

ICON.

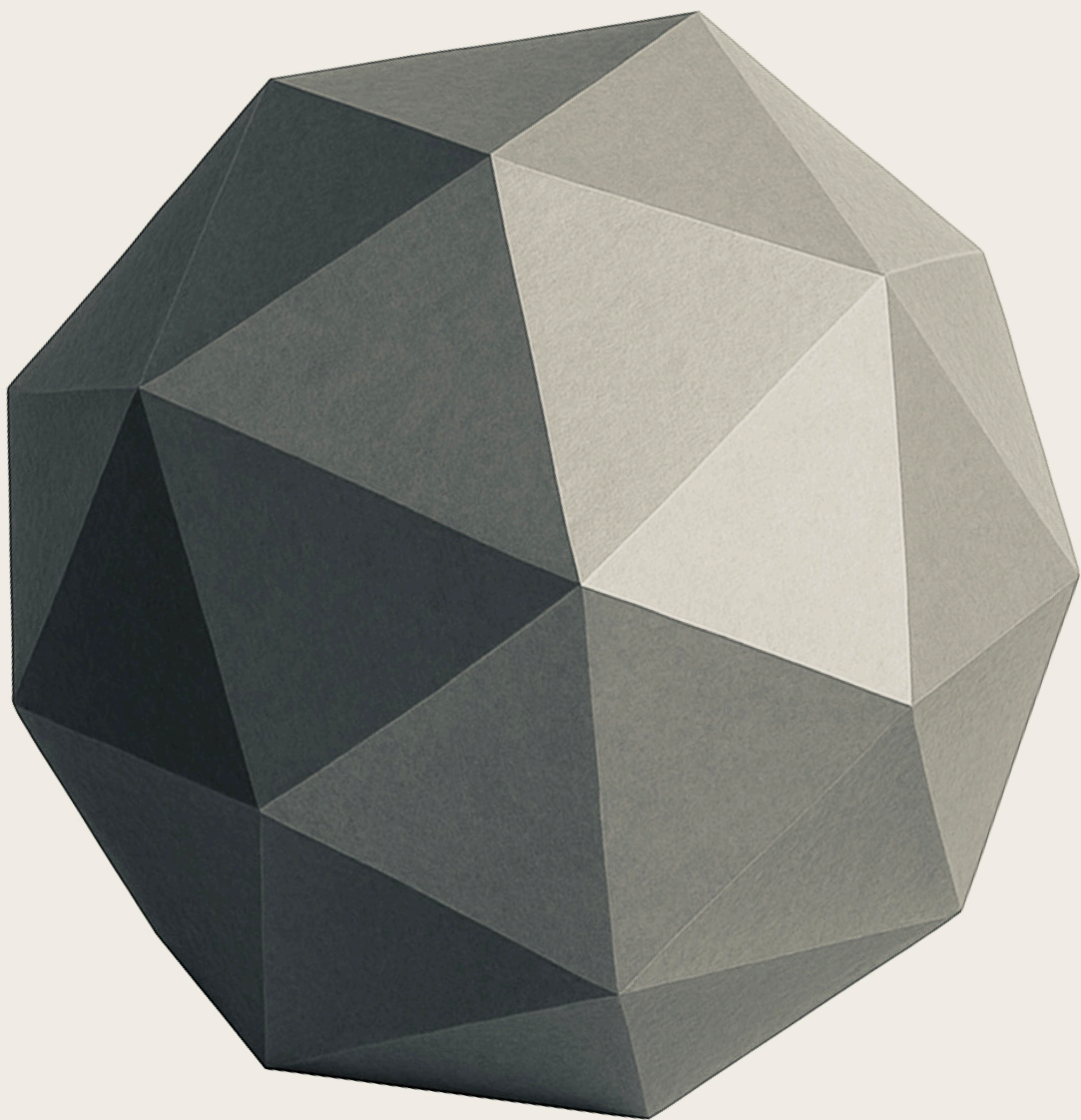
단계별 모의고사 문제로 실력 상승을 노리자!



수학 1

단계별 모의고사 문제로 실력 상승을 노리자!

ICON.



STEP 1

모의고사 6~10번 문제

1.

공비가 1보다 큰 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$\frac{S_4}{S_2} = 5, \quad a_5 = 48$$

일 때, $a_1 + a_4$ 의 값은? [3점]

- ① 39 ② 36 ③ 33 ④ 30 ⑤ 27

3.

두 양수 a, b 에 대하여 함수 $f(x) = a \cos bx$ 의 주기가 6π 이고
단원구간 $[\pi, 4\pi]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값이 1일 때,
 $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{11}{6}$ ③ 2 ④ $\frac{13}{6}$ ⑤ $\frac{7}{3}$

2.

좌표평면 위의 두 점 $(0, 0), (\log_2 9, k)$ 를 지나는 직선이
직선 $(\log_4 3)x + (\log_8 8)y - 2 = 0$ 에 수직일 때, 3^k 의 값은?
(단, k 는 상수이다.) [4점]

- ① 16 ② 32 ③ 64 ④ 128 ⑤ 256

4.

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.
모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = 1 - 4 \times S_n$$

이고 $a_4 = 4$ 일 때, $a_1 \times a_6$ 의 값은? [4점]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

5.

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_3 a_8}{a_6} = 12, \quad a_5 + a_7 = 36$$

일 때, a_{11} 의 값은? [3점]

- ① 72 ② 78 ③ 84 ④ 90 ⑤ 96

7.

$0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 부등식

$$\cos x \leq \sin \frac{\pi}{7}$$

를 만족시키는 모든 x 의 값의 범위는 $\alpha \leq x \leq \beta$ 이다.

$\beta - \alpha$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{8}{7}\pi$ ② $\frac{17}{14}\pi$ ③ $\frac{9}{7}\pi$ ④ $\frac{19}{14}\pi$ ⑤ $\frac{10}{7}\pi$

6.

두 실수 a, b 가

$$3a + 2b = \log_3 32, \quad ab = \log_9 2$$

를 만족시킬 때, $\frac{1}{3a} + \frac{1}{2b}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{5}{12}$ ② $\frac{5}{6}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{25}{12}$

8.

공비가 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.

$$4(S_4 - S_2) = S_6 - S_4, \quad a_3 = 12$$

일 때, S_3 의 값은? [3점]

- ① 18 ② 21 ③ 24 ④ 27 ⑤ 30

9.

좌표평면 위에 두 점 $A(4, \log_3 a)$, $B\left(\log_2 2\sqrt{2}, \log_3 \frac{3}{2}\right)$ 이

있다. 선분 AB를 3:1로 외분하는 점이 직선 $y=4x$ 위에 있을 때, 양수 a 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{8}$ ② $\frac{7}{16}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{9}{16}$ ⑤ $\frac{5}{8}$

11.

함수 $y = \log_{\frac{1}{2}}(x-a) + b$ 가 닫힌구간 $[2, 5]$ 에서

최댓값 3, 최솟값 1을 갖는다. $a+b$ 의 값은?

(단, a, b 는 상수이다.) [3점]

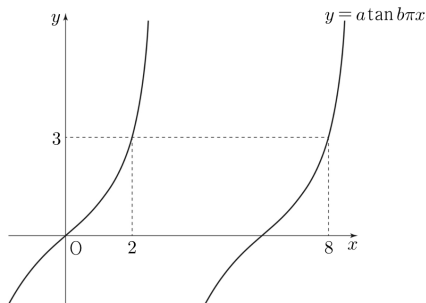
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

10.

그림과 같이 함수 $y = a \tan b\pi x$ 의 그래프가

두 점 $(2, 3)$, $(8, 3)$ 을 지날 때, $a^2 \times b$ 의 값은?

(단, a, b 는 양수이다.) [3점]



- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

12.

상수 $a(a > 1)$ 에 대하여 곡선 $y = a^x - 1$ 과

곡선 $y = \log_a(x+1)$ 이 원점 O를 포함한 서로 다른 두 점에서 만난다. 이 두 점 중 O가 아닌 점을 P라 하고, 점 P에서 x 축에 내린 수선의 발을 H라 하자. 삼각형 OHP의 넓이가 2일 때, a 의 값은? [4점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

13.

$\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{3}{5}$ 일 때,

$\sin \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4}{5}$ ② $-\frac{3}{5}$ ③ $\frac{3}{5}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

15.

다음 조건을 만족시키는 삼각형 ABC 의 외접원의 넓이가 9π 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이는? [4점]

(가) $3 \sin A = 2 \sin B$

(나) $\cos B = \cos C$

- ① $\frac{32}{9} \sqrt{2}$ ② $\frac{40}{9} \sqrt{2}$ ③ $\frac{16}{3} \sqrt{2}$
 ④ $\frac{56}{9} \sqrt{2}$ ⑤ $\frac{64}{9} \sqrt{2}$

14.

$a_1 a_2 < 0$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_6 = 16, \quad 2a_8 - 3a_7 = 32$$

일 때, $a_9 + a_{11}$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{5}{2}$ ② $-\frac{3}{2}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

16.

$\cos \theta < 0$ 이고 $\sin(-\theta) = \frac{1}{7} \cos \theta$ 일 때, $\sin \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{3\sqrt{2}}{10}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{10}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{2}}{10}$ ⑤ $\frac{3\sqrt{2}}{10}$

17.

상수 $a(a > 2)$ 에 대하여 함수 $y = \log_2(x-a)$ 의 그래프의 점근선이 두 곡선 $y = \log_2 \frac{x}{4}$, $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ 와 만나는 점을 각각 A, B라 하자. $\overline{AB} = 4$ 일 때, a 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

19.

수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자.
 $S_n = \frac{1}{n+1}$ 일 때, $a_1 + a_5$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{4}{15}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{7}{15}$

18.

첫째항이 양수이고 공차가 3인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_2 \times a_4 = 72$$

일 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

20.

$0 < a < 5$ 인 실수 a 에 대하여 함수 $f(x) = \log_2(x+a) + 1$ 은 닫힌구간 $[a, 5]$ 에서 최솟값 3을 갖는다. $f(a+4)$ 의 값은? [3점]

- ① 4 ② $2 + \log_2 5$ ③ $3 + \log_2 3$
 ④ $2 + \log_2 7$ ⑤ 5

21.

$\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ 인 θ 에 대하여 $\cos(\pi + \theta) = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ 일 때,

$\sin \theta + \cos \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ ② $-\frac{\sqrt{5}}{5}$ ③ 0
 ④ $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

23.

2 이상의 자연수 n 에 대하여 x 에 대한 방정식

$$(x^n - 8)(x^{2n} - 8) = 0$$

의 모든 실근의 곱이 -4 일 때, n 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

22.

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_3^2 = a_6, \quad a_2 - a_1 = 2$$

일 때, a_5 의 값은? [3점]

- ① 20 ② 24 ③ 28 ④ 32 ⑤ 36

24.

$0 \leq x < 2\pi$ 일 때, 곡선 $y = |4\sin 3x + 2|$ 와 직선 $y = 2$ 가 만나는 서로 다른 점의 개수는? [4점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

25.

$\cos(\pi + \theta) = \frac{1}{3}$ 이고 $\sin(\pi + \theta) > 0$ 일 때, $\tan \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-2\sqrt{2}$ ② $-\frac{\sqrt{2}}{4}$ ③ 1
④ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

27.

공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킬 때, a_{10} 의 값은? [4점]

(가) $|a_4| + |a_6| = 8$

(나) $\sum_{k=1}^9 a_k = 27$

- ① 21 ② 23 ③ 25 ④ 27 ⑤ 29

26.

두 점 $A(m, m+3)$, $B(m+3, m-3)$ 에 대하여 선분 AB를 2:1로 내분하는 점이 곡선 $y = \log_4(x+8) + m - 3$ 위에 있을 때, 상수 m 의 값은? [3점]

- ① 4 ② $\frac{9}{2}$ ③ 5 ④ $\frac{11}{2}$ ⑤ 6

28.

$\pi < \theta < \frac{3}{2}\pi$ 인 θ 에 대하여

$$\frac{1}{1 - \cos \theta} + \frac{1}{1 + \cos \theta} = 18$$

일 때, $\sin \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

29.

등차수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때,

$$S_7 - S_4 = 0, \quad S_6 = 30$$

이다. a_2 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

31.

모든 항이 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$\frac{a_3 + a_4}{a_1 + a_2} = 4, \quad a_2 a_4 = 1$$

일 때, $a_6 + a_7$ 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

30.

자연수 $n (n \geq 2)$ 에 대하여 $n^2 - 16n + 48$ 의 n 제곱근 중
실수인 것의 개수를 $f(n)$ 이라 할 때, $\sum_{n=2}^{10} f(n)$ 의 값은? [4점]

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

32.

좌표평면 위에 서로 다른 세 점

$A(0, -\log_2 9)$, $B(2a, \log_2 7)$, $C(-\log_2 9, a)$ 를 꼭짓점으로
하는 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 무게중심의 좌표가
 $(b, \log_8 7)$ 일 때, 2^{a+3b} 의 값은? [4점]

- ① 63 ② 72 ③ 81 ④ 90 ⑤ 99

33.

$\sin\left(\frac{3}{2}\pi + \theta\right) = \frac{1}{3}$ 일 때, $\sin\theta \tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{8}{3}$ ② $-\frac{4}{3}$ ③ 0 ④ $\frac{4}{3}$ ⑤ $\frac{8}{3}$

35.

수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_n = \begin{cases} 10 & (n \text{이 } 3 \text{의 배수가 아닌 경우}) \\ -19 & (n \text{이 } 3 \text{의 배수인 경우}) \end{cases}$$

일 때, $\sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=1}^{3n} a_k$ 를 만족시키는 자연수 n 의 값은? [4점]

- ① 25 ② 26 ③ 27 ④ 28 ⑤ 29

34.

두 실수 $a = (\log 3)^2 - (\log 2)^2$, $b = \log_6 10$ 에 대하여 10^{ab} 의 값은? [3점]

- ① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

STEP 2

모의고사 11,12,13번 문제

1.

공차가 음의 정수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여

$$a_6 = -2, \quad \sum_{k=1}^8 |a_k| = \sum_{k=1}^8 a_k + 42$$

일 때, $\sum_{k=1}^8 a_k$ 의 값은? [4점]

- ① 40 ② 44 ③ 48 ④ 52 ⑤ 56

2.

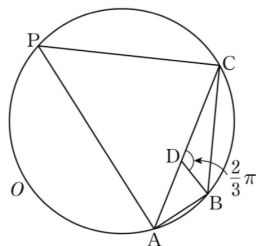
그림과 같이

$$2\overline{AB} = \overline{BC}, \quad \cos(\angle ABC) = -\frac{5}{8}$$

인 삼각형 ABC의 외접원을 O 라 하자. 원 O 위의 점 P 에 대하여 삼각형 PAC의 넓이가 최대가 되도록 하는 점 P 를 Q 라 할 때, $\overline{QA} = 6\sqrt{10}$ 이다. 선분 AC 위의 점 D 에 대하여

$\angle CDB = \frac{2}{3}\pi$ 일 때, 삼각형 CDB의 외접원의 반지름의 길이는?

[4점]



- ① $3\sqrt{3}$ ② $4\sqrt{3}$ ③ $3\sqrt{6}$ ④ $5\sqrt{3}$ ⑤ $4\sqrt{6}$

3.

공차가 정수인 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 과 자연수 $m(m \geq 3)$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \quad |a_1 - b_1| = 5$$

$$(나) \quad a_m = b_m, \quad a_{m+1} < b_{m+1}$$

$\sum_{k=1}^m a_k = 9$ 일 때, $\sum_{k=1}^m b_k$ 의 값은? [4점]

- ① -6 ② -5 ③ -4 ④ -3 ⑤ -2

4.

두 상수 $a, b(b > 0)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 를

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+3} + b & (x \leq a) \\ 2^{-x+5} + 3b & (x > a) \end{cases}$$

라 하자. 다음 조건을 만족시키는 실수 k 의 최댓값이 $4b + 8$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, $k > b$) [4점]

$b < t < k$ 인 모든 실수 t 에 대하여 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = t$ 의 교점의 개수는 1이다.

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

5.

첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 1 & (a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}a_n & (a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_2 + a_4 = 40$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① 172 ② 175 ③ 178 ④ 181 ⑤ 184

6.

모든 항이 자연수인 두 등차수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$a_5 - b_5 = a_6 - b_7 = 0$$

이다. $a_7 = 27$ 이고 $b_7 \leq 24$ 일 때, $b_1 - a_1$ 의 값은? [4점]

- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

7.

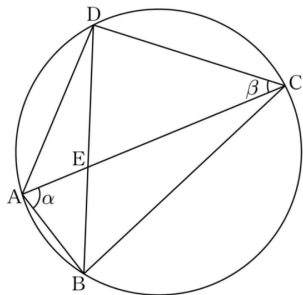
그림과 같이 한 원에 내접하는 사각형 ABCD에 대하여

$$\overline{AB}=4, \overline{BC}=2\sqrt{30}, \overline{CD}=8$$

이다. $\angle BAC=\alpha$, $\angle ACD=\beta$ 라 할 때, $\cos(\alpha+\beta)=-\frac{5}{12}$ 이다.

두 선분 AC와 BD의 교점을 E라 할 때, 선분 AE의 길이는?

(단, $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$, $0<\beta<\frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① $\sqrt{6}$ ② $\frac{\sqrt{26}}{2}$ ③ $\sqrt{7}$ ④ $\frac{\sqrt{30}}{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

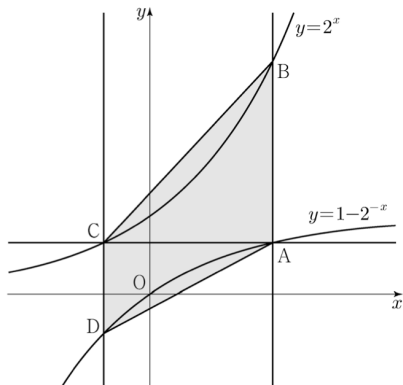
8.

$0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 방정식 $2\sin^2 x - 3\cos x = k$ 의 서로 다른 실근의 개수가 3이다. 이 세 실근 중 가장 큰 실근을 α 라 할 때, $k \times \alpha$ 의 값은? (단, k 는 상수이다.) [4점]

- ① $\frac{7}{2}\pi$ ② 4π ③ $\frac{9}{2}\pi$ ④ 5π ⑤ $\frac{11}{2}\pi$

9.

그림과 같이 곡선 $y=1-2^{-x}$ 위의 제1사분면에 있는 점 A를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 B라 하자. 점 A를 지나고 x 축에 평행한 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 C, 점 C를 지나고 y 축에 평행한 직선이 곡선 $y=1-2^{-x}$ 과 만나는 점을 D라 하자. $\overline{AB}=2\overline{CD}$ 일 때, 사각형 ABCD의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{5}{2}\log_2 3 - \frac{5}{4}$ ② $3\log_2 3 - \frac{3}{2}$ ③ $\frac{7}{2}\log_2 3 - \frac{7}{4}$
 ④ $4\log_2 3 - 2$ ⑤ $\frac{9}{2}\log_2 3 - \frac{9}{4}$

10.

$a_2 = -4$ 이고 공차가 0이 아닌 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 수열 $\{b_n\}$ 을 $b_n = a_n + a_{n+1}$ ($n \geq 1$)이라 하고, 두 집합 A, B를

$$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5\}, \quad B = \{b_1, b_2, b_3, b_4, b_5\}$$

라 하자. $n(A \cap B) = 3$ 이 되도록 하는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 a_{20} 의 값의 합은? [4점]

- ① 30 ② 34 ③ 38 ④ 42 ⑤ 46

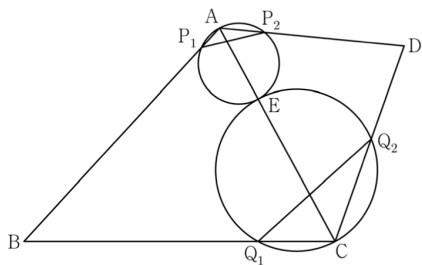
11.

그림과 같이

$$\overline{BC}=3, \overline{CD}=2, \cos(\angle BCD)=-\frac{1}{3}, \angle DAB > \frac{\pi}{2}$$

인 사각형 ABCD에서 두 삼각형 ABC와 ACD는 모두 예각삼각형이다. 선분 AC를 1:2로 내분하는 점 E에 대하여 선분 AE를 지름으로 하는 원이 두 선분 AB, AD와 만나는 점 중 A가 아닌 점을 각각 P_1, P_2 라 하고, 선분 CE를 지름으로 하는 원이 두 선분 BC, CD와 만나는 점 중 C가 아닌 점을 각각 Q_1, Q_2 라 하자.

$\overline{P_1P_2} : \overline{Q_1Q_2} = 3:5\sqrt{2}$ 이고 삼각형 ABD의 넓이가 2일 때, $\overline{AB} + \overline{AD}$ 의 값은? (단, $\overline{AB} > \overline{AD}$) [4점]



- ① $\sqrt{21}$ ② $\sqrt{22}$ ③ $\sqrt{23}$ ④ $2\sqrt{6}$ ⑤ 5

12.

수열 $\{a_n\}$ 은 등차수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 은 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \sum_{k=1}^n (-1)^{k+1} a_k$$

를 만족시킨다. $b_2 = -2$, $b_3 + b_7 = 0$ 일 때, 수열 $\{b_n\}$ 의 첫째항부터 제9항까지의 합은? [4점]

- ① -22 ② -20 ③ -18 ④ -16 ⑤ -14

13.

모든 항이 정수이고 공차가 5인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 자연수 m 이 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \sum_{k=1}^{2m+1} a_k < 0$$

$$(나) |a_m| + |a_{m+1}| + |a_{m+2}| < 13$$

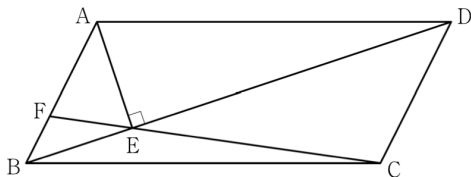
$24 < a_{21} < 29$ 일 때, m 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

14.

그림과 같이 평행사변형 ABCD가 있다. 점 A에서 선분 BD에 내린 수선의 발을 E라 하고, 직선 CE가 선분 AB와 만나는 점을 F라 하자.

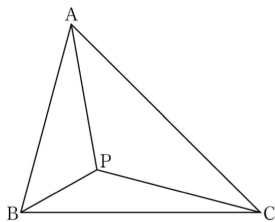
$\cos(\angle AFC) = \frac{\sqrt{10}}{10}$, $\overline{EC} = 10$ 이고 삼각형 CDE의 외접원의 반지름의 길이가 $5\sqrt{2}$ 일 때, 삼각형 AFE의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{20}{3}$ ② 7 ③ $\frac{22}{3}$ ④ $\frac{23}{3}$ ⑤ 8

15.

그림과 같이 $\angle BAC = 60^\circ$, $\overline{AB} = 2\sqrt{2}$, $\overline{BC} = 2\sqrt{3}$ 인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 내부의 점 P에 대하여 $\angle PBC = 30^\circ$, $\angle PCB = 15^\circ$ 일 때, 삼각형 APC의 넓이는? [4점]



- ① $\frac{3+\sqrt{3}}{4}$ ② $\frac{3+2\sqrt{3}}{4}$ ③ $\frac{3+\sqrt{3}}{2}$
 ④ $\frac{3+2\sqrt{3}}{2}$ ⑤ $2+\sqrt{3}$

16.

두 함수

$$f(x) = x^2 + ax + b, \quad g(x) = \sin x$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(2)$ 의 값은?
 (단, a, b 는 상수이고, $0 \leq a \leq 2$ 이다.) [4점]

(가) $\{g(a\pi)\}^2 = 1$

(나) $0 \leq x \leq 2\pi$ 일 때, 방정식 $f(g(x)) = 0$ 의

모든 해의 합은 $\frac{5}{2}\pi$ 이다.

- ① 3 ② $\frac{7}{2}$ ③ 4 ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ 5

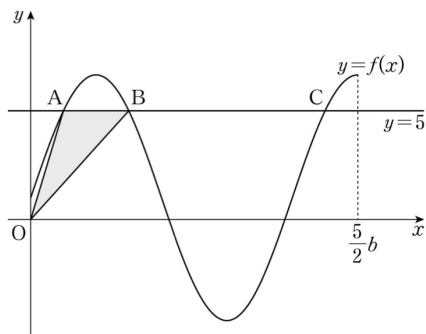
17.

그림과 같이 두 상수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = a \sin \frac{\pi x}{b} + 1 \left(0 \leq x \leq \frac{5}{2}b \right)$$

의 그래프와 직선 $y=5$ 가 만나는 점을 x 좌표가 작은 것부터 차례로 A, B, C라 하자.

$\overline{BC} = \overline{AB} + 6$ 이고 삼각형 AOB의 넓이가 $\frac{15}{2}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은? (단, $a > 4$, $b > 0$ 이고, O는 원점이다.) [4점]



- ① 68 ② 70 ③ 72 ④ 74 ⑤ 76

18.

그림과 같이 두 상수 $a(a > 1)$, k 에 대하여 두 함수

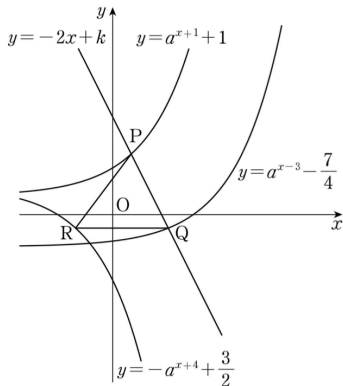
$$y = a^{x+1} + 1, \quad y = a^{x-3} - \frac{7}{4}$$

의 그래프와 직선 $y = -2x + k$ 가 만나는 점을 각각 P, Q라 하자.

점 Q를 지나고 x 축에 평행한 직선이 함수 $y = -a^{x+4} + \frac{3}{2}$ 의

그래프와 점 R에서 만나고 $\overline{PR} = \overline{QR} = 5$ 일 때, $a + k$ 의 값은?

[4점]



- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{27}{4}$ ③ 7 ④ $\frac{29}{4}$ ⑤ $\frac{15}{2}$

19.

공차가 d ($0 < d < 1$) 인 등차수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) a_5 는 자연수이다.

(나) 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $S_8 = \frac{68}{3}$ 이다.

a_{16} 의 값은? [4점]

- ① $\frac{19}{3}$ ② $\frac{77}{12}$ ③ $\frac{13}{2}$ ④ $\frac{79}{12}$ ⑤ $\frac{20}{3}$

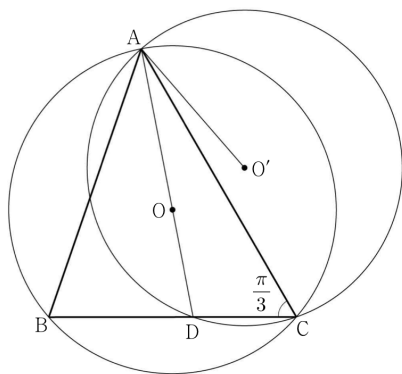
20.

그림과 같이

$$\overline{BC} = \frac{36\sqrt{7}}{7}, \quad \sin(\angle BAC) = \frac{2\sqrt{7}}{7}, \quad \angle ACB = \frac{\pi}{3}$$

인 삼각형 ABC 가 있다. 삼각형 ABC 의 외접원의 중심을 O , 직선 AO 가 변 BC 와 만나는 점을 D 라 하자. 삼각형 ADC 의 외접원의 중심을 O' 이라 할 때, $\overline{AO'} = 5\sqrt{3}$ 이다.

$\overline{OO'}^2$ 의 값은? (단, $0 < \angle BAC < \frac{\pi}{2}$) [4점]



- ① 21 ② $\frac{91}{4}$ ③ $\frac{49}{2}$ ④ $\frac{105}{4}$ ⑤ 28

21.

0이 아닌 실수 a 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} a \sin x & (x < 0) \\ 1 - \cos x & (x \geq 0) \end{cases}$$

이 있다. 닫힌구간 $[-\pi, \pi]$ 에서 함수 $f(x)$ 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 하자. $M - m = 4$ 를 만족시키는 모든 a 의 값의 곱은? [4점]

- ① -12 ② -10 ③ -8 ④ -6 ⑤ -4

STEP 3

모의고사 14,15번 문제

1.

수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n & (a_n > n) \\ 3n - 2 - a_n & (a_n \leq n) \end{cases}$$

을 만족시킬 때, $a_5 = 5$ 가 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 곱은?

[4점]

- ① 20 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

2.

첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{3} & (a_n \text{ 이 } 3 \text{ 의 배수인 경우}) \\ \frac{a_n^2 + 5}{3} & (a_n \text{ 이 } 3 \text{ 의 배수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_4 + a_5 = 5$ 가 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은?

[4점]

- ① 63 ② 66 ③ 69 ④ 72 ⑤ 75

3.

두 자연수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2^{x+a} + b & (x \leq -8) \\ -3^{x-3} + 8 & (x > -8) \end{cases}$$

이 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

집합 $\{f(x) \mid x \leq k\}$ 의 원소 중 정수인 것의 개수가 2가 되도록 하는 모든 실수 k 의 값의 범위는 $3 \leq k < 4$ 이다.

- ① 11 ② 13 ③ 15 ④ 17 ⑤ 19

4.

모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{n} & (n \text{이 } a_n \text{의 약수인 경우}) \\ 3a_n + 1 & (n \text{이 } a_n \text{의 약수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_6 = 2$ 가 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은?

[4점]

- ① 254 ② 264 ③ 274 ④ 284 ⑤ 294

5.

다음 조건을 만족시키는 모든 수열 $\{a_n\}$ 에 대하여
 a_1 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $\log_2 \frac{M}{m}$ 의 값은?

[4점]

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} 2^{n-2} & (a_n < 1) \\ \log_2 a_n & (a_n \geq 1) \end{cases}$$

이다.

(나) $a_5 + a_6 = 1$

- ① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

6.

다음 조건을 만족시키는 모든 자연수 k 의 값의 합은? [4점]

$\log_2 \sqrt{-n^2 + 10n + 75} - \log_4(75 - kn)$ 의 값이 양수가
 되도록 하는 자연수 n 의 개수가 12이다.

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

7.

자연수 k 에 대하여 다음 조건을 만족시키는 수열 $\{a_n\}$ 이 있다.

$a_1 = k$ 이고, 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n + 2n - k & (a_n \leq 0) \\ a_n - 2n - k & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_3 \times a_4 \times a_5 \times a_6 < 0$ 이 되도록 하는 모든 k 의 값의 합은? [4점]

- ① 10 ② 14 ③ 18 ④ 22 ⑤ 26

8.

자연수 n 에 대하여 곡선 $y = 2^x$ 위의 두 점 A_n, B_n 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 직선 $A_n B_n$ 의 기울기는 3이다.

(나) $\overline{A_n B_n} = n \times \sqrt{10}$

중심이 직선 $y = x$ 위에 있고 두 점 A_n, B_n 을 지나는 원이 곡선 $y = \log_2 x$ 와 만나는 두 점의 x 좌표 중 큰 값을 x_n 이라 하자. $x_1 + x_2 + x_3$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{150}{7}$ ② $\frac{155}{7}$ ③ $\frac{160}{7}$ ④ $\frac{165}{7}$ ⑤ $\frac{170}{7}$

9.

모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 < 300$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{3}a_n & (\log_3 a_n \text{이 자연수인 경우}) \\ a_n + 6 & (\log_3 a_n \text{이 자연수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

이다.

$\sum_{k=4}^7 a_k = 40$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은? [4점]

- ① 315 ② 321 ③ 327 ④ 333 ⑤ 339

10.

모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+2} = \begin{cases} a_{n+1} + a_n & (a_{n+1} + a_n \text{이 홀수인 경우}) \\ \frac{1}{2}(a_{n+1} + a_n) & (a_{n+1} + a_n \text{이 짝수인 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킨다. $a_1 = 1$ 일 때, $a_6 = 34$ 가 되도록 하는 모든 a_2 의 값의 합은? [4점]

- ① 60 ② 64 ③ 68 ④ 72 ⑤ 76

11.

모든 항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{2}a_n + 2n & (a_n \text{이 } 4 \text{의 배수인 경우}) \\ a_n + 2n & (a_n \text{이 } 4 \text{의 배수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

이다.

(나) $a_3 > a_5$

$50 < a_4 + a_5 < 60$ 이 되도록 하는 a_1 의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M+m$ 의 값은? [4점]

- ① 224 ② 228 ③ 232 ④ 236 ⑤ 240

12.

첫째항이 자연수인 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{1}{2}a_n & (\frac{1}{2}a_n \text{이 자연수인 경우}) \\ (a_n - 1)^2 & (\frac{1}{2}a_n \text{이 자연수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

를 만족시킬 때, $a_7 = 1$ 이 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합은?
[4점]

- ① 120 ② 125 ③ 130 ④ 135 ⑤ 140

13.

세 실수 $a, p, q (p < q)$ 에 대하여 함수 $f(x)$ 가

$$f(x) = \begin{cases} |2^x - 4| & (x \leq p \text{ 또는 } x \geq q) \\ a + \log_2 x & (p < x < q) \end{cases}$$

이다. 함수 $f(x)$ 가 실수 전체의 집합에서 실수 전체의 집합으로의 일대일대응일 때, $f\left(\frac{p+q}{2}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{3}{2}$ ② 2 ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ $\frac{7}{2}$