beta} f(2x+1) = 0$
즉, $f(2\beta+1) = 0$

같은 방식으로
 $f(2\beta+1) = 0 \Rightarrow f(2(2\beta+1)+1) = 0 \Rightarrow f(4\beta+3) = 0$
이고,

$$f(4\beta+3) = 0 \Rightarrow f(2(4\beta+3)+1) = 0 \Rightarrow f(8\beta+7) = 0$$

$\beta \neq 2\beta+1 \Rightarrow \beta \neq -1$ 이면
 $\beta, 2\beta+1, 4\beta+3, 8\beta+7$ 는 방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 네 실근이다.
이때 방정식 $f(x) = 0$ 은 삼차방정식이므로 서로 다른 네 개 이상의 실근이 나올 수 없어 모순이다.

방정식 $f(x) = 0$ 은 $x = -1$ 만 실근으로 갖는다.

$$f(-1) = 0 \Rightarrow -1 + a - b + 4 = 0 \Rightarrow b = a + 3$$

$$f(x) = (x+1)\{x^2 + (a-1)x + 4\}$$

만약 $f(x) = (x+1)^3$ 이면 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ 일 수 없으므로 모순이다.

이차방정식 $x^2 + (a-1)x + 4 = 0$ 의 실근은 존재하지 않아야 하므로 판별식을 사용하면

$$D = (a-1)^2 - 16 < 0$$

$$\Rightarrow -4 < a-1 < 4$$

$$\Rightarrow -3 < a < 5$$

$f(1) = 2 \times (1 + a - 1 + 4) = 2(a+4) = 2a+8$
따라서 $f(1)$ 의 최댓값은 $a=4$ 일 때, 16이다.

답 16

19. 94

21. 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) f(2) = 2 \quad (나) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\{f(x+1)-2\}(x-1)}{f(x)-x} = -2$$

$f(4)$ 의 값을 구하시오. [4점]

94

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\{f(x+1)-2\}(x-1)}{(x-2)g(x)} = -2$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)g(x) + x$$

$$f(x+1) = (x-1)g(x+1) + x+1$$

$$f(x+1)-2 = (x-1)g(x+1) + x-1$$

$$= (x-1)(g(x+1)+1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(g(x+1)+1)}{(x-2)g(x)} = -2$$

$$\therefore g(1) \neq 0 \Rightarrow g(1) = (x-1)g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(g(x+1)+1)}{(x-2)(x-1)g(x)} = -2$$

$$g(x+1)+1 \neq 0 \Rightarrow g(x+1) \neq -1$$

$$0 \neq \frac{g(x+1)+1}{g(x+1)} \Rightarrow \frac{g(x+1)+1}{g(x+1)} \neq 0$$

$$\frac{g(1)+1}{-1(1-a)} = \frac{3-a}{a-1} = -2$$

$$3-a = -2a+2$$

$$1 = -a$$

$$a = -1$$

$$f(x) = (x-1)(x-2)(x+1)(x-1) + x$$

$$f(4) = 3 \times 2 \times 5 \times 3 + 4$$

94

8/2

20. 38

22. 출제의도 : 지수함수의 그래프를 이용하여 문제를 해결할 수 있는가?

정답풀이 :

두 곡선

$$y=2^x + \frac{k}{2}, y=k \times \left(\frac{1}{2}\right)^x + k - 2$$

가 만나는 점 A의 x좌표를 a라 하면

$$2^a + \frac{k}{2} = k \times \left(\frac{1}{2}\right)^a + k - 2$$

$2^a = t (t > 0)$ 라 하면

$$t + \frac{k}{2} = \frac{k}{t} + k - 2$$

$$2t^2 + (4-k)t - 2k = 0$$

$$(t+2)(2t-k)=0$$

$t > 0$ 이므로

$$t = \frac{k}{2}$$

즉, $2^a = \frac{k}{2}$ 이므로

$$a = \log_2 \frac{k}{2}$$

이고,

$$2^{\log_2 \frac{k}{2}} + \frac{k}{2} = \frac{k}{2} + \frac{k}{2} = k$$

이므로 점 A의 좌표는

$$\left(\log_2 \frac{k}{2}, k\right)$$

이다.

이때, 실수 k에 대하여 $2^{\log_2 \frac{k}{2}} = \frac{k}{2}$ 이므로

로 점 A는 곡선 $2^x = \frac{y}{2}$, 즉 $y = 2^{x+1}$

위를 움직인다.

한편, 곡선 $y = 2^{x-2} - 3$ 은 곡선 $y = 2^{x+1}$ 을 x축의 방향으로 3만큼, y축의 방향으로 -3만큼 평행이동한 것이므로 점 A를 지나고 기울기가 -1인 직선이 곡선

$y = 2^{x-2} - 3$ 과 만나는 점 B의 좌표는

$$\left(\log_2 \frac{k}{2} + 3, k - 3\right)$$

이고, 두 점 A, B 사이의 거리는

$$\sqrt{3^2 + (-3)^2} = 3\sqrt{2}$$

이다.

이때 원점 O에서 직선 AB까지의 거리를 h라 하면 삼각형 OAB의 넓이가 16이므로

$$\frac{1}{2} \times 3\sqrt{2} \times h = 16$$

에서

$$h = \frac{16\sqrt{2}}{3}$$

이다.

한편, 직선 AB의 방정식은

$$y - k = -\left(x - \log_2 \frac{k}{2}\right)$$

즉, $x + y - k - \log_2 \frac{k}{2} = 0$ 이고 원점과 직

선 AB사이의 거리가 $\frac{16\sqrt{2}}{3}$ 이므로

$$\frac{\left| -k - \log_2 \frac{k}{2} \right|}{\sqrt{2}} = \frac{16\sqrt{2}}{3}$$

$$\left| -k - \log_2 k + 1 \right| = \frac{32}{3}$$

$k > 1$ 이므로

$$k + \log_2 k - 1 = \frac{32}{3}$$

$$k + \log_2 k = \frac{35}{3}$$

따라서 $p = 3, q = 35$ 이므로

$$p + q = 38$$

정답 38

21. ⑤

14. 2 이상의 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = \log_2 x$ 와

직선 $x = n$ 이 만나는 점을 A_n 라 하자. 점 A_n 을 지나고

기울기가 -1 인 직선이 곡선 $y = 2^{x+n} + n$ 과 만나는 점을

B_n 이라 하고, 점 A_n 을 지나고 기울기가 1 인 직선이 x 축과

만나는 점을 C_n 이라 하자. 직선 $B_n C_n$ 이 y 축과 만나는 점과

직선 $A_n B_n$ 의 거리를 d_n 이라 할 때, $\sqrt{2} \leq d_n \leq 2\sqrt{2}$ 를

만족시키는 모든 자연수 n 의 값의 합은? [4점]

- ① 122 ② 124 ③ 126 ④ 128 ⑤ 130

