제 2 교시

수학 영역

By 이대은T

5지선다형

1. $4^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{2}}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^2 - x + 1$에 대하여 $\lim_{h \to 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 수열 $\{a_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{7} a_k = 8$일 때, $\sum_{k=1}^{7} (2a_k + 1)$의 값은? [3점]

① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + a & (x < 3) \\ 5x - a & (x \geq 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a의 값은? [3점]

① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

5. $\int_0^2 (6x^2-2x+1)dx$ 의 값은? [3점]

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

6. 두 양수 a, b에 대하여 함수 $f(x)=a\cos bx+1$의 최댓값이 8이고 주기가 π일 때, $a+b$의 값은? [3점]

① $\frac{15}{2}$ ② 8 ③ $\frac{17}{2}$ ④ 9 ⑤ $\frac{19}{2}$

7. 다항함수 $f(x)$에 대하여 함수 $g(x)$를

$$g(x)=5x^2+xf(x)$$

라 하자. $f(3)=2$, $f'(3)=1$일 때, $g'(3)$의 값은? [3점]

① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ⑤ 35

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

8. $\sin(\pi-\theta)>0$이고 $2\cos\theta=\sin\theta$일 때, $\cos\theta$의 값은? [3점]

① $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{10}$ ③ 0
④ $\frac{\sqrt{5}}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

9. 함수 $f(x)=x^2+ax$에 대하여

$$\int_{-3}^{3}(x+1)f(x)dx=36+\int_{-3}^{3}f(x)dx$$

일 때, 상수 a의 값은? [4점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

9번

Note1. $\int_{-a}^{a}f(x)dx$가 주어진 경우

⇒ 우함수 기함수의 성질 이용하기

Note2. 기함수와 우함수의 정적분

⇒ $\int_{-a}^{a}(\text{기함수})dx=0$,

$\int_{-a}^{a}(\text{우함수})dx=2\int_{0}^{a}(\text{우함수})dx$

Note3. 정적분의 연산

case1. 적분구간이 같은 경우 ⇒

$\int_{a}^{b}f(x)dx\pm\int_{a}^{b}g(x)dx=\int_{a}^{b}\{f(x)\pm g(x)\}dx$

case2. 피적분함수가 같은 경우

⇒ ① $\int_{a}^{b}f(x)dx=\int_{c}^{b}f(x)dx-\int_{c}^{a}f(x)dx=\int_{a}^{c}f(x)dx-\int_{b}^{c}f(x)dx$

② $\int_{a}^{b}f(x)dx=\int_{a}^{c}f(x)dx+\int_{c}^{b}f(x)dx$

10. 실수 $a\,(a>1)$에 대하여

곡선 $y=\log_a(x+3)$이 곡선 $y=\log_a(-x+3)$과 만나는 점을 A,

곡선 $y=\log_a(x+3)$이 x축과 만나는 점을 B,

곡선 $y=\log_a(-x+3)$이 x축과 만나는 점을 C라 하자.

삼각형 ABC가 정삼각형일 때, a의 값은? [4점]

① $3^{\frac{\sqrt{3}}{6}}$ ② $3^{\frac{\sqrt{3}}{4}}$ ③ $3^{\frac{\sqrt{3}}{3}}$ ④ $3^{\frac{5\sqrt{3}}{12}}$ ⑤ $3^{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

10번

Note1. $f(x)$, $f(-x)$가 공존하는 경우

⇒ 우함수나 기함수 관점에서 해석하는 경우가 많다.

Note2. 우함수나 기함수가 주어진 경우

⇒ 대칭성을 이용하여 기하적 해석을 시도한다.

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

11. 시각 $t=0$일 때 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다. 시각이 $t(t \geq 0)$일 때 점 P의 위치 x가

$$x=t^3-t^2-t+1$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

ㄱ. 시각 $t=1$일 때 점 P의 위치는 1이다.
ㄴ. 시각 $t=1$일 때 점 P의 속도는 0이다.
ㄷ. 출발한 후 점 P의 운동 방향이 바뀌는 시각에 점 P의 가속도는 4이다.

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

12. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$에 대하여 a_4의 최댓값은? [4점]

(가) $a_1=a_3$
(나) 모든 자연수 n에 대하여
$(a_{n+1}-a_n+3)(a_{n+1}-2a_n)=0$
이다.

① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

12번

Note1. 점화식이 있을 때 노가다하는 경우
⇒ ① 중간항이 주어진 경우
② a_n이 기준인 경우
③ a_m 구하기에서 m이 작은 경우

Note2. 수형도를 그릴 때
⇒ 다음 항으로 넘어갈 때 바로바로 조건을 만족시키지 않는 모순인 항을 판단한다.

Note3. 점화식이 상황마다 다른 경우
⇒ 각각의 점화식이 등차수열 또는 등비수열이라면 성질 활용하기

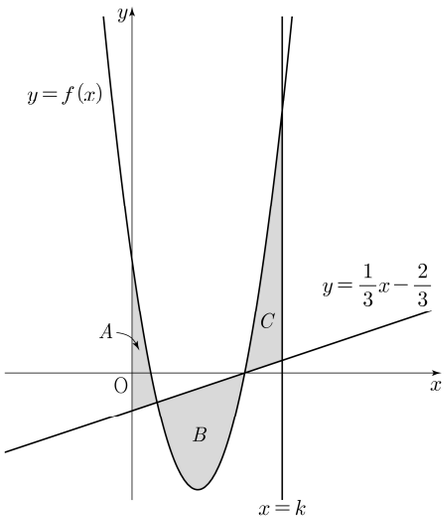
Note4. 조건을 만족시키는 경우가 두 가지 이상인 경우
⇒ 귀류법 (부등식, 자연수 조건)을 이용하여 모순인 경우 제외시키기

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

13. 그림과 같이 함수 $f(x)=3x^2-7x+2$에 대하여 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$ 및 y축으로 둘러싸인 영역을 A, 곡선 $y=f(x)$와 직선 $y=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$로 둘러싸인 영역을 B, 곡선 $y=f(x)$와 두 직선 $y=\frac{1}{3}x-\frac{2}{3}$, $x=k(k>2)$로 둘러싸인 영역을 C라 하자.

$$(A\text{의 넓이})+(C\text{의 넓이})=(B\text{의 넓이})$$

일 때, 상수 k의 값은? [4점]



① $\frac{29}{12}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{31}{12}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

13번

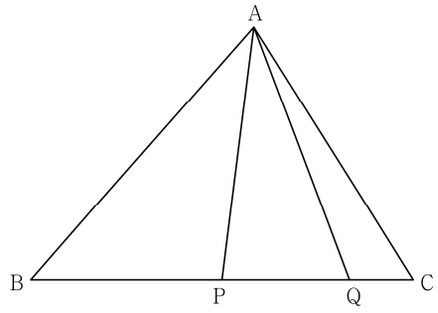
Note1. 동일한 곡선으로 둘러싸인 두 영역이 한점을 공유할 때 넓이차를 구하는 경우
⇒ 겹치는 영역을 소거하는 방향으로 하나의 정적분으로 영역의 넓이차 구하기

14. $\overline{AB}=2\sqrt{7}$인 삼각형 ABC에서 선분 BC의 중점을 P, 선분 BC를 5:1로 내분하는 점을 Q라 하자.

$$\overline{AQ}=3\sqrt{2},\ \sin(\angle QAP):\sin(\angle APQ)=\sqrt{2}:3$$

일 때, 삼각형 ABC의 외접원의 넓이는? [4점]

① $\frac{85}{9}\pi$ ② $\frac{88}{9}\pi$ ③ $\frac{91}{9}\pi$ ④ $\frac{94}{9}\pi$ ⑤ $\frac{97}{9}\pi$



14번

Note1. 사인법칙을 주로 사용하는 경우
⇒ ① 각 2개, 변 1개가 주어진 경우
② 외접원의 반지름
③ 길이비 또는 sin비가 주어진 경우

Note2. 코사인법칙을 주로 사용하는 경우
⇒ ① 각 1개 변 2개 주어진 경우
② 변 3개가 주어진 경우
③ 세 변의 길이비가 주어진 경우

Note3. 도형문제에서 동일한 성분은 서로 다른 두 가지 이상의 방법으로 표현이 가능한 경우
⇒ 서로 다른 식이 같음을 관계식으로 이용하기

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

15. 상수 k와 $f'(0)=6$인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x)+k & (|x|>1) \\ -f(x) & (|x|\le 1) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $k+f\left(\frac{1}{2}\right)$의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 a에 대하여 $\lim_{x\to a+}\frac{g(x)-g(a)}{x-a}$의 값이 존재하고 그 값은 0 이하이다.

(나) x에 대한 방정식 $g(x)=t$의 서로 다른 실근의 개수가 2가 되도록 하는 실수 t의 최댓값은 13이다.

① $\frac{15}{4}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ $\frac{39}{4}$ ④ $\frac{51}{4}$ ⑤ $\frac{63}{4}$

15번

Note1. n차 함수 구하기
⇒ 관계식 $(n+1)$개 구하기

Note2. $\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$, $\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$의 좌극한이나 우극한
⇒ 미분계수의 형태로 접선의 기울기의 좌극한이나 우극한 관점에서 해석하고, 보통 미분 불가능한 점에 대한 해석으로 이어지는 경우가 많다.

Note3. 교점(실근)의 개수
⇒ 그래프 그려서 판단하기

Note4. 곡선과 직선의 위치관계
⇒ 직선이 접선이나 점근선일 때 답이 되는 경우가 많다.

Note5. 문제에 최고차항의 계수가 언급이 되지 않은 경우
⇒ 최고차항의 계수를 미지수로 두고 부호가 양수인 경우와 음수인 경우를 모두 확인한다.
주로 부호가 음수인 경우가 답이므로 케이스를 나눌 때 음수인 경우부터 따지기.

단답형

16. 방정식 $\log_5(x+1)+\log_5(x-1)=\log_{25}9$를 만족시키는 실수 x의 값을 구하시오. [3점]

17. 다항함수 $f(x)$에 대하여 $f'(x)=3x^2+4x$이고 $f(0)=3$일 때, $f(1)$의 값을 구하시오. [3점]

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

18. $\sum_{k=1}^{6}(k^2+2k)$의 값을 구하시오. [3점]

19. 상수 a에 대하여 함수 $f(x)=3x^3-9x^2+a$의 극댓값이 20일 때, 함수 $f(x)$의 극솟값을 구하시오. [3점]

20. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

$0 \le x < 4$일 때 $f(x)=-x^2+4x$이고,
모든 실수 x에 대하여 $f(x+4)=f(x)$이다.

방정식 $f\big(f(x)\big)=f(x)$의 0 이상인 모든 실근을 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n번째 수를 a_n이라 하자.
다음은 $a_{20}+a_{21}+a_{22}$의 값을 구하는 과정이다.

방정식 $f(x)=x$의 모든 실근이 0, 3이므로
방정식 $f\big(f(x)\big)=f(x)$의 실근을 구하는 것은
방정식 $f(x)\times\big(f(x)-3\big)=0$의 실근을 구하는 것과 같다.
$0 \le x < 4$일 때, 방정식 $f(x)\times\big(f(x)-3\big)=0$의
모든 실근은 0, [(가)], 3이므로
$a_1=0$, $a_2=$[(가)], $a_3=3$
이다. 또한 모든 실수 x에 대하여 $f(x+4)=f(x)$이므로
세 수열 $\{a_{3n-2}\}$, $\{a_{3n-1}\}$, $\{a_{3n}\}$은
첫째항이 각각 0, [(가)], 3이고
공차가 모두 [(나)]인 등차수열이다.
따라서 $a_{20}+a_{21}+a_{22}=$[(다)]이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p, q, r이라 할 때, $p+q+r$의 값을 구하시오. [4점]

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.

21. 함수 $f(x)=(x-1)(x-2)$와 최고차항의 계수가 1인 사차함수 $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

> 모든 실수 a에 대하여
> $\lim_{x\to a}\frac{g(x)\times|f(x)|}{f(x)}$의 값과 $\lim_{x\to a}\frac{|g(x)-f(x)|}{g(x)}$의 값이
> 모두 존재한다.

$g(-1)$의 값을 구하시오. [4점]

21번

Note1. n차 함수 구하기
⇒ 관계식 $(n+1)$개 구하기

Note2. $\lim_{\alpha}\frac{|f(x)|}{(x-a)}=\alpha$
⇒ $f(x)=(x-a)^2P(x)$

Note3. $f(x)=(x-a)P(x)$
⇒ $f'(a)=P(a)$

22. $k>1$인 실수 k에 대하여 두 곡선

$$y=2^x+\frac{k}{2},\quad y=k\times\left(\frac{1}{2}\right)^x+k-2$$

가 만나는 점을 A라 하고, 점 A를 지나고 기울기가 -1인 직선이 곡선 $y=2^{x-2}-3$과 만나는 점을 B라 하자.

삼각형 AOB의 넓이가 16일 때, $k+\log_2 k=\frac{q}{p}$이다.

$p+q$의 값을 구하시오. (단, O는 원점이고, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

22번

Note1. 두 곡선 $f(x)$, $g(x)$의 교점
⇒ 방정식 $f(x)=g(x)$의 실근

Note2. 이차방부등식의 계수가 미지수를 포함하는 경우
⇒ 미지수를 이용한 인수분해 시도하기

Note3. 조건을 만족시키는 경우가 두 가지 이상인 경우
⇒ 귀류법 (부등식, 자연수 조건)을 이용하여 모순인 경우 제외시키기

Note4. 직선의 기울기, 두 점 거리, $\triangle x$, $\triangle y$
⇒ 세 값 중 두 개를 알면 나머지 하나를 구해서 이용하기

Note5. 직선 위의 점을 평행이동시킬 때 평행이동한 Δx, Δy의 비율이 직선의 기울기와 동일한 경우
⇒ 직선 위에서 직선 위로 점이 이동한다.

Note6. 최종값이 지저분한 경우
⇒ 최종값 직접 구하기

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, **「선택과목(확률과 통계)」** 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

이 문제지에 관한 저작권은 한국교육과정평가원에 있습니다.