제 2 교시

2026학년도 대학수학능력시험 3차 모의평가 문제지

수학 영역

홀수형

성명	

수험 번호					—				

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

희망이라고 내게 다시 말해주는

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

오르비 김0한

8. 두 실수 $a=(\log_2 3+\log_3 5)^2$, $b=(\log_2 3)^2+(\log_3 5)^2$에 대하여 2^{a-b}의 값은? [3점]

① 16 ② 19 ③ 22 ④ 25 ⑤ 28

9. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t\geq 0)$에서의 위치 x가 상수 a에 대하여

$$x=t^3+at^2-4t$$

이다. 시각 $t=4$에서의 점 P의 속도와 가속도가 같을 때, 시각 $t=4$에서의 점 P의 위치는? [4점]

① $-\frac{16}{3}$ ② $-\frac{20}{3}$ ③ -8 ④ $-\frac{28}{3}$ ⑤ $-\frac{32}{3}$

10. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$과 양의 상수 b가 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{n}(a_k)^2=3n^3-\frac{3}{2}n^2-bn$$

을 만족시킨다. a_{8b}의 값은? [4점]

① 10 ② 16 ③ 22 ④ 28 ⑤ 34

$(a_n)^2 = 3(\cancel{n^3}-\cancel{n^3}+3n^2-3n+1)-3n-b+\frac{3}{2}$

$= 9n^2-12n+\frac{9}{2}-b = (3n-2)^2$

$(일차)^2 =$ 이차 → 완전제곱식 → $D=0$

$\frac{D}{4} = \cancel{36}^{4} - \cancel{9}\left(\frac{9}{2}-b\right)=0$

$-\frac{1}{2}+b=0$

$b=\frac{1}{2}$

$a_n = 3n-2$

$a_4 = 10$

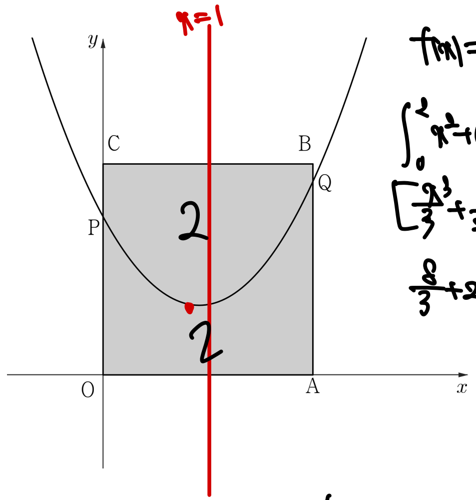
11. 최고차항의 계수가 -1이고 원점을 지나는 삼차함수 $f(x)$에서 x의 값이 0에서 2까지 변할 때의 평균변화율과 $f'(a)$의 값이 $\frac{1}{2}$로 같게 되도록 하는 모든 실수 a의 곱이 1일 때, $f(4)$의 값은? [4점]

① -14 ② -16 ③ -18 ④ -20 ⑤ -22

12. 그림과 같이 좌표평면 위의 네 점 O(0,0), A(2,0), B(2,2), C(0,2)에 대하여 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 선분 OC, AB와 만나는 점을 각각 P, Q라 하자. 곡선 $y=f(x)$가 사각형 OABC의 넓이를 이등분하고, $\overline{OP} \le \overline{AQ}$일 때, $f'(3)$의 최댓값과 최솟값의 합은? (단, 곡선 $y=f(x)$와 선분 OA는 만나지 않는다.) [4점]

축≤1

① $\frac{19}{3}$ ② 7 ③ $\frac{23}{3}$ ④ $\frac{25}{3}$ ⑤ 9



$f(x)=x^2+ax+b$

$\int_0^2 x^2+ax+b\,dx=2$

$\left[\frac{x^3}{3}+\frac{1}{2}ax^2+bx\right]_0^2=2$

$\frac{8}{3}+2a+2b=2$

① $a+b=-\frac{1}{3}$

$f'(x)=2x+a$

$f'(3)=6+a$

축≤1 $-\frac{a}{2}\le 1$

② $a\ge -2$

$f(2)\le 2$ $4+2a+b\le 2$.

③ $2a+b\le -2$.

$a+(a+b)\le -2 \rightarrow a\le -\frac{5}{3}$

$-\frac{1}{3}$

$M=6-\frac{5}{3}$

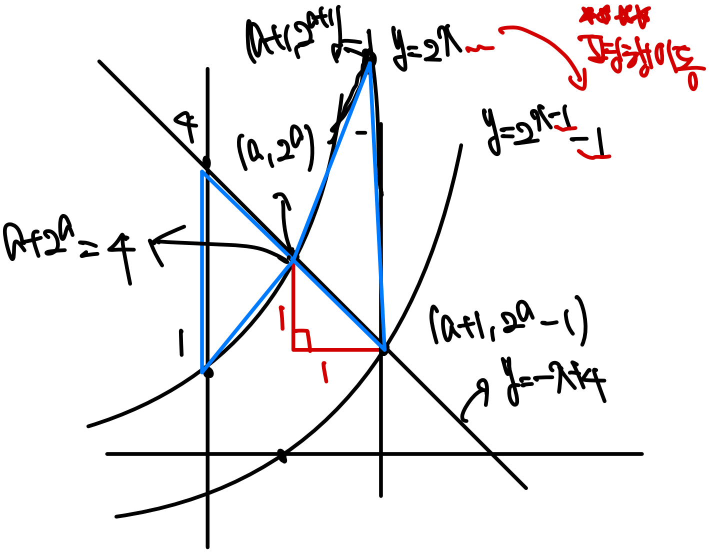
$m=4$

$m+M=10-\frac{5}{3}$

$=\frac{25}{3}$

13. A$(0,1)$, B$(0,4)$에 대하여 직선 $y=-x+4$가 두 곡선 $y=2^x$, $y=2^{x-1}-1$과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 점 D를 지나고 x축과 수직인 직선이 곡선 $y=2^x$과 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 ABC의 넓이를 S_1, 삼각형 CDE의 넓이를 S_2라 할 때, S_1+3S_2의 값은? [4점]

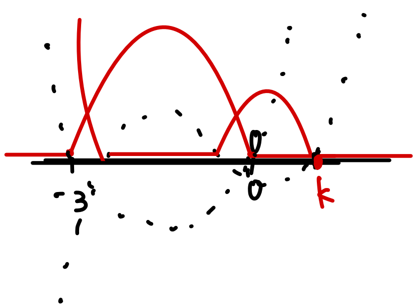
① 7 ② $\frac{15}{2}$ ③ 8 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ 9



$S_1=\frac{3}{2}a$ $S_2=\frac{1}{2}(2^a+1)$

$S_1+3S_2=\frac{3}{2}(\cancel{a+2^a}+1)$ (4)

$=\frac{15}{2}$



14. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=-1$인 삼차함수 $f(x)$와 상수 k에 대하여 함수

$$g(x)=\int_{k-1}^{x}\{|t(t+3)|-t(t+3)\}dt+\int_{2-k}^{x}\{|f(t)|-f(t)\}dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

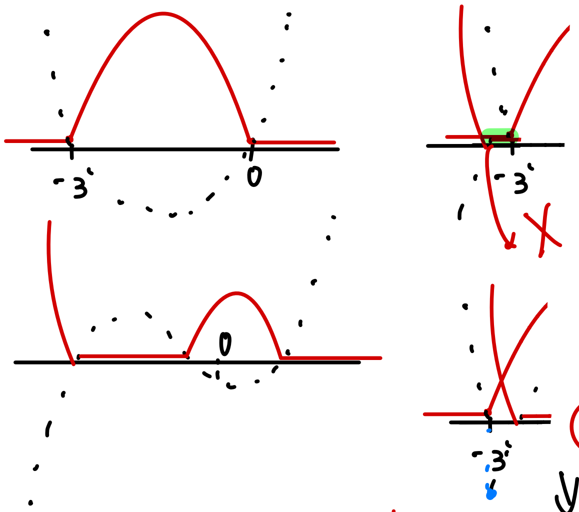
함수 $g(x)$는 구간 $(-\infty, k)$에서 증가하고, 구간 $[k, \infty)$에서 $g(x)=0$이다.

$g(k)=0$
$f(k)=0$

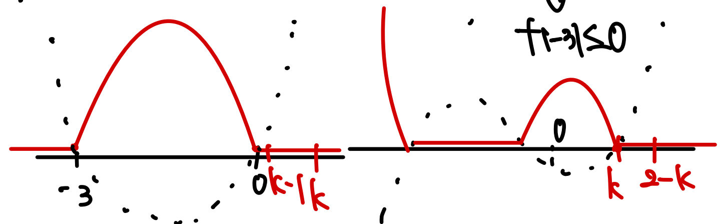
$f(k+2)$의 최댓값은? [4점]

① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48

$g'(x)=|x(x+3)|-x(x+3)+|f(x)|-f(x)$



$f(-3)\le 0$



$\int_{k-1}^{k}=0$ $k\ge 1$ $\int_{2-k}^{k}=0$ $k\le 2-k$ $2k\le 2$ $k\le 1$

$k=1$

$f(x)=(x-1)(x^2+ax+1)$

$f(-3)=-4(9-3a+1)\le 0$

$10-3a\ge 0$ $a\le\frac{10}{3}$

$f(3)=2\cdot(9+3a+1)$

$=2(10+3a)$

$=40$ 최대

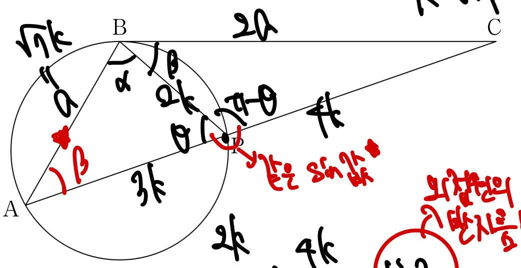
15. 그림과 같이 삼각형 ABC에 대하여 선분 AC 위의 점 P를 삼각형 ABP의 외접원이 직선 BC와 접하도록 잡고, $\angle ABP = \alpha$, $\angle CBP = \beta$라 할 때,

$$\frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{2}{3}, \qquad \overline{AP} : \overline{CP} = 3 : 4$$

sin 비 → 길이 비

이 성립한다. 삼각형 ABP의 외접원의 넓이가 14π일 때, 삼각형 ABC의 넓이는? [4점]

$R=\sqrt{14}$

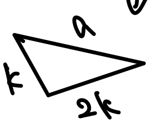


$\frac{2k}{\sin\beta} : \frac{4k}{\sin\beta} = 1:2$ 외접원의 반지름비

① $\frac{35}{3}\sqrt{3}$ ② $14\sqrt{3}$ ③ $\frac{49}{3}\sqrt{3}$

④ $\frac{56}{3}\sqrt{3}$ ⑤ $21\sqrt{3}$

↓ 2배 축소



$a^2 = 4k^2 + 9k^2 - 12k^2\cos\theta$ ($13k^2$)

$a^2 = k^2 + 4k^2 + 4k^2\cos\theta$ ($5k^2$)

$8k^2 = 16k^2\cos\theta$ $\quad \cos\theta = \frac{1}{2}$

$a^2 = 5k^2 + 2k^2 = 7k^2$

$a = \sqrt{7}k.$

$\frac{\sqrt{7}k}{\sin\theta} = \frac{\sqrt{7}k}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2\sqrt{14}$

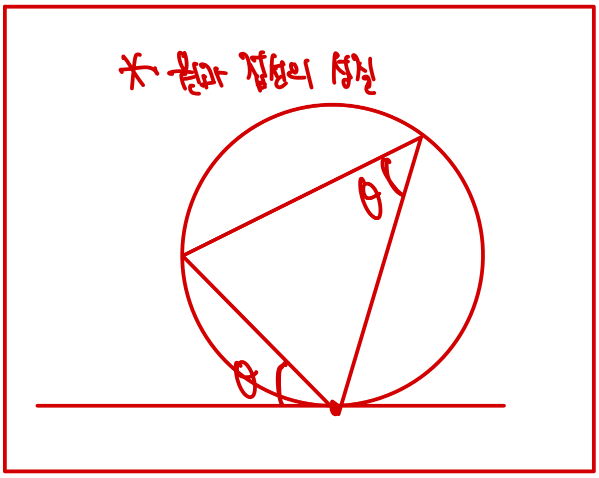
$\sqrt{7}k = \sqrt{3}\cdot\sqrt{14}$ ($\sqrt{2}$) $\quad k=\sqrt{6}$

$\triangle ABC = \frac{1}{2}\cdot 2k\cdot 3k\cdot\sin\theta + \frac{1}{2}\cdot 2k\cdot 4k\cdot\sin\theta$

$= 7k^2\sin\theta$

$= 42\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = 21\sqrt{3}$

단답형



18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10}(a_n+n)=80,\quad \sum_{n=1}^{10}(a_n+b_n+1)=70$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10} b_n$의 값을 구하시오. [3점]

19. $x>0$에서 부등식 $2x^3-7x^2+4x+k\geq 0$을 만족시키는 실수 k의 최솟값을 구하시오. [3점]

20. 함수 $f(x)=\sin\frac{\pi}{9}x$라 할 때, $0<x<9$, $9<x<18$에서 부등식

$$\frac{f(x)}{f\left(\frac{9}{2}-x\right)}>\frac{f\left(\frac{9}{2}-2x\right)}{f(2x)}$$

을 만족시키는 모든 자연수 x의 값의 합을 구하시오. [4점]

$$\frac{\sin\frac{\pi}{9}x}{\cancel{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\pi}{9}x\right)}} > \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{9}x\right)}{\cancel{\sin\frac{2\pi}{9}x}}$$

$\cos\frac{\pi}{9}x$ $\quad$ $\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{9}x\right)$

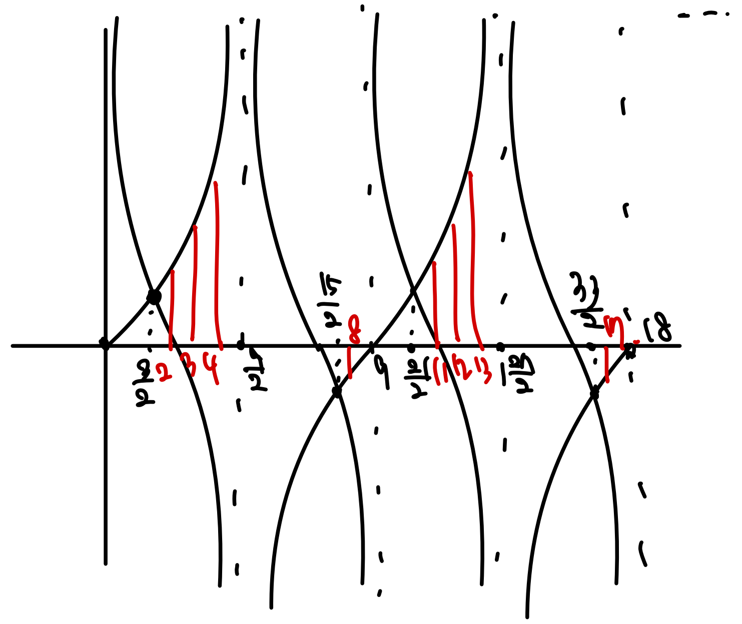
$\frac{\pi}{9}x=\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{9}x$

$\frac{\pi}{3}x=\frac{\pi}{2}$, $x=\frac{3}{2}$

$\tan\frac{\pi}{9}x > \tan\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi}{9}x\right)$

주기: 9 점근선: $x=\frac{9}{2}$ …

주기: $\frac{9}{2}$ 점근선: $x=0$, $x=\frac{9}{4}$ …



$2+\cancel{3+4}+8+11+\cancel{12+13}+17$

$9 \quad 17$

$36+34=70$

21. 첫째항이 1인 수열 $\{a_n\}$과 2 이상의 자연수 k가 모든 자연수 n에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} \dfrac{a_n}{k} & (a_n\text{이 } k\text{의 배수인 경우}) \\ a_n + n^2 & (a_n\text{이 } k\text{의 배수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

이다. $a_n > a_{n+1}$을 만족시키는 자연수 n의 최솟값을 m이라 하자. $a_{m+1} > 1$을 만족시키는 7 이하의 자연수 m이 존재하도록 하는 2 이상의 모든 자연수 k의 값의 합을 구하시오. [4점]

처음으로 a_n이 k의 배수가 되는 상황

a_{m+1}이 2 이상의 자연수

a_1 a_2 a_3 a_4 a_5 a_6 a_7 a_8

1 2 6 15 31 56 92

$\frac{2}{k}$ $\frac{6}{k}$ $\frac{15}{k}$ $\frac{31}{k}$ $\frac{56}{k}$ $\frac{92}{k}$

$k\neq2$ $k\neq6$ $k\neq15$ $k\neq31$ $k\neq56$ $k\neq92$

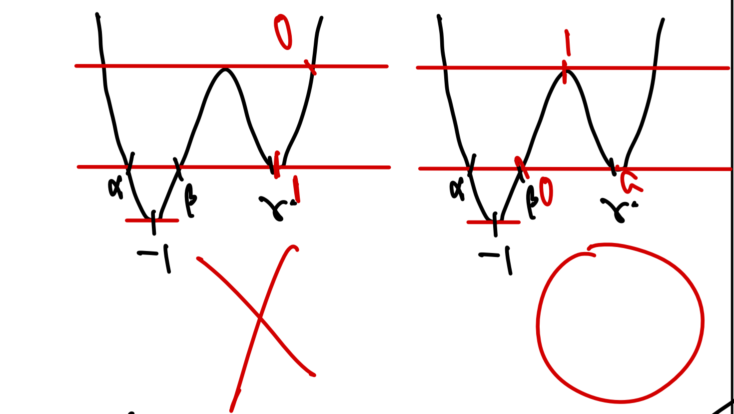
$k=\cancel{2},3$ $k=5$ $k=4,7,8,14,28$ $k=23,46$

$k=3,4,5,7,8,14,23,28,46$

19 45 74

64

138



$f'(x)=2(x+1)(x-1)(x-a)$. $f'(0)=2a$

$2(x^2-1)(x-a)=2(x^3-ax^2-x+a)$

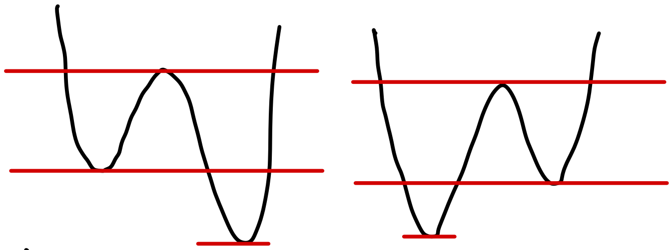
$=2x^3-2ax^2-2x+2a$

$f(x)=\frac{1}{2}x^4-\frac{2}{3}ax^3-x^2+2ax$

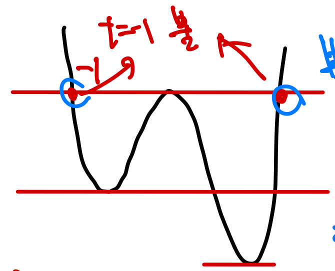
$f(a)=0$ $\frac{1}{2}a^4-\frac{2}{3}a^4-a^2+2a^2$ $=0$ $-\frac{1}{6}a^4+a^2=0$. $a^2=6$

22. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$이고 서로 다른 세 극값을 갖는 사차함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 방정식 $f(x)=f(t)$의 서로 다른 모든 실근의 곱을 $g(t)$라 하자. 함수 $g(t)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $\{f'(0)\}^2$의 값을 구하시오. [4점]

함수 $g(t)$는 $t=-1$에서만 불연속이다.



i)

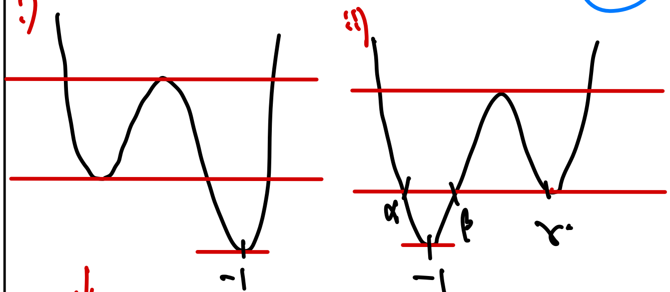


불연속점 최소 2개

X

최솟값을 갖는 지점이 $t=-1$

ii) iii)



-1 이후 극점 X

$\alpha\beta \to \alpha\beta\gamma \to \alpha\beta\gamma^2$ 연속

$\boxed{\alpha\beta=0 \text{ or } \gamma=1}$

γ: 극점

if) $\gamma=0$ $\alpha\beta \to 0 \to 0 \to$ 극점 $\to$ 1,2 상황 $\to$ 극점 $\to$ 0,2 상황

불연속.

$\{f'(0)\}^2=4a^2=24$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

27. 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$에 대하여 함수 $f(x^3+x)$의 역함수를 $g(x)$라 하자. $f(2)=3$, $f'(2)=2$일 때, $g'(3)$의 값은? [3점]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{7}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{2}{13}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

$g(f(x^3+x))=x$

$x=1$ $g(3)=1$

$f'(x^3+x)\cdot(3x^2+1)\cdot g'(f(x^3+x))=1$

$\cancel{f'(2)}\cdot 4g'(3)=1$ (2)

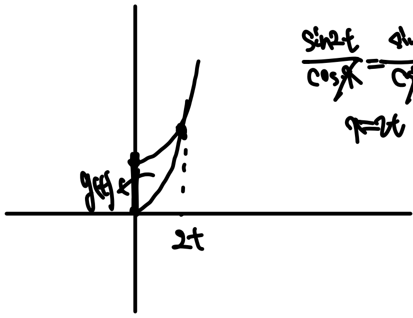
$g'(3)=\frac{1}{8}$

28. $0<t<\frac{\pi}{4}$인 실수 t에 대하여 구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$에서 정의된 두 함수

$$y=\sin 2t\sec x,\quad y=\tan x$$

의 그래프와 y축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(t)$라 하자. $2g\left(\frac{\pi}{12}\right)+\sqrt{3}g'\left(\frac{\pi}{12}\right)$의 값은? [4점]

① $\ln\frac{9}{2}$ ② $\ln\frac{21}{4}$ ③ $\ln 6$ ④ $\ln\frac{27}{4}$ ⑤ $\ln\frac{15}{2}$



$\frac{\sin 2t}{\cos x}=\frac{\sin x}{\cos x}$

$x=2t$

$g(t)=\int_0^{2t}\sin 2t\sec x-\tan x\,dx$

$g(t)=\sin 2t\int_0^{2t}\sec x\,dx-\int_0^{2t}\tan x\,dx$

$g\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sec x\,dx-\int_0^{\frac{\pi}{6}}\tan x\,dx$

$g'(t)=2\cos 2t\int_0^{2t}\sec x\,dx+\cancel{\sin 2t\times 2\sec 2t}-\cancel{2\tan 2t}$

$g'\left(\frac{\pi}{12}\right)=\cancel{2}\cdot\frac{\sqrt{3}}{\cancel{2}}\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sec x\,dx$

$2g\left(\frac{\pi}{12}\right)=\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sec x\,dx-2\int_0^{\frac{\pi}{6}}\tan x\,dx$

$+\sqrt{3}g'\left(\frac{\pi}{12}\right)=3\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sec x\,dx$

$=4\int_0^{\frac{\pi}{6}}\sec x\,dx-2\int_0^{\frac{\pi}{6}}\tan x\,dx=2\ln 3-2\ln 2+\ln 3=\ln\frac{27}{4}$

$\frac{1\times\cos x}{\cos^2 x}=\frac{\cos x}{1-\sin^2 x}$

$\sin x=t$ $\cos x\,dx=dt$

$\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{1}{1-t^2}dt$

$\int_0^{\frac{1}{2}}\frac{1}{2}\left(\frac{1}{1-t}+\frac{1}{1+t}\right)dt=\left[\frac{1}{2}(-\ln|1-t|+\ln|1+t|)\right]_0^{\frac{1}{2}}$

$=\frac{1}{2}\ln 3$

$\frac{\sin x}{\cos x}$

$\left[-\ln\cos x\right]_0^{\frac{\pi}{6}}=\ln\frac{2}{\sqrt{3}}$

$\ln 2-\frac{1}{2}\ln 3$

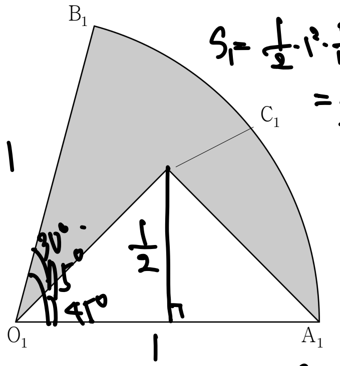
단답형

29. 그림과 같이 중심이 O_1, 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{5\pi}{12}$인 부채꼴 $O_1A_1B_1$이 있다. 부채꼴 내부의 점 C_1을 $\overline{O_1C_1}=\overline{A_1C_1}$, $\angle O_1C_1A_1=\frac{\pi}{2}$가 되도록 잡는다. 삼각형 $O_1C_1A_1$을 그린 후,  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1이라 하자.
그림 R_1에서 선분 O_1A_1 위의 점 중 점 O_1와 가까운 점 O_2, 점 A_1와 가까운 점 A_2, 선분 O_1C_1 위의 점 B_2를 $\overline{O_2A_2}=\overline{O_2B_2}$이고, 중심이 O_2, 반지름의 길이가 $\overline{O_2A_2}$, 중심각의 크기가 $\frac{5\pi}{12}$인 부채꼴 $O_2A_2B_2$의 호 A_2B_2와 선분 A_1C_1이 접하도록 잡고, 부채꼴 $O_2A_2B_2$를 그린다. 그림 R_1을 얻은 것과 같은 방법으로 점 C_2를 잡고, 삼각형 $O_2C_2A_2$를 그린 후,  모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2라 하자.
이와 같은 과정을 계속하여 n번째 얻은 그림 R_n에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n이라 할 때, $\lim_{n\to\infty} S_n$의 값은 $\frac{q}{p}(5\pi-6)$이다. $p+q$의 값을 구하시오. (단, p와 q는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$S_1 = \frac{1}{2}\cdot 1^2\cdot\frac{5\pi}{12} - \frac{1}{2}\cdot 1\cdot\frac{1}{2}$

$= \frac{5\pi}{24} - \frac{1}{4}$

R_1



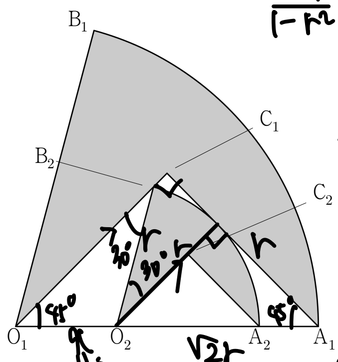
$\frac{S_1}{1-r^2} = \frac{\frac{5\pi}{24}-\frac{1}{4}}{1-\frac{2}{9}}$

$= \frac{\frac{5\pi-6}{24}}{\frac{7}{9}}$

$= \frac{3(5\pi-6)}{56}$

59

R_2



⋮ ⋮

$a = \frac{\sqrt2}{2}r$

$\frac{r}{\frac{\sqrt2}{2}} = \frac{a}{\frac{1}{2}}$

$\frac{3\sqrt2}{2}r = 1$

$r = \frac{\sqrt2}{3}$

30. 세 상수 a, $b\,(b>0)$, c에 대하여 실수 전체의 집합에서 연속인 함수

$$f(x)=\begin{cases}(x-a)e^x & (x\le 1)\\ \dfrac{b\ln x}{x}+c & (x>1)\end{cases}$$

가 있다. 함수 $f(x)$와 실수 t에 대하여 함수 $y=|f(x)-t|$가 극대가 되는 x의 개수를 $g(t)$, 극소가 되는 x의 개수를 $h(t)$라 하자. 함수 $f(x)$, $g(t)$, $h(t)$가 다음 조건을 만족시킬 때, $abc=p\times e^q$이다. $(pq)^2$의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x\to-\infty} xe^x=0$, $\lim_{x\to\infty}\frac{\ln x}{x}=0$이고, p와 q는 유리수이다.) [4점]

$(1-a)e = c$

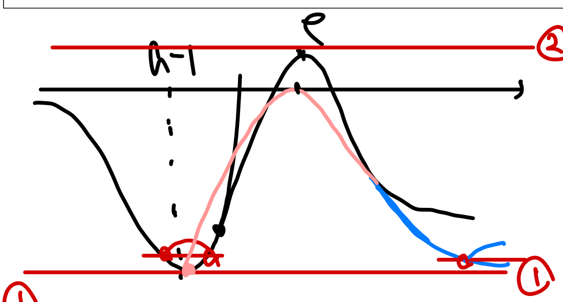
$a-1$

$f'(x) = \begin{cases}(x-a+1)e^x \\ \frac{b}{x^2}(1-\ln x)\end{cases}$

e

(가) $\lim_{x\to 1-}\frac{f(x)-f(1)}{x-1}\ge 0$ $f'(1-)\ge 0$

(나) 함수 $\boxed{g(t)}$와 $h(t)-g(t)$는 모두 $t=\alpha$, $t=\beta$에서 불연속이다. (단, α와 β는 상수이고, $\alpha<\beta$이다.)



① 극소 1→2
극대 0→1 | but h(t)-g(t)는 연속, g(t) 불연속

점근선이 g(t) 불연속인데 있다면
극소 1→3 | h(t)-g(t) 불연속.
극대 1→1

② 인때도 마찬가지고 점근선이 같은 위치에 있어야함.

$(-2\times 3)^2 = 36$

$abc = -2e^3$

$a-1=1$

$a=2$ $c=-e$

$f(e) = \frac{b}{e} - e = 0$

$b=e^2$

∗ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.