제 2 교시

2026학년도 대학수학능력시험 2차 모의평가 문제지

수학 영역

홀수형

성명		수험 번호					—				

○ 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.

○ 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하시오.

너는 피어나고 있는 꽃이다

○ 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하시오.

○ 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하시오.

○ 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.

○ 계산은 문제지의 여백을 활용하시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하시오.

○ 공통과목 ······ 1~8쪽

○ 선택과목

확률과 통계 ······ 9~12쪽

미적분 ······ 13~16쪽

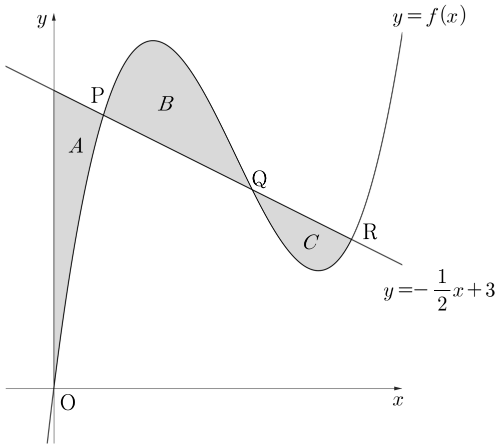
기하 ······ 17~20쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

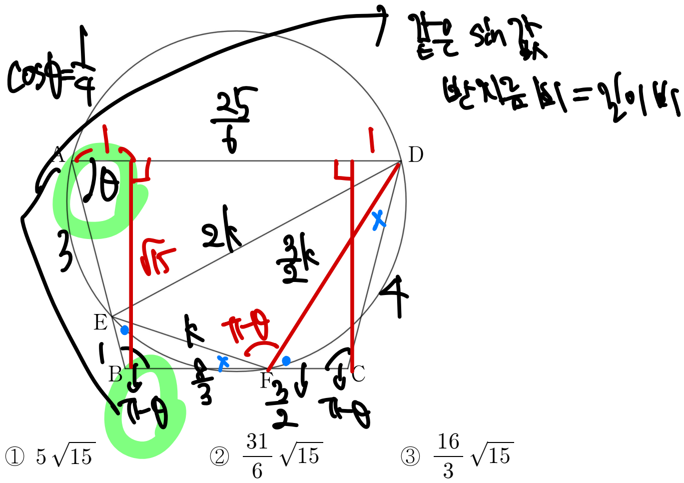
오르비 김0한

13. 원점을 지나고 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$에 대하여 직선 $y=-\frac{1}{2}x+3$이 곡선 $y=f(x)$와 세 점 P, Q, R$(3, f(3))$에서 만난다. 곡선 $y=f(x)$와 y축 및 직선 $y=-\frac{1}{2}x+3$으로 둘러싸인 부분의 넓이를 A, 곡선 $y=f(x)$와 선분 PQ로 둘러싸인 부분의 넓이를 B, 곡선 $y=f(x)$와 선분 QR로 둘러싸인 부분의 넓이를 C라 하자. A, $\frac{B}{2}$, C가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, $f(4)$의 값은?
(단, $0<$(점 P의 x좌표)$<$(점 Q의 x좌표)$<$(점 R의 x좌표)) [4점]

① 7 ② $\frac{15}{2}$ ③ 8 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ 9



14. 그림과 같이 $\overline{AB}=\overline{CD}=4$이고 $\cos A=\frac{1}{4}$인 등변사다리꼴 ABCD에서 선분 AB를 $3:1$로 내분하는 점을 E라 하고, 세 점 A, D, E를 지나는 원이 선분 BC와 만나는 점 중 C와 가까운 점을 F라 하자. 삼각형 ADE와 삼각형 BEF의 외접원의 반지름의 길이 비가 $1:2$일 때, 사각형 ABCD의 넓이는? [4점]



① $5\sqrt{15}$ ② $\frac{31}{6}\sqrt{15}$ ③ $\frac{16}{3}\sqrt{15}$
④ $\frac{11}{2}\sqrt{15}$ ⑤ $\frac{17}{3}\sqrt{15}$

$\overline{DF}=x$

$4k^2=k^2+x^2+\cancel{2}kx\cos(\pi-\theta)$

$3k^2=x^2+\frac{1}{2}kx.$

$6k^2-kx-2x^2=0$

$3k \quad -2x \qquad x=\frac{3}{2}k.$

$2k \quad +x.$

$\triangle BEF \backsim \triangle CFD$

$\overline{EF}:\overline{DF}=2:3$

$\overline{BE}:\overline{CF}=1:\overline{CF}=2:3 \quad \therefore \overline{CF}=\frac{3}{2}$

$\overline{BF}:\overline{CD}=\overline{BF}:4=2:3 \quad \overline{BF}=\frac{8}{3}$

$\square ABCD=\left(\cancel{7}+\frac{25}{6}\times\cancel{2}\right)\times\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\sqrt{15}$

$=\frac{31}{6}\sqrt{15}$

15. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$와 상수 $k(k>0)$에 대하여 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<0) \\ kx-f(x) & (x\geq 0) \end{cases}$$

$y=\frac{k}{2}x$의 중점

$f(0)=0$

$f'(0)=\frac{k}{2}$

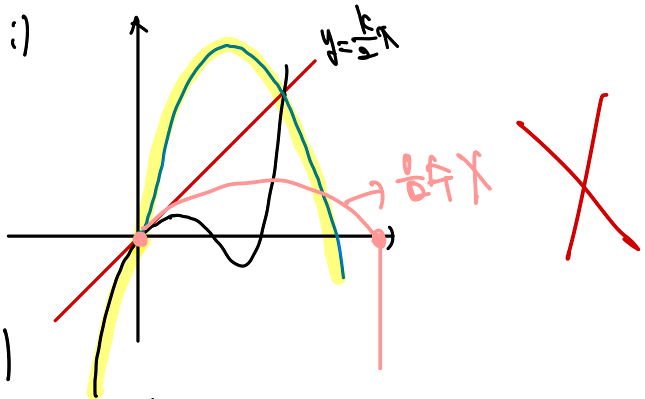
가 있다. 집합 $A=\left\{x \,\middle|\, \int_0^x g(t)\,dt=0\right\}$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a\in A$인 모든 실수 a에 대하여 $g(a)\leq 0$이다. (나) 집합 A의 모든 원소의 합은 -1이다.

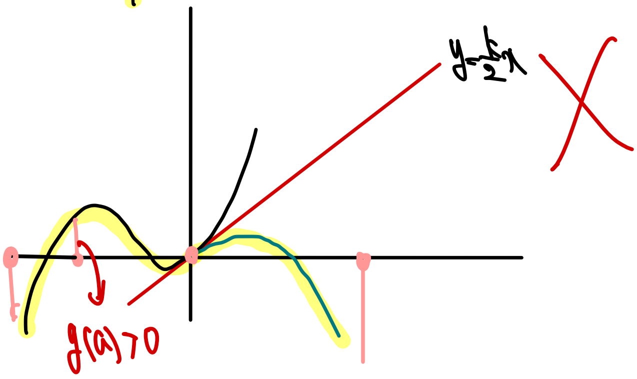
$g(-2)-g(2)$의 값은? [4점]

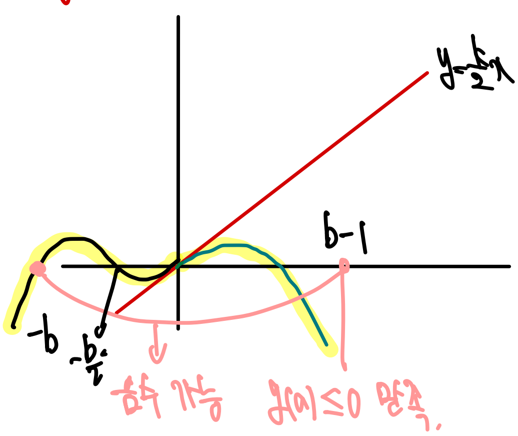
① $7+4\sqrt{2}$ ② $8+4\sqrt{2}$ ③ $9+4\sqrt{2}$
④ $10+4\sqrt{2}$ ⑤ $11+4\sqrt{2}$

i)



ii)





단답형

$f(x)=x(x+b)(x+\frac{b}{2})=x^3+\frac{3}{2}bx^2+\frac{b^2}{2}x.$

$f'(0)=\frac{b^2}{2}=\frac{k}{2}$ $k=b^2$

$\int_0^{b-1} \cancel{b^2x}-x^3-\frac{3}{2}bx^2-\cancel{\frac{b^2}{2}x}\,dx=0$ $+\frac{b^2}{2}x$

$\left[-\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{2}bx^3-\frac{b^2}{4}x^2\right]_0^{b-1}=0.$

$(b-1)^2+2b(b-1)-b^2=0$

$\cancel{b^2}-2b+1+2b^2-2b-\cancel{b^2}=0$

$2b^2-4b+1=0$ $b>1$ $b=\frac{2+\sqrt{2}}{2}$

$g(-2)=f(-2)$

$g(2)=2b^2-f(2)$

$f(-2)+f(2)-2b^2$

$=\cancel{-8}+6b\cancel{-b^2}\cancel{+8}+6b+\cancel{b^2}-2b^2$

$=12b-2b^2$

$=12\left(1+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)-2\left(\frac{3}{2}+\sqrt{2}\right)$

$=9+4\sqrt{2}.$

18. 수열 $\{a_n\}$에 대하여

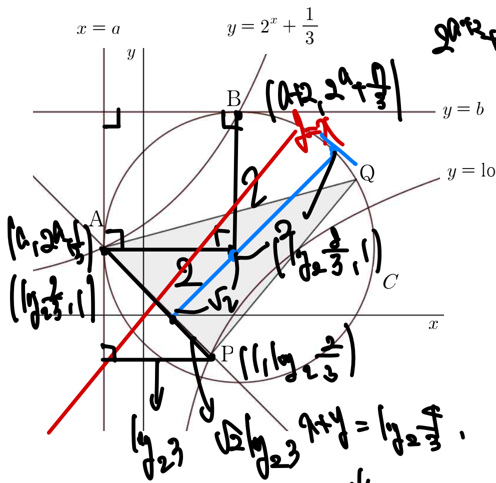
$$\sum_{n=1}^{10} a_n = 20, \quad \sum_{n=1}^{10} \frac{a_{n+1}}{2} = 60$$

일 때, $a_{11} - a_1$의 값을 구하시오. [3점]

19. 함수 $f(x) = x^3 + ax^2 + \left(2a + \frac{7}{3}\right)x + 1$이 실수 전체의 집합에서 실수 전체의 집합으로의 일대일대응이 되도록 하는 실수 a의 최댓값을 구하시오. [3점]

20. 그림과 같이 반지름의 길이가 2인 원 C가 직선 $x = a\,(a < 0)$와 접하는 점을 A라 하고, 직선 $y = b\,(b > 0)$와 접하는 점을 B라 하자. 곡선 $y = 2^x + \frac{1}{3}$이 두 점 A, B를 지난다. 점 A를 지나고 기울기가 -1인 직선이 곡선 $y = \log_2\left(x - \frac{1}{3}\right)$과 만나는 점을 P라 하자. 원 C 위의 점 Q에 대하여 삼각형 APQ의 넓이의 최댓값은 M이다. $\left(\frac{4^{\sqrt{2}}}{4}\right)^M$의 값을 구하시오. [4점]

(단, 원 C의 중심의 x좌표는 a보다 크고, y좌표는 b보다 작다.)



$2^{a+2} + \frac{1}{3} = 2^a + \frac{7}{3}$

$3 \times 2^a = 2$

$2^a = \frac{2}{3}$

$a = \log_2 \frac{2}{3}$

$\log_2 3$ $\quad \sqrt{2}\log_2 3$ $\quad x + y = \log_2 \frac{4}{3}$,

$\Downarrow$

$x + y - \log_2 \frac{4}{3} = 0$

$\frac{\left|\cancel{\log_2 \frac{2}{3}} + 1 - \cancel{\log_2 \frac{4}{3}}\right|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$.

$M = \frac{1}{2}\sqrt{2}\log_2 3 \times (2 + \sqrt{2})$

$= \frac{2\sqrt{2} + 2}{2}\log_2 3$

$= (\sqrt{2} + 1)\log_2 3$,

$(4^{\sqrt{2}-1})^{(\sqrt{2}+1)\log_2 3}$

$= 4^{\log_2 3} = 9$

21. 상수함수가 아닌 다항함수 $f(x)$가

$$\lim_{x\to 0}\frac{f\left(f\left(\frac{1}{x}\right)-\frac{1}{x^3}+\frac{1}{|x|}\right)}{\left|f\left(\frac{2}{x}+\frac{1}{|x|}\right)\right|}=\frac{f(0)}{4}$$

을 만족시킬 때, $f(3)$의 값을 구하시오. [4점]

$$\lim_{x\to 0+}\frac{f\left(f\left(\frac{1}{x}\right)-\frac{1}{x^3}+\frac{1}{x}\right)}{\left|f\left(\frac{3}{x}\right)\right|}=\lim_{x\to 0-}\frac{f\left(f\left(\frac{1}{x}\right)-\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x}\right)}{\left|f\left(\frac{1}{x}\right)\right|}=\frac{f(0)}{4}$$

$\frac{1}{x}=t$

$$\lim_{t\to\infty}\frac{f(f(t)-t^3+t)}{|f(3t)|}=\lim_{t\to-\infty}\frac{f(f(t)-t^3-t)}{|f(t)|}$$

$$\lim_{t\to\infty}\frac{f(f(t)-t^3+t)}{|f(3t)|}$$

f: 1차 → $\frac{(1차)\circ(3차)}{1차}$ X

f: 2차 → $\frac{(2차)\circ(3차)}{2차}$ X.

f: 3차 → $\frac{(3차)\circ(1차\ or\ 2차)}{3차}$ O

$\therefore f(x)=x^3+ax+b$

$(t^3)\circ((a+1)t)=(a+1)^3t^3$.

$$\lim_{t\to\infty}\frac{(t^3)\circ((a+1)t)}{|27t^3|}=\frac{(a+1)^3}{27}$$

$$\lim_{t\to-\infty}\frac{(t^3)\circ((a-1)t)}{|t^3|}=(a-1)^3t^3.$$

$$=\lim_{t\to-\infty}\frac{(a-1)^3t^3}{-t^3}=-(a-1)^3=\frac{f(0)}{4}$$

$\left|\frac{a+1}{3}\right|^3=(1-a)^3$. $a+1=3-3a$

$\frac{a+1}{3}=1-a$ $4a=2$ $a=\frac{1}{2}$ $\frac{f(0)}{4}=\frac{1}{8}$

$f(0)=\frac{1}{2}$

$\therefore f(x)=x^3+\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}$

$f(3)=27+\frac{3}{2}+\frac{1}{2}=29$

22. 첫째 항이 정수인 수열 $\{a_n\}$과 4 이하의 자연수 m이 다음 조건을 만족시킬 때, $m+a_1a_2$의 값을 구하시오. [4점]

> (가) 모든 자연수 n에 대하여
>
> $$a_{n+1}=\begin{cases}\frac{1}{4}a_n & (|a_n| \text{ 또는 } (n+m)\text{이 4의 배수인 경우})\\ 2a_n-1 & (\text{그 외의 경우})\end{cases}$$
>
> 이다.
>
> (나) $\{a_n \mid a_n\text{은 정수가 아니다.}\}=\{a_5,\ a_8\}$

$|a_n|$: 4의 배수이면 a_{n+1} : 정수.

$(n+m)$이 4의 배수이면 a_{n+1} : 정수가 아닌 값이 가능

그 외의 경우 a_n : 정수이면 a_{n+1} : 정수

4번에 한 번마다 정수였던 것을 아니게 바꿀 수 있음

but (나) : a_5, a_8 세 칸 차이

$\therefore$ a_4 정수일 수 X.

여기서 (나) 조건이 집합으로 표현되어 있음

→ 중복이 존재할 수 있음

→ 중복을 생각하며 세 칸 차이를 만들 생각

a_3 a_4 a_5 a_8

a_3	a_4	a_5	a_6	a_7	a_8
$4k+1$	$k+\frac{1}{4}$	$2k-\frac{1}{2}$	$4k-2$	$8k-5$	$2k-\frac{5}{2}$
$4k+3$	$k+\frac{3}{4}$	$2k+\frac{1}{2}$	$4k$	k	$\frac{1}{4}k$

~~$k=\frac{5}{4}$~~

a_5가 정수 나오는 경우 ~~$4k+4$~~

$k=-1$

$3+m=4$

$m=1$

a_1 a_2 a_3

-16 -4 -1

~~$-\frac{3}{2}$~~ ~~-3~~ $-$ 0

$a_1a_2=64$

$m+a_1a_2=65$

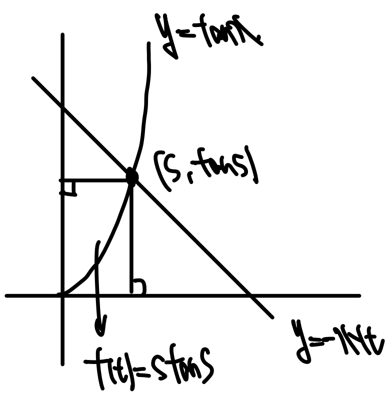
※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

27. 양의 실수 t에 대하여 직선 $y=-x+t$가 곡선 $y=\tan x\left(0<x<\frac{\pi}{2}\right)$와 만나는 점을 A라 하자. 점 A에서 x축, y축에 내린 수선의 발을 각각 B, C이라 하자. 사각형 OBAC의 넓이를 $f(t)$라 하자. $\overline{\mathrm{AC}}=\frac{\pi}{4}$일 때의 실수 t의 값을 a라 할 때, $a+f'(a)$의 값은? (단, O는 원점이다.) [3점]

① $\frac{\pi}{3}+\frac{7}{6}$　② $\frac{7\pi}{20}+\frac{6}{5}$　③ $\frac{3\pi}{8}+\frac{5}{4}$　④ $\frac{5\pi}{12}+\frac{4}{3}$　⑤ $\frac{\pi}{2}+\frac{3}{2}$



$\tan s=-s+t$

미분

$s=\frac{\pi}{4}$　$a=\frac{\pi}{4}+1$

$(1+\sec^2 s)\cdot\frac{ds}{dt}=1$

$\frac{ds}{dt}=\frac{1}{3}$

$f'(t)=(\tan s+s\cdot\sec^2 s)\cdot\frac{ds}{dt}$

$f'(a)=\left(1+\frac{\pi}{4}\cdot 2\right)\cdot\frac{1}{3}$

$=\frac{1}{3}+\frac{\pi}{6}$

$a+f'(a)=\boxed{\frac{5\pi}{12}+\frac{4}{3}}$

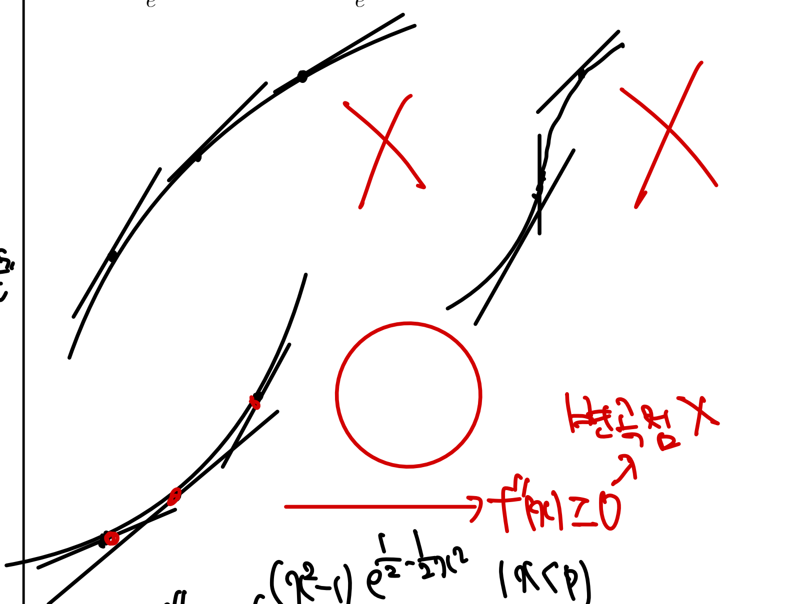
28. 네 상수 $a, b, p, q(p<q)$에 대하여 도함수가 실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $f(x)$의 도함수

$$f'(x)=\begin{cases}-xe^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x^2} & (x<p)\\ -4x^3+12x+a & (p\le x\le q)\\ -xe^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x^2}+b & (x>q)\end{cases}$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $f(3)-f(0)$의 값은? [4점]

> x에 대한 부등식 $f(x)<f'(t)(x-t)+f(t)$의 해가 존재하도록 하는 실수 t는 존재하지 않는다.

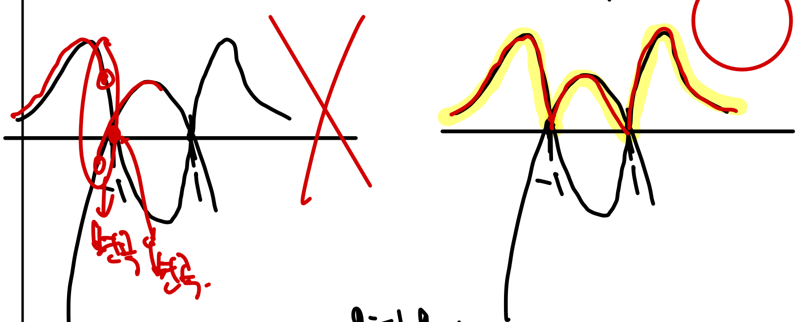
① $49+\frac{1}{e^4}$　② $52+\frac{1}{e^4}$　③ $55+\frac{1}{e^4}$　④ $58+\frac{1}{e^4}$　⑤ $61+\frac{1}{e^4}$



변곡점 X

$\rightarrow f''(x)\ge 0$

$$f''(x)=\begin{cases}(x^2-1)e^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x^2} & (x<p)\\ -12x^2+12 & (p<x<q)\\ (x^2-1)e^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x^2} & (x>q)\end{cases}\ \ge 0$$



$p=-1$ $q=1$

$$f'(x)=\begin{cases}-xe^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x^2} & (x<-1)\\ -4x^3+12x+a & (-1\le x\le 1)\\ -xe^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x^2}+b & (x>1)\end{cases}$$

$f'(-1)=1=4-12+a$　$a=9$

$f'(1)=-4+12+9=17=-1+b$　$b=18$

$$f(x)=\begin{cases}-x^4+6x^2+9x+C & (x\le 1)\\ e^{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}x^2}+18x+C-5 & (x>1)\end{cases}$$

$f(1)=\cancel{-1+6+9}+C=1+18+\boxed{C-5}$

14

$f(3)=e^{-4}+54+C-5$

$=49+\frac{1}{e^4}+C$

$f(0)=C$

$f(3)-f(0)=49+\frac{1}{e^4}$

단답형

29. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$가 모든 실수 x에 대하여

$$\{f'(x)-1\}\times\{f'(x)-\cos 2\pi x\}=0$$

을 만족시킨다. 함수

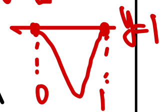
$$g(x)=\begin{cases} x+2 & (x\le -2) \\ 0 & (-2<x<2) \\ x-2 & (x\ge 2)\end{cases}$$

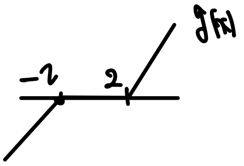
이다. 함수 $f(x)$, $g(x)$가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 모든 실수 x에 대하여 $g(x)\{f(x+2)-f(x)-1\}=0$이다.
(나) $f(-2)=0$, $f\left(-\frac{5}{4}\right)<0$

$\int_{-3}^{5} f(x)\,dx$의 값이 최대일 때, $\int_{-3}^{5} f(x)\{g(x-1)+1\}\,dx=a-\frac{b}{\pi^2}$이다. $60ab$의 값을 구하시오. (단, a와 b는 유리수이다.) [4점]

영분 가능 점
$\boxed{정수}$
$f'(x)=1$ or $\cos 2\pi x$





$g(x)=0$ or $f(x+2)=f(x)+1$

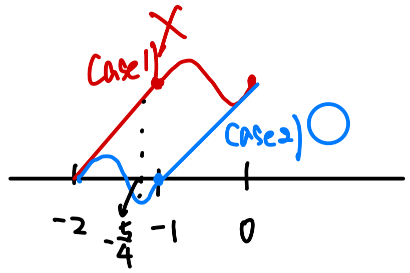
그래프를 최대한 멀리 보내야 함.

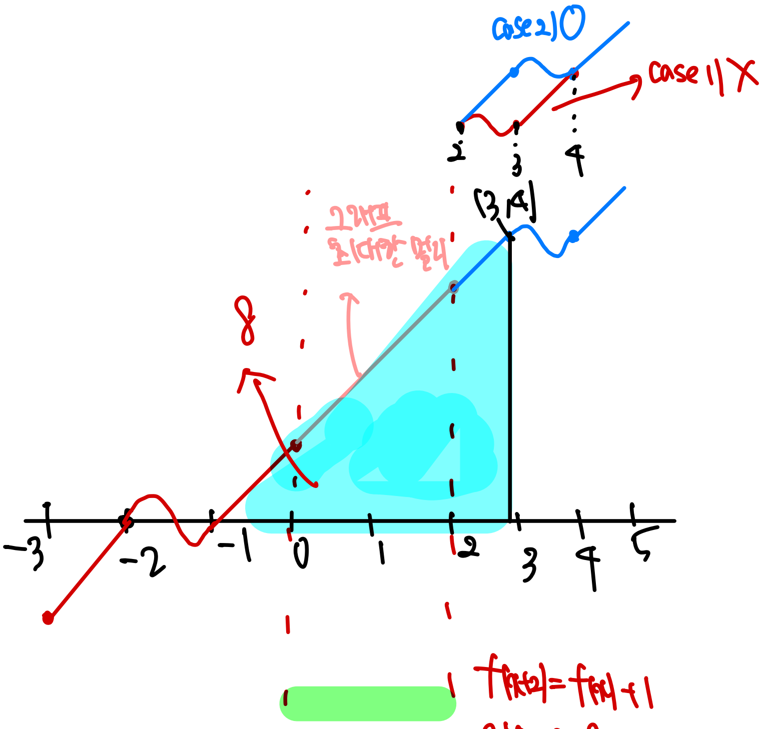
$x>2$ or $x<-2$ $f(x+2)=f(x)+1$

주기성 의미

$f(x)=\frac{1}{2\pi}\sin 2\pi x+C_1$ or $x+C_2$

각각 한번씩 사용





$f(x+2)=f(x)+1$ 적용X 구간

$$g(x-1)+1=\begin{cases} x+2 & (x\le -1) \\ 1 & (-1<x<3) \\ x-2 & (x\ge 3)\end{cases}$$

$$\int_{-3}^{-1}(x+2)f(x)\,dx+\int_{-1}^{3}f(x)\,dx+\int_{3}^{5}(x-2)f(x)\,dx$$

$$=\int_{-3}^{-2}(x+2)^2\,dx+\int_{-2}^{-1}(x+2)\cdot\frac{1}{2\pi}\sin 2\pi x\,dx+\int_{-1}^{3}f(x)\,dx$$

$$\int_{-1}^{0}x^2\,dx=\frac{1}{3}\qquad \int_{0}^{1}x\cdot\frac{1}{2\pi}\sin 2\pi x\,dx\qquad +\,8$$

$$+\int_{3}^{4}(x-2)\left\{\frac{1}{2\pi}\sin 2\pi x+4\right\}dx+\int_{4}^{5}x(x-2)\,dx$$

$$\int_{1}^{2}x\cdot\frac{1}{2\pi}\sin 2\pi x\,dx+\int_{1}^{2}4x\,dx+\left[\frac{1}{3}x^3-x^2\right]_4^5=\frac{61}{3}-9=\frac{34}{3}$$

6

$$=\left(4+\frac{35}{3}+\int_{0}^{2}x\cdot\frac{1}{2\pi}\sin 2\pi x\,dx\right)=\frac{77}{3}-\frac{1}{2\pi^2}$$

$$\left[-\frac{1}{4\pi^2}x\cos 2\pi x\right]_0^2+\int_0^2\frac{1}{4\pi^2}\cos 2\pi x\,dx$$

0

$$=-\frac{1}{2\pi^2}$$

$$60\times ab=\frac{77}{3}\times\frac{1}{2}\times 60=770$$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

단답형

30. 수열 $\{a_n\}$과 상수 p, q가

$$\lim_{n\to\infty} a_n \cos\frac{2\pi}{3}n = -1,$$

$$\lim_{n\to\infty}\{p(a_n + a_{n+1}) + qa_n a_{n+1} + a_{n+2}\} = 2$$

를 만족시킬 때, $p+q$의 값은 $\frac{s}{r}$이다. rs의 값을 구하시오.
(단, r과 s는 서로소인 자연수이다.) [4점]

$n=3k$ $\lim_{k\to\infty} a_{3k}\cos 2\pi k = -1 \to \lim_{k\to\infty} a_{3k} = -1$

$n=3k+1$ $\lim_{k\to\infty} a_{3k+1}\cos\frac{2\pi}{3} = -1 \to \lim_{k\to\infty} a_{3k+1} = 2$

$n=3k+2$ $\lim_{k\to\infty} a_{3k+2}\cos\frac{4\pi}{3} = -1 \to \lim_{k\to\infty} a_{3k+2} = 2$

⋮

a_{3k}	a_{3k+1}	a_{3k+2}	a_{3k+3}	a_{3k+4}	a_{3k+5}
-1	2	2	-1	2	2

① $p-2q+2=2 \to p=2q$

② $4p+4q-1=2 \to 4p+4q=3$

③ $p-2q+2=2$ $12q=3$ $q=\frac{1}{4}$, $p=\frac{1}{2}$

$p+q=\frac{3}{4}$

$rs=12$

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.