

제 2 교시

수학 영역

5지선다형

1. $4^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{1}{2}}$ 의 값은? [2점]

$2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^1 = 2$

① 1 ☒ ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

2. 함수 $f(x) = x^2 - x + 1$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은? [2점]

$f'(x) = 2x - 1, f'(1) = 1$

☒ ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $\sum_{k=1}^7 a_k = 8$ 일 때, $\sum_{k=1}^7 (2a_k + 1)$ 의 값은? [3점]

① 21 ② 22 ☒ ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

$16 + 7 = 23$

4. 함수

$$f(x) = \begin{cases} -x^2 + a & (x < 3) \\ 5x - a & (x \geq 3) \end{cases}$$

이 실수 전체의 집합에서 연속일 때, 상수 a 의 값은? [3점]

① 10 ② 11 ☒ ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

$-9 + a = 15 - a$
 $2a = 24 \quad a = 12$

5. $\int_0^2 (6x^2 - 2x + 1) dx$ 의 값은? [3점]

- ① 12 ☒ ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

$$\begin{aligned} 2x^3 - x^2 + x \Big|_0^2 &= 16 - 4 + 2 \\ &= 14 \end{aligned}$$

6. 두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = a \cos bx + 1$ 의 최댓값이 8이고 주기가 π 일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{15}{2}$ ② 8 ③ $\frac{17}{2}$ ☒ ④ 9 ⑤ $\frac{19}{2}$

$$\frac{2\pi}{b} = \pi, \quad b = 2$$

$$a+1=8, \quad a=7 \quad a+b=9$$

7. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(x)$ 를

$$g(x) = 5x^2 + xf(x)$$

라 하자. $f(3)=2$, $f'(3)=1$ 일 때, $g'(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 31 ② 32 ③ 33 ④ 34 ☒ ⑤ 35

$$g(x) = 10x + f(x) + x f'(x)$$

$$g'(3) = 30 + 2 + 3 = 35$$

8. $\sin(\pi - \theta) > 0$ 이고 $2\cos\theta = \sin\theta$ 일 때, $\cos\theta$ 의 값은? [3점]

$= \sin\theta$

- ① $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{10}$ ③ 0
④ $\frac{\sqrt{5}}{10}$ ⑤ $\frac{\sqrt{5}}{5}$

$\tan\theta = 2 \quad \dots \quad \cos\theta > 0.$

$\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$

9. 함수 $f(x) = x^2 + ax$ 에 대하여

$$\int_{-3}^3 (x+1)f(x)dx = 36 + \int_{-3}^3 f(x)dx$$

일 때, 상수 a 의 값은? [4점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

$\int_{-3}^3 x(x+1)dx = 36$

$\frac{ax^3}{3} \Big|_{-3}^3 = 18a = 36$
 $a = 2$

10. 실수 $a (a > 1)$ 에 대하여

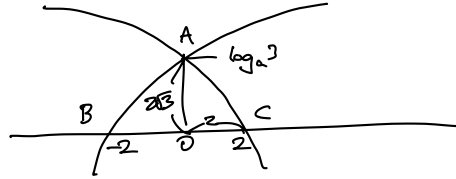
곡선 $y = \log_a(x+3)$ 이 곡선 $y = \log_a(-x+3)$ 과 만나는 점을 A,

곡선 $y = \log_a(x+3)$ 이 x 축과 만나는 점을 B,

곡선 $y = \log_a(-x+3)$ 이 x 축과 만나는 점을 C라 하자.

삼각형 ABC가 정삼각형일 때, a 의 값은? [4점]

- ① $3^{\frac{\sqrt{3}}{6}}$ ② $3^{\frac{\sqrt{3}}{4}}$ ③ $3^{\frac{\sqrt{3}}{3}}$ ④ $3^{\frac{5\sqrt{3}}{12}}$ ⑤ $3^{\frac{\sqrt{3}}{2}}$



$\frac{\sqrt{3}}{2}$

$\log_a 3 = 2\sqrt{3}$

$a^{2\sqrt{3}} = 3, \quad a = 3^{\frac{1}{2\sqrt{3}}}$
 $= 3^{\frac{\sqrt{3}}{6}}$

11. 시각 $t=0$ 일 때 출발하여 수직선 위를 움직이는 점 P가 있다.
시각이 $t(t \geq 0)$ 일 때 점 P의 위치 x 가

$$x = t^3 - t^2 - t + 1$$

이다. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은? [4점]

<보 기>

- ㄱ. 시각 $t=1$ 일 때 점 P의 위치는 1이다. ~~X~~
 ㄴ. 시각 $t=1$ 일 때 점 P의 속도는 0이다. O
 ㄷ. 출발한 후 점 P의 운동 방향이 바뀌는 시각에
 점 P의 가속도는 4이다. O

- ① ㄱ ② ㄴ ③ ㄷ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

ㄱ. $x(1) = 1 - 1 - 1 + 1 = 0$ (X)

ㄴ. $v(1) = 3 - 2 - 1 = 0$ (O)

ㄷ. $v(t) = 3t^2 - 2t - 1$
 $= (t-1)(3t+1) \dots t=1$

$a(t) = 6t - 2, a(1) = 4$ (O)

12. 다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여
 a_4 의 최댓값은? [4점]

(가) $a_1 = a_3$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$(a_{n+1} - a_n + 3)(a_{n+1} - 2a_n) = 0$$

이다.

- ① 9 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 21

$a_{n+1} = \begin{cases} a_n - 3 \\ 2a_n \end{cases}$

a_1, a_2, a_3, a_4

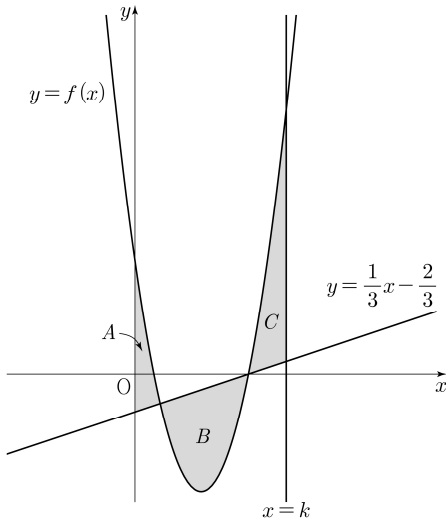
(1) $a_1 = \alpha, a_2 = \alpha - 3, a_3 = 2\alpha - 6, a_4 = 3$
 $\dots 6, 3, 6, 12$

(2) $a_1 = \alpha, a_2 = 2\alpha, a_3 = 2\alpha - 3, a_4 = 0$
 $\dots 3, 6, 3, 6$

13. 그림과 같이 함수 $f(x) = 3x^2 - 7x + 2$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ 및 y 축으로 둘러싸인 영역을 A , 곡선 $y = f(x)$ 와 직선 $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$ 로 둘러싸인 영역을 B , 곡선 $y = f(x)$ 와 두 직선 $y = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3}$, $x = k$ ($k > 2$)로 둘러싸인 영역을 C 라 하자.

$$(A \text{의 넓이}) + (C \text{의 넓이}) = (B \text{의 넓이})$$

일 때, 상수 k 의 값은? [4점]



- ① $\frac{29}{12}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{31}{12}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{11}{4}$

$$\int_0^k (3x^2 - 7x + 2 - \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}) dx$$

$$= \int_0^k (3x^2 - \frac{22}{3}x + \frac{8}{3}) dx$$

$$= x^3 - \frac{11}{3}x^2 + \frac{8}{3}x \Big|_0^k = 0$$

$$\dots \quad 3k^2 - 11k + 8 = 0$$

$$\begin{array}{r} \frac{1}{3} \quad -1 \\ \underline{ - 8} \end{array}$$

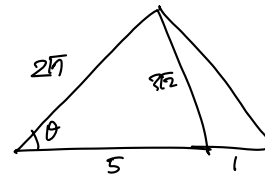
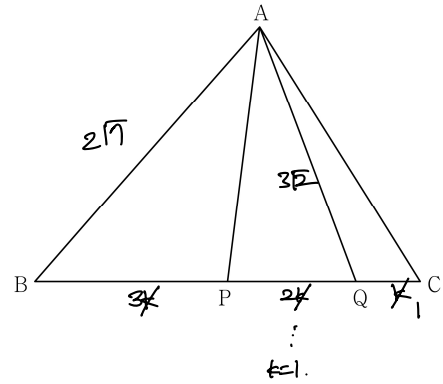
$$k > 2, \quad k = \frac{8}{3}$$

14. $\overline{AB} = 2\sqrt{7}$ 인 삼각형 ABC 에서 선분 BC 의 중점을 P , 선분 BC 를 5:1로 내분하는 점을 Q 라 하자.

$$\overline{AQ} = 3\sqrt{2}, \quad \sin(\angle QAP) : \sin(\angle APQ) = \sqrt{2} : 3$$

일 때, 삼각형 ABC 의 외접원의 넓이는? [4점]

- ① $\frac{85}{9}\pi$ ② $\frac{88}{9}\pi$ ③ $\frac{91}{9}\pi$ ④ $\frac{94}{9}\pi$ ⑤ $\frac{97}{9}\pi$



$$\cos \theta = \frac{28 + 25 - 18}{2 \cdot 2\sqrt{7}}$$

$$= \frac{7}{4\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{4} \quad \sin \theta = \frac{3}{4}$$

$$\overline{AC}^2 = 28 + 36 - 2 \cdot 2\sqrt{7} \cdot 6 \cdot \frac{\sqrt{7}}{4}$$

$$= 64 - 42 = 22$$

$$\overline{AC} = \sqrt{22}$$

$$2\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{4\sqrt{2}}{2} \quad R = \frac{\sqrt{22}}{2}$$

$$R^2 = \frac{22}{2}$$

15. 상수 k 와 $f'(0) = 6$ 인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \begin{cases} f(x) + k & (|x| > 1) \\ -f(x) & (|x| \leq 1) \end{cases} \quad x > 1 \text{ or } x < -1$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $k + f\left(\frac{1}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

(가) 모든 실수 a 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow a+} \frac{g(x) - g(a)}{x - a}$ 의 값이

존재하고 그 값은 0 이하이다. $g(a^+) = g(a^-)$

(나) x 에 대한 방정식 $g(x) = t$ 의 서로 다른 실근의

개수가 2가 되도록 하는 실수 t 의 최댓값은 13이다.

- ① $\frac{15}{4}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ $\frac{39}{4}$ ④ $\frac{51}{4}$ ⑤ $\frac{63}{4}$

$f(x)$ 를 x 의 함수로 본다.

$x = -1$, $x = 1$ 에서 극값.



$$f(x) = 3a(x^2 - 1)$$

$$f(x) = ax^3 - 3ax + C, \quad a = -2$$

$$\dots -2x^3 + 6x + C$$

$$f(-1) = -13 \dots -4 + C = -13$$

$$C = -9$$

$$f(1) = -\frac{5}{2} = -5 \quad k = 10$$

$$f(x) = -2x^3 + 6x - 9$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{1}{4} + 3 - 9 = -\frac{25}{4}$$

$$\frac{40 - 25}{4} = \frac{15}{4}$$

단답형

16. 방정식 $\log_5(x+1) + \log_5(x-1) = \log_{25} 9$ 를 만족시키는

실수 x 의 값을 구하시오. [3점] $= \log_5 3$

$$\log_5(x^2 - 1) = \log_5 3$$

$$x = \boxed{2}$$

17. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $f'(x) = 3x^2 + 4x$ 이고 $f(0) = 3$ 일 때, $f(1)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + 3$$

$$f(1) = \boxed{6}$$

18. $\sum_{k=1}^6 (k^2 + 2k)$ 의 값을 구하시오. [3점]

$$\frac{6 \cdot 1 \cdot 7}{6} + 2 \cdot \frac{6 \cdot 1}{2}$$

$$= 91 + 42 = \boxed{133}$$

19. 상수 a 에 대하여 함수 $f(x) = 3x^3 - 9x^2 + a$ 의 극댓값이 20일 때, 함수 $f(x)$ 의 극솟값을 구하시오. [3점]

$$f'(x) = 9x^2 - 18x \dots x=0 \text{ 또는 } 2$$

$$a=20$$

$$x=2 \text{ 일 때}$$

$$f(2) = 24 - 36 + a$$

$$= \boxed{8}$$

20. 실수 전체의 집합에서 정의된 함수 $f(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

$$0 \leq x < 4 \text{ 일 때 } f(x) = -x^2 + 4x \text{ 이고,}$$

$$\text{모든 실수 } x \text{ 에 대하여 } f(x+4) = f(x) \text{ 이다.}$$

방정식 $f(f(x)) = f(x)$ 의 0 이상인 모든 실근을 작은 수부터 크기순으로 나열할 때, n 번째 수를 a_n 이라 하자.
다음은 $a_{20} + a_{21} + a_{22}$ 의 값을 구하는 과정이다.

방정식 $f(x) = x$ 의 모든 실근이 0, 3이므로
방정식 $f(f(x)) = f(x)$ 의 실근을 구하는 것은
방정식 $f(x) \times (f(x) - 3) = 0$ 의 실근을 구하는 것과 같다.

$0 \leq x < 4$ 일 때, 방정식 $f(x) \times (f(x) - 3) = 0$ 의
모든 실근은 0, $\boxed{(가)}$, 3이므로

$$a_1 = 0, a_2 = \boxed{(가)}, a_3 = 3$$

이다. 또한 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+4) = f(x)$ 이므로

세 수열 $\{a_{3n-2}\}$, $\{a_{3n-1}\}$, $\{a_{3n}\}$ 은

첫째항이 각각 0, $\boxed{(가)}$, 3이고

공차가 모두 $\boxed{(나)}$ 인 등차수열이다.

따라서 $a_{20} + a_{21} + a_{22} = \boxed{(다)}$ 이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 수를 각각 p , q , r 이라 할 때,
 $p + q + r$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$a_{3n-2} = 4n - 4$$

$$a_{3n-1} = 4n - 3$$

$$a_{3n} = 4n - 1$$

$$\left. \begin{array}{l} a_{20} = 25 \\ a_{21} = 29 \\ a_{22} = 28 \end{array} \right\} 29 \times 3 - 1 = 80$$

$$\boxed{85}$$

21. 함수 $f(x) = (x-1)(x-2)$ 와 최고차항의 계수가 1 인
사차함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

모든 실수 a 에 대하여

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) \times |f(x)|}{f(x)}$ 의 값과 $\lim_{x \rightarrow a} \frac{|g(x) - f(x)|}{g(x)}$ 의 값이
모두 존재한다. (1) (2)

$g(-1)$ 의 값을 구하시오. [4점] $f(x) = 0 \Rightarrow x = 1, 2$ $\therefore f(x) = (x-1)(x-2)$

$$01 \quad g(1) = g(2) = 0$$

$$02 \quad f'(1) = -1 \quad f'(2) = 1$$

$$\therefore g'(1) = -1 \quad g'(2) = 1$$

$$g(x) = (x-1)(x-2)(x^2+ax+b)$$

$$h(1) = 1$$

$$h(2) = 1$$

$$h(x) = x^2 - 3x + 3, \quad 0 < 0. \quad ok.$$

$$g(-1) = -2 \cdot -3 \cdot 7$$

$$= \boxed{42}$$

22. $k > 1$ 인 실수 k 에 대하여 두 곡선

~~★~~

$$y = 2^x + \frac{k}{2}, \quad y = k \times \left(\frac{1}{2}\right)^x + k - 2$$

가 만나는 점을 A 라 하고, 점 A 를 지나고 기울기가 -1 인
직선이 곡선 $y = 2^{x-2} - 3$ 과 만나는 점을 B 라 하자.

삼각형 AOB 의 넓이가 16 일 때, $k + \log_2 k = \frac{q}{p}$ 이다.

$p + q$ 의 값을 구하시오. (단, O 는 원점이고, p 와 q 는 서로소인
자연수이다.) [4점]

$$2^x = t \quad \dots \quad t + \frac{k}{2} = \frac{k}{t} + k - 2$$

$$t^2 + (2 - \frac{k}{2})t - k = 0$$

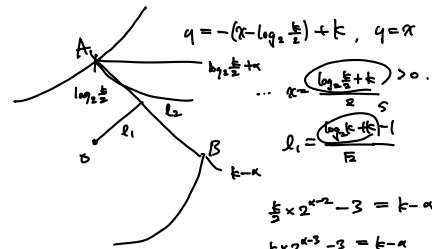
$$D = 4 - 2k + \frac{k^2}{4} + 4k$$

$$= (2 + \frac{k}{2})^2$$

$$\dots \therefore t = \frac{\frac{k}{2} - 2 \pm 2 + \frac{k}{2}}{2}$$

$$= \left(\frac{k}{2}\right), \quad \cancel{\frac{k}{2}} \quad 2^x = \frac{k}{2}$$

$$A = \left(\log_2 \frac{k}{2}, k\right)$$



$$\frac{k}{2} \times 2^{x-2} - 3 = k - x$$

$$k \times 2^{x-3} - 3 = k - x$$

$$k \times 2^{x-3} + x - 7 = k$$

$$k(2^{x-3} - 1) = -(x-3)$$

$$2^k - 1 = -x \quad x = 3$$

$$16 = \frac{x(5-1)}{2}$$

$$S = \frac{22}{x} + 1 = \frac{37}{3} \quad \boxed{38}$$

1hr 38m.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

5지선다형

23. 6개의 문자 a, a, a, a, b, c 를 모두 일렬로 나열하는 경우의 수는? [2점]

① 18 ② 24 ③ 30 ④ 36 ⑤ 42

24. 두 사건 A 와 B 는 서로 배반사건이고

$P(A \cup B) = 1, P(A^c) = 2P(A)$

일 때, $P(B)$ 의 값은? [3점]

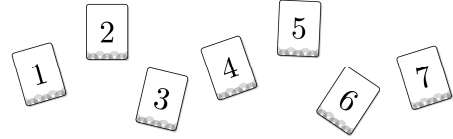
① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

25. 다항식 $(2x-1)^5(x+1)$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는? [3점]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

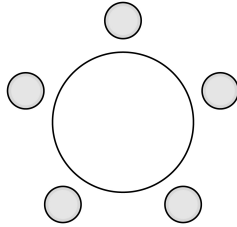
26. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7이 하나씩 적혀 있는 7장의 카드가 있다. 이 7장의 카드를 모두 한 번씩 사용하여 일렬로 임의로 나열할 때, 양 끝에 놓인 카드에 적힌 두 수의 곱이 짝수가 되도록 카드가 놓일 확률은? [3점]

- ① $\frac{3}{7}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{4}{7}$ ④ $\frac{9}{14}$ ⑤ $\frac{5}{7}$



27. 5명이 둘러앉을 수 있는 원 모양의 탁자와 남학생 5명, 여학생 3명이 있다. 이 8명의 학생 중에서 4명 이상의 남학생을 포함하여 5명의 학생을 선택하고 이 5명의 학생 모두를 일정한 간격으로 탁자에 둘러앉게 하는 경우의 수는?
(단, 회전하여 일치하는 것은 같은 것으로 본다.) [3점]

① 384 ② 408 ③ 432 ④ 456 ⑤ 480



28. 공 15개와 비어 있는 세 상자 A, B, C가 있다. 한 개의 주사위를 사용하여 다음 규칙에 따라 세 상자 A, B, C에 공을 넣는 시행을 한다.

주사위를 한 번 던져

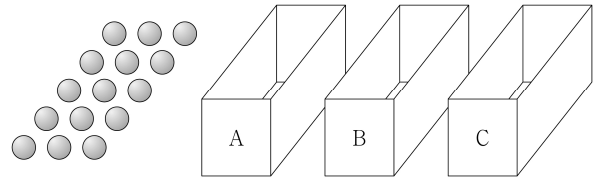
나온 눈의 수가 3의 배수이면

세 상자 A, B, C에 넣는 공의 개수가 각각 1, 2, 0이고,
나온 눈의 수가 3의 배수가 아니면

세 상자 A, B, C에 넣는 공의 개수가 각각 1, 1, 1이다.

이 시행을 5번 반복한 후 상자 B에 들어 있는 공의 개수가 홀수일 때, 상자 A에 들어 있는 공의 개수와 상자 C에 들어 있는 공의 개수의 합이 8 이상일 확률은? [4점]

① $\frac{44}{61}$ ② $\frac{47}{61}$ ③ $\frac{50}{61}$ ④ $\frac{53}{61}$ ⑤ $\frac{56}{61}$



단답형

29. 한 개의 주사위를 세 번 던져서 나오는 눈의 수를 차례로 a, b, c 라 할 때, $a+b=8$ 또는 $b \geq c$ 일 확률은 $\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

30. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 함수 $f: X \rightarrow X$ 의 개수를 구하시오. [4점]

- (가) $x=1, 2, 3, 4$ 일 때 $f(x+1)+3 \geq f(x)+x$ 이다.
(나) $f(2)$ 의 값은 홀수이다.

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(미적분)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

5지선다형

23. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4 \times 3^{n+1}}{2^n + 3^n}$ 의 값은? [2점]

- ☒ ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

$\frac{4 \times 3}{1} = 12$

24. 곡선 $3x + y + \cos(xy) = 2$ 위의 점 $(0, 1)$ 에서의 접선의 x 절편은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ☒ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$3 + y' + (y + xy')(-\sin(xy)) = 0$

$3 + y' = 0, \quad y' = -3$

$y = -3x + 1$
 $\vdots$
 $x = \frac{1}{3}$

25. 양수 a 에 대하여 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a-3n}{n} + \frac{an+6}{n+a} \right)$ 이

실수 S 에 수렴할 때, $a+S$ 의 값은? [3점]

- ① 7 ② $\frac{15}{2}$ ③ 8 ☒ ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ 9

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a}{n} - 3 + a + \frac{6-a^2}{n+a}$$

$n \rightarrow \infty \rightarrow 0.$
 $a=3.$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{n} - \frac{3}{n+3}$$

$$= 3 \times \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{n+1} - \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n+3} \right)$$

$$= 3 + \frac{3}{2} + 1 = \frac{11}{2} = S$$

$$a+S = \frac{17}{2}$$

26. 함수 $f(x) = e^{3x} - 3e^{2x} + 4e^x$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자.

$g'(a) = \frac{1}{8}$ 이 되도록 하는 실수 a 에 대하여 $a+f'(g(a))$ 의

값은? [3점]

- ① 11 ☒ ② 12 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

$$f(x) = 3e^{3x} - 6e^{2x} + 4e^x$$

$$f(g(a)) = 3e^{3g(a)} - 6e^{2g(a)} + 4e^{g(a)} = 8$$

$$3e^{3k} - 6e^{2k} + 4e^k - 8 = 0$$

$$(e^k - 2)(3e^{2k} + 4)$$

> 0

$$e^k = 2$$

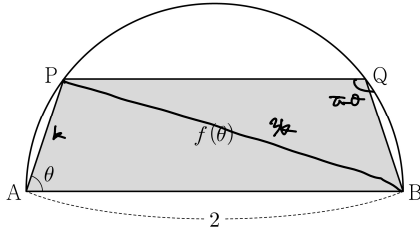
$$g(a) = \ln 2$$

$$f'(x) = 9e^{3x} - 12e^{2x} + 4e^x$$

$$f'(g(a)) = 9 - 12 + 4 = 1$$

$$a + 1 = 12$$

27. 그림과 같이 길이가 2인 선분 AB를 지름으로 하는 반원의 호 AB 위의 점 P에 대하여 $\angle BAP = \theta$ ($\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$)라 하고, 점 P를 지나고 선분 AB에 평행한 직선이 호 AB와 만나는 점 중 P가 아닌 점을 Q라 하자. 사각형 ABQP의 넓이를 $f(\theta)$ 라 하고, $\overline{AP} : \overline{BP} = 1 : 3$ 이 되도록 하는 θ 의 값을 a 라 할 때, $f'(a)$ 의 값은? [3점]



- ① $-\frac{64}{25}$ ② $-\frac{59}{25}$ ③ $-\frac{54}{25}$ ④ $-\frac{49}{25}$ ⑤ $-\frac{44}{25}$

$$f(\theta) = \frac{1}{2} \times (2 + 2 - 2k \cos \theta) \times k \sin \theta$$

$$= (2 - k \cos \theta) \times k \sin \theta$$

$$\cos \theta = \frac{k}{2} \quad \sin \theta = \frac{k'}{2}$$

$$\theta = a \rightarrow k = \frac{2}{\sqrt{10}}$$

$$\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{10}} \quad \sin \theta = \frac{3}{\sqrt{10}} \quad k' = -\frac{6}{\sqrt{10}}$$

$$f'(\theta) = (-k' \cos \theta + k \sin \theta) \times k \sin \theta + (2 - k \cos \theta) \times (k' \sin \theta + k \cos \theta)$$

$$f'(a) = \left(\frac{6}{10} + \frac{6}{10} \right) \times \frac{6}{10} + \left(2 - \frac{2}{10} \right) \times \left(-\frac{18}{10} + \frac{2}{10} \right)$$

$$= \frac{18}{25} + -\frac{12}{25}$$

$$= -\frac{54}{25}$$

28. 실수 전체의 집합에서 이계도함수를 갖는 함수 $f(x)$ 와 두 상수 a, b 가 다음 조건을 만족시킬 때, $a \times e^b$ 의 값은?

[4점]

(가) 모든 실수 x 에 대하여

$$(f(x))^5 + (f(x))^3 + ax + b = \ln\left(x^2 + x + \frac{5}{2}\right)$$

이다.

(나) $f(-3)f(3) < 0, f'(2) > 0$

$$\frac{5x^4 + 3x^2}{x^6(5x^2 + 3)} \geq 0$$

- ① $-3e^{-\frac{4}{3}}$ ② $-\frac{5}{3}e^{-\frac{4}{3}}$ ③ $-\frac{1}{3}e^{-\frac{4}{3}}$
④ $e^{-\frac{4}{3}}$ ⑤ $\frac{7}{3}e^{-\frac{4}{3}}$

$$(f(x))^2 (f(x)^2 + 1) = \ln\left(x^2 + x + \frac{5}{2}\right) - ax - b$$

$$f(x) \left[5(f(x))^4 + 3(f(x))^2 \right] = \frac{2x+1}{x^2+x+\frac{5}{2}} - a$$

$$\frac{2x^2+2x+5 - (2x+1)^2}{(\sim)^2} = -\frac{2}{9} - a$$

$$f''(x) \left[5(f(x))^4 + 3(f(x))^2 \right] = \frac{-2x^2 - 2x + 4}{(\sim)^2} = \frac{-2(x-1)(x+2)}{(\sim)^2}$$

$$+ f(x) [20(f(x))^3 + 6f(x)]$$

$$(-3, 3) \quad f(c) = 0 \quad c \in \mathbb{R}$$

$$ac + b = \ln\left(c^2 + c + \frac{5}{2}\right)$$

$$a = \frac{2c+1}{c^2+c+\frac{5}{2}}$$

$$c = -2, \quad \cancel{c=1}$$

$$\frac{-3}{2} = a = -\frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{3} + b = \ln \frac{9}{2}$$

$$e^b = e^{-\frac{4}{3} \times \frac{9}{2}}$$

$$f'(2)(\sim) = \frac{10}{9} - a$$

$$c = -2 \dots a = -\frac{2}{3}$$

$$c = 1 \dots a = \frac{2}{3} = \frac{10}{15}, \quad f'(2) < 0$$

단답형

29. 두 정수 $\alpha, \beta (\alpha > \beta)$ 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \alpha \times \sin \frac{n}{2}\pi + \beta \times \cos \frac{n}{2}\pi$$

이고, $a_1 \times a_2 \times a_3 \times a_4 = 4$ 이다.

$$\begin{array}{cccc} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ \hline 2 & 1 & -1 & 0 \\ -1 & -2 & 0 & 1 \end{array}$$

수열 $\{a_n\}$ 과 $b_1 > 0$ 인 등비수열 $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_{4n-2} b_n) = \sum_{n=1}^{\infty} (a_{4n-3} b_{2n}) = 6$$

일 때, $b_1 \times b_3 = \frac{q}{p}$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$$-\beta \times (\frac{1}{1-r}) = \alpha \times (?) = 6$$

$$\begin{array}{cc} \frac{b_1}{1-r} & \frac{b_1 r}{1-r^2} \\ \downarrow & \downarrow \\ (1) & 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} (2) & 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{cc} (3) & 3 \end{array}$$

$$\frac{r}{1-r} = -2 \quad 3r = -2 \quad r = -\frac{2}{3}$$

(3)에
대입해야 하는데

(1)에 대입함

$$10 \times 10 \times \frac{4}{9} = \frac{400}{9} 100$$

$$\boxed{400} \quad \boxed{109}$$

30. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 함수

$$g(x) = \left| f\left(\frac{2}{1+e^{-x}}\right) \right|$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능하고 다음 조건을 만족시킨다.

$$(0, 2) \text{에서 } f(x) > 0 \text{ or } f(x) < 0$$

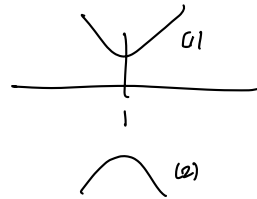
(가) 함수 $g(x)$ 는 $x=0$ 에서 극소이고, $g(0) > 0$ 이다.

(나) $g'(\ln 3) < 0$, $|g'(-\ln 3)| = \frac{3}{8} g(-\ln 3)$

1111

$g(0)$ 의 최솟값을 $\frac{q}{p}$ 라 할 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



$$(1) \quad g(x) = f\left(\frac{2}{1+e^{-x}}\right)$$

$$g'(x) = \frac{2e^{-x}}{(1+e^{-x})^2} f'\left(\frac{2}{1+e^{-x}}\right) \quad f\left(\frac{2}{2}\right) < 0$$

$$|g'(-\ln 3)| = \frac{3}{8} f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{8} f'\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) < 0 \quad (X)$$

$$(2) \quad g(x) = -f\left(\frac{2}{1+e^{-x}}\right)$$

$$g'(x) = \frac{-2e^{-x}}{(1+e^{-x})^2} f'\left(\frac{2}{1+e^{-x}}\right)$$

$$\left| -\frac{3}{8} f'\left(\frac{1}{2}\right) \right| = -\frac{3}{8} f'\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) > 0 \quad (f'\left(\frac{1}{2}\right) = -f'\left(\frac{1}{2}\right))$$

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) > 0$$

$$f(x) = 3(x-1)(x-1-\frac{2}{3}) \quad (x > 0)$$

$$f(x) = (x-1)^2(x-1-\frac{2}{3}) + b$$

$$b < 0$$

* 확인 사항 $3 - \frac{1}{2}(-\frac{2}{3}) = \frac{3}{2} + \frac{1}{3} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

$$f(x) \leq 0 \quad \dots \quad (-\frac{3}{2}x + b \leq 0)$$

$$-\frac{3}{2}x + \frac{3}{2} \leq 0 \quad x \geq \frac{1}{2}$$

$$b = \frac{3}{2}x + \frac{3}{2} \geq \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$$

$$= \frac{11}{4}$$

제 2 교시

수학 영역(기하)

5지선다형

23. 두 벡터 $\vec{a} = (2, 6)$, $\vec{b} = (k, -6)$ 에 대하여
 $\vec{a} + \vec{b}$ 의 모든 성분의 합이 4일 때, k 의 값은? [2점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. 포물선 $y^2 = 12x$ 위의 점 $(3, 6)$ 에서의 접선이 점 $(1, a)$ 를
지날 때, a 의 값은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

25. 좌표평면 위의 두 점 $A(4, 0)$, $B(2, -4)$ 에 대하여
점 A 를 지나고 법선벡터가 $\overrightarrow{AB}$ 인 직선의 y 절편은? [3점]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

26. 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 의 한 점근선의 방정식이 $y = \frac{1}{2}x$ 이다.

쌍곡선이 직선 $y=1$ 과 만나는 두 점을 각각 P , Q 라 하자.

쌍곡선 위의 점 P 에서의 접선과 쌍곡선 위의 점 Q 에서의 접선이
서로 수직일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, a , b 는 양수이다.) [3점]

① 15 ② $\frac{35}{2}$ ③ 20 ④ $\frac{45}{2}$ ⑤ 25

27. 삼각형 OAB에 대하여 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 라 하자.

$$|\vec{a} + \vec{b}| = 6, |\vec{2a} - \vec{b}| = 9, (\vec{a} + \vec{b}) \cdot (\vec{a} - \vec{b}) = 0$$

일 때, 삼각형 OAB의 넓이는? [3점]

- ① $4\sqrt{2}$ ② $5\sqrt{2}$ ③ $6\sqrt{2}$ ④ $7\sqrt{2}$ ⑤ $8\sqrt{2}$

28. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로 하는

타원 $C_1 : \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1$ 과 두 점 $G(0, d)$, $G'(0, -d)$ ($d > 1$)을

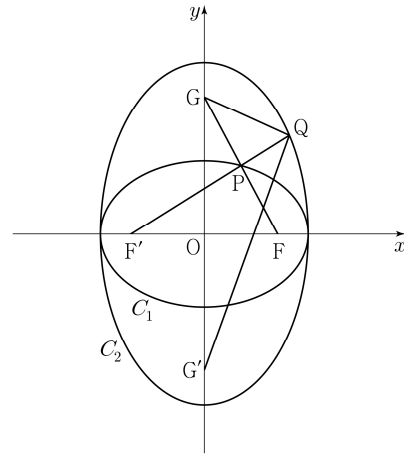
초점으로 하고 타원 C_1 의 두 꼭짓점을 지나는 타원 C_2 가 있다.

직선 FG가 타원 C_1 과 제1사분면에서 만나는 점을 P라 하고,

직선 F'P가 타원 C_2 와 제1사분면에서 만나는 점을 Q라 하자.

$\overline{GP} = \overline{PF}$ 이고 $\overline{GP} + \overline{PF'} = 2\sqrt{2}$ 일 때, $\overline{QG} + \overline{QG'}$ 의 값은?

(단, a 는 양수이다.) [4점]



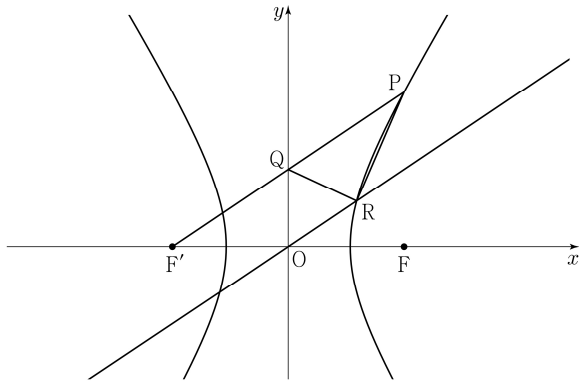
- ① $\sqrt{19}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $\sqrt{21}$ ④ $\sqrt{22}$ ⑤ $\sqrt{23}$

단답형

29. 그림과 같이 두 점 $F(c, 0)$, $F'(-c, 0)$ ($c > 0$)을 초점으로 하는 쌍곡선이 있다. 이 쌍곡선 위의 점 중 제1사분면에 있는 점 P 에 대하여 선분 $F'P$ 가 y 축과 만나는 점을 Q 라 하고, 원점 O 를 지나고 선분 $F'P$ 와 평행한 직선이 이 쌍곡선과 만나는 점 중 제1사분면에 있는 점을 R 이라 하자.

$F'Q = QP$, $OQ = 2$ 이고 삼각형 PQR 의 넓이가 3일 때, 이 쌍곡선의 주축의 길이는 $p + q\sqrt{13}$ 이다.

$p^2 + q^2$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]



30. 좌표평면에 $\overline{AB} = 6$, $\overline{AD} = 8$ 인 직사각형 $ABCD$ 와 $2\overrightarrow{BE} = 3\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}$ 를 만족시키는 점 E 가 있다. 선분 BC 위를 움직이는 점 P 에 대하여 점 Q 가

$$\overrightarrow{PQ} \cdot (\overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{AB}) = 0$$

을 만족시킬 때, $\overrightarrow{AE} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.