

37th. 100.

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $(1+2i)-5i$ 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$) [2점]

- ① $1-i$ ② $1-2i$ ③ $1-3i$ ④ $1-4i$ ⑤ $1-5i$

$1-3i$

2. 다항식 x^2-2x+6 을 $x+1$ 로 나눈 나머지는? [2점]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

$1+2+6$

3. 이차부등식 $x^2-5x+4<0$ 을 만족시키는 모든 x 의 값의 범위가 $1<x<a$ 일 때, a 의 값은? [2점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

4. 두 실수 a, b 에 대하여

$$a+4+bi=b+(2-i)i$$

일 때, $a+b$ 의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$) [3점]

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

$b+1+2i$

$b=2$

$a=-1$

5. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 4\sqrt{3}x + a = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 자연수 a 의 개수는? [3점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

$$12 - a > 0$$

6. 연립부등식

$$\begin{cases} 3x \geq x - 3 \\ 2x + 1 \leq 11 \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 정수 x 의 값의 합은? [3점]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

$$x \geq -\frac{3}{2} \quad x \leq 5$$

$$-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$$

7. 전하를 저장하는 전기적 장치를 축전기라 한다. 축전기에 저장된 전기에너지를 $U(J)$, 전기용량을 $C(F)$, 전압을 $V(V)$ 라 할 때, 축전기에 저장된 전기에너지는 다음과 같은 관계식이 성립한다.

$$U = \frac{1}{2} CV^2$$

두 축전기 A 와 B 에 대하여 축전기 A 의 전기용량은 축전기 B 의 전기용량의 3배이고, 축전기 A 의 전압은 축전기 B 의 전압의 $\frac{2}{3}$ 배이다. 두 축전기 A 와 B 에 저장된 전기에너지를

각각 U_A 와 U_B 라 할 때, $\frac{U_A}{U_B}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ 1 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{5}{3}$

$$U_A = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6$$

$$U_B = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 9 = \frac{9}{2}$$

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{6}{\frac{9}{2}} = \frac{4}{3}$$

8. 이차방정식 $x^2 - 3x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,
 $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2 - \alpha\beta$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② $\frac{15}{2}$ ③ 10 ④ $\frac{25}{2}$ ⑤ 15

$\alpha + \beta = 3$ $\alpha\beta = 5$

10

10. $\frac{2026^3 + 1}{2025^2 + 2026}$ 의 값은? [3점]

- ① 2024 ② 2025 ③ 2026 ④ 2027 ⑤ 2028

$2026 = a$

$\frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1}$

9. 연립방정식

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ 2x^2 + y^2 = 6 \end{cases}$$

의 해를 $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

1. -2

11. 두 양수 m, n 에 대하여 직선 $y = mx + 2$ 가 두 이차함수

$$y = \frac{1}{3}x^2 + 5, y = x^2 + 4x + n$$

의 그래프에 동시에 접할 때,

$m+n$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$$\frac{1}{3}x^2 + 5 = mx + 2$$

$$\frac{1}{3}x^2 - mx + 3 = 0$$

$$x^2 - 3mx + 9 = 0$$

$$x^2 + 4x + n = 2x + 2$$

$$x^2 + 2x + n - 2 = 0$$

$$m = 2$$

$$n = 3$$

12. 다음은 사차다항식 $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ 를 조립제법을

이용하여 $x-2$ 로 나눈 몫과 나머지를 구하고,

그 몫을 다시 $x-2$ 로 나눈 몫과 나머지를 구하는 과정의

일부이다.

2	1	a	b	c	d
2	1				1
	1	2	-8	5	

$P(3)$ 의 값은? (단, a, b, c, d 는 상수이다.) [3점]

- ① 13 ② 16 ③ 19 ④ 22 ⑤ 25

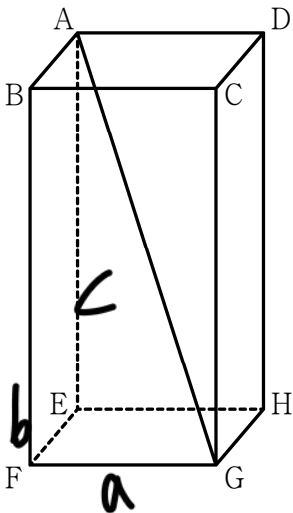
$$P = (x-2) \{ (x-2)(x^2+2x-8) + 5 \} + 1$$

13. 이차방정식 $x^2 - 7x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하자.
최고차항의 계수가 1인 이차다항식 $P(x)$ 에 대하여
 $P(\alpha) = 5\alpha - 2, P(\beta) = 5\beta - 2$
일 때, $P(5)$ 의 값은? [3점]
- ① 15 ② 18 ③ 21 ④ 24 ⑤ 27

$$P(x) - 5x + 2 = x^2 - 7x + 5$$

$$P(5) = 23 + 25 - 25 + 5 = 28$$

14. 그림과 같이 모든 모서리의 길이의 합이 $16\sqrt{2}$,
부피가 $4\sqrt{2}$, $\overline{AG} = 2\sqrt{3}$ 인 직육면체 $ABCD-EFGH$ 가 있다.
사각형 $ABCD$ 의 넓이를 S_1 , 사각형 $BFGC$ 의 넓이를 S_2 ,
사각형 $ABFE$ 의 넓이를 S_3 이라 할 때, $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$ 의 값은?
[4점]



① 28 ② 30 ③ 32 ④ 34 ⑤ 36

$$(a+b+c)^2 = 32$$

$$= 12 + 2k$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 12, abc = 4\sqrt{2}$$

$$a+b+c = 4\sqrt{2}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 12$$

$$(ab+bc+ca)^2 = () + 2abc(a+b+c)$$

$$100 = T + \frac{8\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{2}}{64}$$

15. 복소수 $z=1-i$ 에 대하여

$$\left(\frac{1}{z} - \frac{1}{\bar{z}}\right)^n = (z-1)i = \quad /$$

를 만족시키는 50 이하의 자연수 n 의 개수는?

(단, $i = \sqrt{-1}$ 이고, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.) [4점]

- ① 11 ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

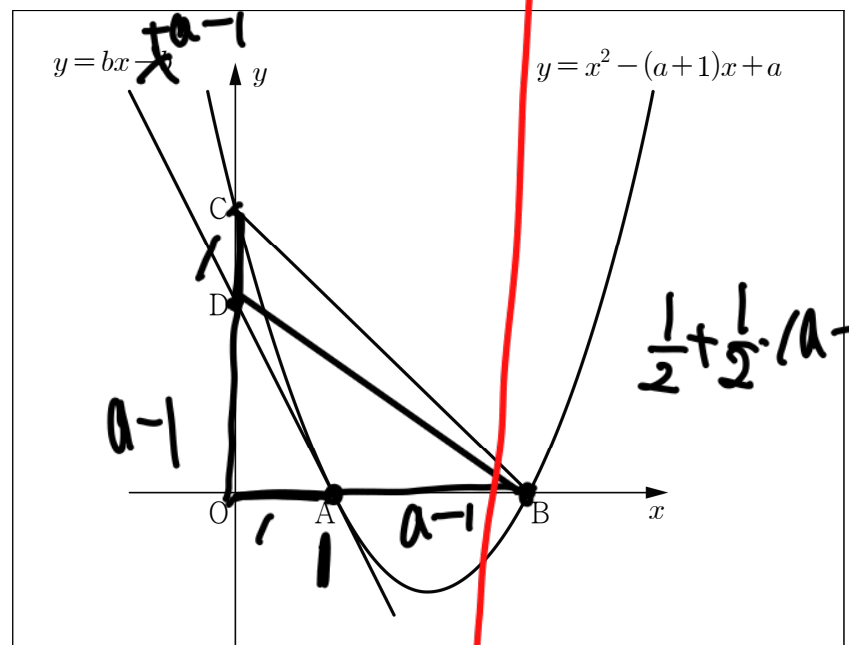
$$\left(\frac{1}{1-i} - \frac{1}{1+i}\right)^n = \left(\frac{1+i}{2} - \frac{1-i}{2}\right)^n = i^n = 1$$

$$n = 4, \dots, 48.$$

16. 두 실수 $a(a>2)$, b 에 대하여 이차함수

$y = x^2 - (a+1)x + a$ 의 그래프와 직선 $y = bx - b$ 가 한 점 $A(1, 0)$ 에서만 만난다. 함수 $y = x^2 - (a+1)x + a$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점 중 A 가 아닌 점을 B , 함수

$y = x^2 - (a+1)x + a$ 의 그래프가 y 축과 만나는 점을 C , 직선 $y = bx - b$ 가 y 축과 만나는 점을 D 라 하자. 다음은 삼각형 OAD 의 넓이를 S_1 , 사각형 $ABCD$ 의 넓이를 S_2 라 할 때, $S_1 : S_2 = 2 : 7$ 이 되도록 하는 a 의 값을 구하는 과정이다. (단, O 는 원점이다.)



이차함수 $y = x^2 - (a+1)x + a$ 의 그래프가 직선 $y = bx - b$ 와 한 점 A 에서만 만나므로

이차방정식 $x^2 - (a+b+1)x + a+b = 0$ 의 판별식 $D=0$ 이다.

삼각형 OAD 의 넓이 S_1 과 사각형 $ABCD$ 의 넓이 S_2 를

a 에 대한 식으로 나타내면

$S_1 = \square$ (가), $S_2 = \square$ (나) 이다.

따라서 $S_1 : S_2 = 2 : 7$ 이 되도록 하는 a 의 값은

$a = \square$ (다) 이다.

$$S_1 = \frac{1}{2} \cdot (a-1)$$

$$S_2 = \frac{a^2 - a + 1}{2}$$

위의 (가), (나)에 알맞은 식을 각각 $f(a)$, $g(a)$ 라 하고, (다)에 알맞은 수를 p 라 할 때, $f(5)+g(5)+p$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{27}{2}$ ② $\frac{29}{2}$ ③ $\frac{31}{2}$ ④ $\frac{33}{2}$ ⑤ $\frac{35}{2}$

$$a+b=1 \quad b=1-a.$$

$$2a^2 - 2a + 2 = 7a - 7$$

$$2a^2 - 9a + 9 = 0$$

$$2a^2 - 9a + 9 = 0$$

$$(a-3)$$

17. 최고차항의 계수가 1인 삼차다항식 $P(x)$ 를 x^2-1 로 나눈 몫과 나머지는 서로 같다. $(x+1)P(x)$ 가 x^2-1 로 나누어떨어질 때, $P(4)$ 의 값은? [4점]

- ① 48 ② 52 ③ 56 ④ 60 ⑤ 64

$$P = (x^2-1)(x+b) + (x+b)$$

$$= (x-1) \cdot x^2$$

$$3 \cdot 16$$

18. x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} |ax-1| < 21 \\ 2x+3 > 5 \end{cases}$$

$$-21 < ax-1 < 21$$

$$x > 1 \quad -\frac{20}{a} < 1 < \frac{22}{a}$$

를 만족시키는 자연수 x 의 개수가 2일 때, 모든 정수 a 의 값의 합은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$$x=3. \quad \text{※}$$



(i) $a > 0$

$$3 < \frac{22}{a} \leq 4$$

$$a = 6.7$$

$$a \geq \frac{11}{2}$$

$$a < \frac{22}{3}$$

(ii) $a < 0$

$$3 < -\frac{20}{a} \leq 4$$

$$a > -\frac{20}{3}$$

$$3a > -20$$

$$-20 \leq 4a$$

$$a \leq -5$$

$$a = -5, -6$$

$P(1) \neq 0$ 이면
등공 해는 실수, 하나는 허수.
 $P(-1)=8$

해가 특이한 형태.

19. 이차다항식 $P(x) = x^2 - ax + 7 - a$ 에 대하여

$\sqrt{P(1)} + \sqrt{-P(1)} - \sqrt{P(0)-4}$

의 값이 실수일 때, 모든 $P(-4)$ 의 값의 합은?
(단, a 는 실수이다.) [4점]

- ① 60 ② 64 ③ 68 ④ 72 ⑤ 76

$\sqrt{8-2a} + \sqrt{2a-8} - \sqrt{3-a}$

(i) $P(1) \geq 0$

$2a-8 = 3-a \quad a = \frac{11}{3}$

$8-2a = 3-a$

$a=5$

$\frac{11}{3}$

20. x 에 대한 연립부등식

$$\begin{cases} ax^2 + (a+b)x + a+b+1 < 0 \\ (a+b)x^2 + (a+b+1)x + a < 0 \end{cases}$$

을 만족시키는 모든 x 의 값의 범위가 $x < p$ 일 때, 옳은 것만을
<보기>에서 있는 대로 고른 것은? (단, a, b, p 는 실수이다.)

- <보기>
㉠. $a = -1$ 일 때, $p = -1$ 이다.
㉡. $b > 0$
㉢. $a^3 \leq -1$

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

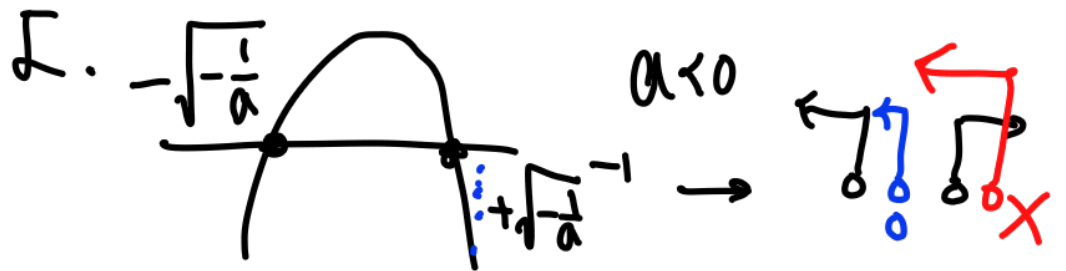
㉠) $a = -1 \rightarrow b = 1 \quad -1^2 + 1 < 0 \quad x^2 > 1$
 $x < -1$ or $x > 1$
 $x < 1$

㉡.

(i) $a = 0$ $\rightarrow b > 0$
 $\rightarrow \begin{cases} bx + b + 1 < 0 \\ x(bx + b + 1) < 0 \end{cases}$

(ii) $a + b = 0$

$\begin{cases} ax^2 + 1 < 0 \\ x + a < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ax^2 < -1 \\ a > 0 \text{ or } a < 0 \end{cases}$
 $a < 0, \therefore b > 0.$



$-a$ 가 $\sqrt{-\frac{1}{a}}$ 보다 작으면 X.

$\therefore -a \leq \sqrt{-\frac{1}{a}}$

$a^2 \leq -\frac{1}{a}$

$a^3 \geq -1$

($a < 0$)

21. 실수 k 와 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 x 에 대한 방정식 $f(x)+x=k$ 가 서로 다른 두 자연수 α, β 를 근으로 가질 때, 함수 $f(x)$ 는 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) $f(\beta)=\beta$
(나) 모든 실수 x 에 대하여 $f(x)\geq \beta$ 이다.

$f(0)\leq \alpha+\beta+f(\alpha)$ 일 때, 모든 $f(6)$ 의 값의 곱은? [4점]

- ① 45 ② 48 ③ 51 ④ 54 ⑤ 57

$f(x)+x-k = \frac{1}{2}(x-\alpha)(x-\beta)$
 $f(x) = \frac{1}{2}(x-\beta)^2 + \beta$
 $\frac{1}{2}(x-\beta)^2 + x - \beta$
 $\frac{1}{2}(x-\beta)(x-\beta+2)$
 $\frac{1}{2}\beta^2 + \beta \leq \frac{\alpha+\beta+2+\beta}{2}$
 $\frac{1}{2}\beta^2 \leq 2\beta$
 $\beta \leq 4$
 $\beta = 3, 4$
 $\frac{1}{2} \cdot 3^2 + 3 = \frac{15}{2}$

$f(\beta)+\beta-k=0$
 $k=\beta$
 $d=\beta-2$
 $\beta \geq 3$
성능비교.

단답형

22. 등식 $x^2+(a+1)x+8=x^2+10x+b$ 가 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 상수이다.) [3점]

$a=9 \quad b=8$
 (17)

23. 사차방정식 $x^4-2x^3-x^2+2x=0$ 의 모든 양의 실근의 합을 구하시오. [3점]

$x^3(x-2)-x(x-2)$
 $x \cdot (x-2)(x-1)(x+1)$
 (3)

24. $k - \frac{3}{k} = 6$ 일 때, $k^3 - \frac{27}{k^3}$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$\left(k - \frac{3}{k}\right)^3 = k^3 - 9k + \frac{27}{k} - \frac{27}{k^3}$$

$$+ 9\left(k - \frac{3}{k}\right)$$

$$\underline{216 + 54}$$

$$\textcircled{270}$$

25. a 가 음수일 때, $\frac{\sqrt{-4a}}{\sqrt{a}\sqrt{-4}} - \frac{\sqrt{-32}\sqrt{4a}}{\sqrt{2}\sqrt{-a}}$ 의 값을 구하시오.

[3점]

$$-a=p$$

$$\frac{2\sqrt{p}}{\sqrt{p}i \cdot 2i} - \frac{4\cancel{2}i \cdot \cancel{2}i}{\cancel{2}\sqrt{p}}$$

$$-1 + 8$$

$$\textcircled{7}$$

26. x 에 대한 부등식

$$2x+1 \leq 2x+a \leq x^2-2x+24$$

의 해가 모든 실수가 되도록 하는 a 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하시오. (단, a 는 실수이다.) [4점]

$$a \geq 1 \quad x^2 - 4x + 24 - a \geq 0$$

$$4 - 24 + a \leq 0$$

$$\underline{-20}$$

$$1 \leq a \leq 20$$

$$\textcircled{21}$$

27. 두 자연수 a, b 에 대하여 $-2 \leq x \leq 2$ 에서 이차함수 $f(x) = (x-a)^2 + 2b$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 하자. $M \leq 36$ 이고 $m \geq 5$ 를 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하시오. [4점]

$a=1$

$1+2b \leq 36$
 $2b \geq 5$
 $5 \leq 2b \leq 27$
 $2.5 \leq b \leq 13.5$
 $3 \sim 13 \rightarrow (11개)$

$a=2$

$2b \geq 5$
 $16+2b \leq 36$
 $2b \leq 20$
 $2.5 \leq b \leq 10$
 $3 \sim 10 \rightarrow (8개)$

$a=3$

$(2-a)^2 + 2b \geq 5$
 $(a+2)^2 + 2b \leq 36$
 $5 - (2-a)^2 \leq 2b \leq 36 - (a+2)^2$
 $4 \leq 2b \leq 11 \quad b=2 \sim 5$
 $(4개)$

$a=4$

$1 \leq 2b \leq 0 \quad X.$

23

28. 최고차항의 계수가 1인 이차다항식 $P(x)$ 에 대하여 $\{P(x)\}^2$ 을 $x^2 - 4x - 5$ 로 나눈 몫은 $Q(x)$ 이고 나머지는 36이다. $P(0) \neq P(4)$ 일 때, 모든 $Q(-1)$ 의 값의 합을 구하시오. [4점]

$P^2 = (x-5)(x+1)Q + 36$

① $P(-1) = \pm 6 \quad P(5) = \pm 6$

$P(-1) = 6, \quad P(5) = -6 = x^2 - 6x - 1$

$\rightarrow P(x) = (x-5)(x-1) - 6$

$(P-6)(P+6) = (x-5)(x+1)Q$

$(x-5)(x+1)(x-5)(x-1) \quad Q. \quad Q(-1) = 16!$

② $P(-1) = -6 \quad P(5) = 6$

$P(x) = (x-5)(x+3) + 6$

$= x^2 - 2x - 9$

$(x-5)(x+3)(x-3)(x+1) \quad Q. \quad (-8)$

⑧

29. x 에 대한 삼차방정식 $(x-1)(x^2+ax+b)=0$ 의 서로 다른 세 근을 α, β, γ 라 하자. $(2\alpha+2\beta-\gamma)^2 = -81$ 일 때, $(4+\alpha)(4+\beta)(4+\gamma)$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 실수이다.)

(i) $\gamma=1$ $(2\alpha+2\beta-1)^2 = -81$ [4점]
 $\alpha+\beta = -1$

(ii) $\alpha=1$

$$2\beta - \gamma + 2 = \pm 9i$$

$$2\beta - \gamma = -2 \pm 9i$$

$$\beta + \gamma = -a$$

$$\gamma = \beta + a$$

$$3\beta = -2 - a \pm 9i$$

$$\beta = \frac{-2-a}{3} \pm 3i$$

$x^2+ax+b=0$ 의 근 $\Rightarrow$ 근의 공식
 $\alpha, \beta = \frac{-a \pm \sqrt{a^2-4b}}{2}$

$$\frac{-a \pm \sqrt{a^2-4b}}{2}$$

$$\frac{\sqrt{16-4b}}{2} = 3i$$

$$3a = \frac{4+2a}{2}$$

$$a=4$$

$$4b = 52$$

$$b=13$$

$$65$$

30. 두 이차함수 $f(x), g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) x 에 대한 방정식 $4x^2 - 2\{f(x)+g(x)\}x + f(x)g(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 1이다.

(나) x 에 대한 방정식 $4k^2 - 2\{f(x)+g(x)\}k + f(x)g(x) = 0$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3이 되도록 하는 모든 실수 k 의 값은 $-\frac{1}{2}, 0, 1$ 이다.

모든 실수 x 에 대하여 $f(x)-g(x) \geq 0$ 일 때, $f(10)+g(6)$ 의 값을 구하시오. [4점]

f, g 점

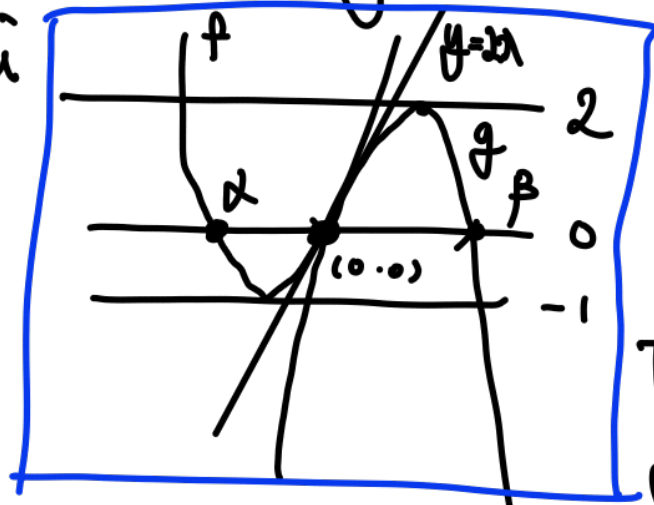
이 인수해 줄을 봤어야 함.

$$4x^2 - 2x(f+g) + fg = (2x-f)(2x-g) = 0$$

(가) $f=2x$ 또는 $g=2x$ 같은 경우

(나) $f=2k$ 또는 $g=2k$

$f=-1$ or $g=-1$ 같은 경우
 $f=0$ or $g=0$
 $f=2$ or $g=2$



$$114$$

$$f(10) = 120$$

$$g(6) = -18 + 12 = -6$$

$$f - 2x = x^2$$

$$g - 2x = -\frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$$

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.