4점 문제 코멘트입니다.

당연히 스타터, 필유공까지 공부했다는 전제하에 코멘트합니다.
여기까지 못 오신 분은 모의고사 성적을 논할
공부 상태가 아닙니다. 일단 공부를 하시고 나중에 코멘트를 보든
피드백을 하든 하시는 것이 정상적인 학습 순서입니다.

그리고 6월 모의고사 대비 무료특강

'4공법 적용과 시험운용'

은 필히 보시기 바랍니다.

4공법의 적용은 '한글'로 읽기부터 출발합니다.

여러분이 문제가 낯설게 보이는 것은
본인이 공부한 '한글'이 아닌 수식과 알파벳, 숫자만 보기 때문입니다.

우리가 문제의 낯선 표현에 휘둘리지 않고
제대로 문제를 인식하기 위해서는 '용어', '한글'을 공부하셔야 합니다.

4공법의 용어와 한글로 문제를 바라보고 풀이의 방향을 세운 후
구체적인 문제 풀이에 들어가는 습관을 만드시면
수능수학은 정말 쉬운 시험이 됩니다.

4덮 역시 한글을 먼저 보셨다면 정말 쉬운 시험지였을 것입니다.
하지만 수험생 대다수는 수식에 휘둘렸을 것이고 그래서
낯설다고 느끼셨겠지요. 본인이 공부한 것은 용어와 한글인데
수식을 쳐다보니 낯설다고 느낄 수밖에 없는 것입니다.

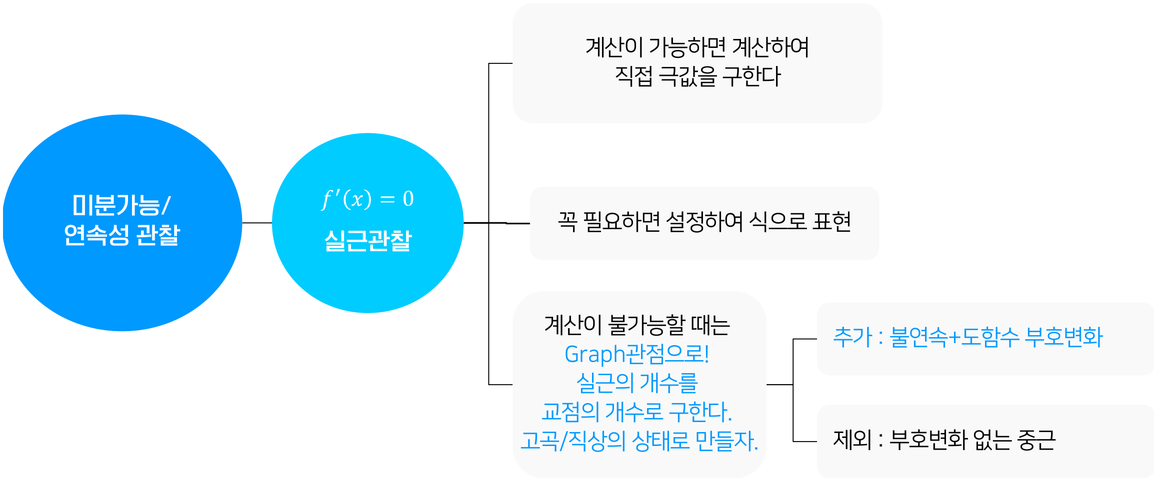
지금 수능수학은 1000문제를 푸는 것보다
한 문제라도 한글로 문제를 본다는 것이 무엇인지 깨닫는 것이 중요합니다.
그 깨달음으로 100점에 도달하는 것이겠지요.

9. 10. 기본문제

11. 미정계수 모두 결정 + 극값

모든 미정계수를 결정하는 문제이다.
등식을 기반으로 하는 문제이며 등식 생성 표현에 집중한다.

총 미정계수는 3개이고 $f(0)=5$가 주어져 있으므로 추가 등식 2개를 만들면 된다.



극대, 극소를 읽는다면 다음을 떠올리는 것이 기본이다.
문제의 $f(x), g(x)$모두 미분가능인 함수이기 때문에 도함수가 0이 되는 지점을 관찰하면 된다.
이때 일반적인 개수보다 적음을 의미하는

'2뿐이다.'

라는 한글을 읽는다면, 일반적인 상태보다 적은 개수, 겹침으로 등식을 만든다는 것을 알 수 있다.
$g'(x)=(x+1)f(x)=0$과 $f'(x)=0$에서 동시에 부호변화를 만드는 인수가 2임을 알 수 있고
$x=-1$은 부호변화를 만들지 않아야 하므로 $f'(x)=3(x+1)(x-2)$일 것이다.

쉬운 문제지만 정확히 읽고, 해야할 것을 떠올려서 생각의 시간을 0으로 만드는 것이 중요하다.
생각의 시간을 0으로 만들기 위해서는 조건을 보며 해야할 것을 떠올리는 실패자의 생각을 가져서는 안 된다.

목적과 한글을 읽고 필요한 것을 찾으러 갈 수 있어야 한다.

12.

'기길넓대입접점으로 미정계수 구하기' + '점의 관계성 중 평행이동'

전형적인 문제다.

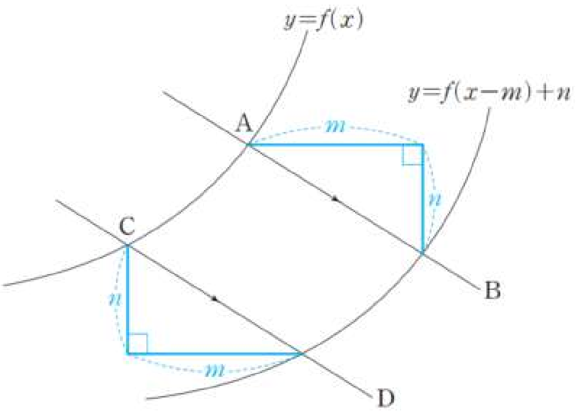
평행이동을 예상하고 검증하러 갈 수 있어야 할 것이다.

필유공 수학1에서 배운 것을 목록화하여 확인하도록 하자.

① 두 직선 AB와 CD의 기울기는 $\frac{n}{m}$으로 일정하다.

② 두 선분 AB와 CD의 길이는 $\sqrt{m^2+n^2}$으로 일정하다.

역으로 ①과 ②가 만족한다면 $f(x)$와 $g(x)$는 평행이동 관계임을 알 수 있다.



13. 이차방정식 중근 + 함수 '연결성'

극한이 포함된 이차방정식의 형태를 보고 어려운 문제라고 착각한 학생들이 있을 수 있다.
이는 매우 아쉬운 시선이다.

문제의 수식에 쫄아서 난이도를 잘못 측정하면
맞춰야 하는 문제는 틀리고, 지나가야 하는 문제에 시간을 뺏겨
전체적인 시험운용에 실패할 수밖에 없다.

일단 이 문제를 봤을 때 4공법 스타터만 공부했어도 확인해야 하는 습관이 있다.

함수 $f(x)$

바로 이것이다. 함수는 불연속일 수 있음을 대비하는 것이 수능을 준비하는 사람의 올바른 태도이다.
(함수/ 실수전체에서 정의된 함수/ 연속/ 미분가능/ 다항함수에 따라 해야하는 작업은 정리되어 이었어야 한다.)

$x \neq -1$이면 실수 전체에서 연속이므로 $\lim_{t \to a-} f(t) = \lim_{t \to a+} f(t)$일 것이고 이를 반영하여 판별식
$x = -1$이면 연속/불연속 케이스를 나눈 후 이를 반영하여 판별식

으로 정답을 내면 될 것이다.

고작 이차방정식임에도 불구하고 형태 때문에 쫄아서, 13번이라는 문제 자리에 쫄아서 지나가거나 포기했다면
본인의 수학 공부에 큰 문제가 있음을 인정해야 한다.

14.

삼각함수 활용은
1. 시작 삼각형과 도착 삼각형의 판단
2. 각/길이 문자 설정의 원칙
3. Core Theme 대반사
세가지를 확인한다.

대반사를 쓰는 전형적인 그림임은 인지하자.
대반사는

사인비 / 대변비 / 반지름비

3개 중에 2개를 알 때 나머지 하나를 파악하는 문제해결 방식이다.
5월 모의고사 14번도 대반사만 알면 바로 어느 선을 그어서 삼활을 써야하는지 알 수 있다.

5덮 14번 역시 자주 나오는 그림 중 하나이므로 $\overline{AB}$를 그어서 대반사를 준비한다.
이때 각ADB가 존재해야
대변 $\overline{AB}$가 같음을 이용하여 각C, D의 사인비와 반지름비의 관계를 파악할 수 있다.

그런데 없다? 이것을 문자로 두면 될 것이다. 이때 접하는 표현도 있으므로

각을 표현하는 방식 - 원외평사이/지름/접현각(이 목록은 문제 풀기 전에 적어 두는 것이 필수이다.)

중 접현각을 확인한다. $\angle D$와 $\angle ABC$가 같으므로 둘을 α, $\angle C$를 θ로 두자.
그러면 정확하게 내가 봐야하는 삼각형들이 완성이 된다.

$\triangle ABC$에서 $\sin$법칙으로 $\overline{AB}$, $\triangle ABC, \triangle ABD$에서 대반사

를 이용하면 문자 두 개 $\alpha, \overline{AB}$, 식 두 개인 상황이므로 연산이 가능함을 알 수 있다.
이제 계산하고 넓이 최대만 구하면 된다.

넓이 최대는 작년 수능 기출 표현이므로 어렵지 않게 평행하면서 접할 때, 이등변삼각형으로 구할 수 있다.

삼각함수 활용은 계산 문제다. 문자 설정, 식 생성을 생각하고 해결해야 정답이 나오는 것이지 도형만 생각한다고 답이 나오는 것이 아니다.
도형은 문자 설정과 식 생성을 도와주는 보조적인 역할일 뿐이다.

15.

미정계수 확정하기 - 등식(어려운 문제가 아님)
특수한 실근의 개수 - 등식 생성
의미부여 - 접할 때가 정답

정답이 정해진 문제는 빠르게 푸는 것이 정답이다.
그래프 추론 중

'의미부여로 낯선 수 인식하기' – 고정점에서 접선을 그었을 때가 정답
'최대최소로 정의되는 새로운 함수' – 기존함수의 극대극소, 구양같 지날 때가 정답

이 두 가지는 변수가 거의 없으므로 과감하게 적용하는 것이 중요함을
스타터에서부터 공부한다. 이런 기초 문제를 읽지 못한다면 4점 공략법 스타터부터 공부하는 것을 추천한다.

어쨌든 주어진 방정식을 변형하면

$\dfrac{f(x)-f(0)}{x}=\lim_{t\to a}\dfrac{f(t)-f(0)}{t}=\dfrac{f(a)-f(0)}{a}$ $(x\neq 0,\ x=0$은 방정식의 해임을 확인)이다.

임을 알 수 있다. 즉, $(0, f(0))$에서 접선을 그었을 때, 그 접선과 $f(x)$의 교점이 $1, k$임을 예상할 수 있다.
그 예상을 검증하면 답이다.

이런 추론 문제를 풀 때 학생들이 헤매는 이유는 다음과 같다.

1) 이 조건의 의미를 모두 알아야 문제를 풀 수 있다고 착각한다.
2) 한번에 정답을 맞추려 한다.

이 두 가지를 버려야 한다.
그래프 추론은 다음의 자세만 갖추면 수능장에서 시간을 절약할 수 있게 된다.

1) '한글'에 대응하는 정답 포인트를 암기 - 주인공, 표시위치, 등식/부등식 고려
2) 과감하게 예상/점검하고 수정보완하여 정답을 찾는다는 마인드

이 자세한 과정은 4공법 그래프 추론 파트에서 공부하도록 하자.

21.

삼각함수 코어테마 - 필유공 수학1

2. 방정식 $f(x_1)=f(x_2)$의 해석

예를 들어, $f(x)=a\sin bx$라 할 때, $f(x_1)=f(x_2)$은 그래프 해석을 통해 정보를 얻는다. 삼각함수의 그래프에서
x_1과 x_2가 대칭이거나 주기의 관계일 때 $f(x_1)=f(x_2)$이 성립한다. 이를 일반화하면 다음과 같이 정리할 수 있다.

① $f(x_1)=f(x_2)$가 주기에 의해 성립하는 경우 : x_2-x_1 =주기$\times n$(단, n은 정수)가 성립한다.
② $f(x_1)=f(x_2)$가 대칭에 의해 성립하는 경우 : x_1+x_2 =대칭축$\times 2$가 성립한다.

이 문제는 그냥 정해진 것만 하면 정답이다.
이런 Core Theme은 암기하도록 하자. 그리고 이때 출처가 여러개임은 인지해야 한다.
실근 개수의 출처가 여러 개면,
1) 조합
2) 중복 주의
를 생각한다.

① $a\sin x-\left(\frac{\pi}{2}-a\sin x\right)=2m\pi$즉, $2a\sin x=\left(2m+\frac{1}{2}\right)\pi$의 해를 관찰

② $a\sin x+\left(\frac{\pi}{2}-a\sin x\right)=\frac{\pi}{2}(2k+1)\times 2$ -> 불능

①의 합이 $\frac{9}{2}\pi$이다. 이때 $\left(2m+\frac{1}{2}\right)\pi$가 주기당 2개의 실근을 갖는다면,

$y=\left(2m+\frac{1}{2}\right)\pi$에 의해 생기는 실근의 합은 $\pi, 3\pi$뿐이다. 즉 $\frac{9}{2}\pi$형태를 만들 수 없다.

그러므로 접하는 상태가 생김을 알 수 있다. (조합 확인이 이렇게 중요하다.)

$\frac{9}{2}\pi=3\pi+\pi+\frac{\pi}{2}$이므로

$-2a<y<0$사이에서 근, $0<y<2a$에서 근, $x=\frac{\pi}{2}$에서 근이 생기는 것을 알 수 있다.

그러므로 $m=-1, 0, 1$이고 $2a=\frac{5}{2}\pi$이다.

삼각함수 그래프에서의 실근의 개수는
그래프를 그리기 전에

1) 실근의 개수 = [주기의 개수]$\times$(한 주기에서의 교점 개수)$\pm$자투리 (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수)
2) $f(x_1)=f(x_2)$의 해석

두 가지를 진행하는 것이 핵심이다.

21.

기길넓대입접점으로 새로운 함수 만들기

속도 - 위치 문제는 도함수와 원함수의 관계로 보고

① 정적분으로 풀 수 있는가?
② 부정적분으로 함수를 구해야 하는가?

를 판단하는 것이 Core Theme이다.
하지만 이 문제는

P, Q거리를 $f(t)$, 새로운 함수로 정의하고 있다.
문제 풀이 방향이 어렵지 않게 결정되므로 해야하는 작업을 하면 된다.
이는 스타터에도 예시가 있다.

또한, 새로운 함수를 만들 때는

1) 구간별 함수 식을 완성한다.
2) 이때 구간의 변화 지점 확인이 중요하다.

두 가지를 생각해야 하므로 할 것 하자.

할 것이 무엇인지 아는 것이 중요하다.

22.

선택형 점화식
항을 구하기 위해 점화식 생성
조건을 만족하는 자연수의 개수 - 된다 / 안 된다.

이 문제를 풀 때
나 조건에 심취하는 어리숙한 사람이 있을 수 있다.

이런 분들은 수능 기출의 주요표현을 하나도 모른 채로 인생을 낭비하고 있음을 인정해야 한다.

‘특정 조건을 만족하는 자연수의 개수 / 자연수의 최대 / 자연수의 최소’

정도는 알아야 어디가서 수능 공부를 했다 말할 수 있다. 이는 된다/ 안된다를 고려하는 것.
즉, k개수가 2개가 아닌 것을 걸러내는 기능으로 볼 수 있다.
작수 22번을 반영한 문제이고 이것이 같은 표현인지 모른다면

문제를 풀기 전에 주요 표현, 용어, 한글은 암기를 하실 필요가 있다.
그리고 중요한 것은 외울 것 외우고 읽는 것만 연습하면 내가 풀어야 하는 문제 수가 확 줄어든다는 것이다.
단순히 모의고사 많이 풀면 성적이 오른다? 그렇게 수학에 시간을 낭비하니 국어탐구 성적이 안 나오는 것이고
재수, 삼수, 사수가 권장되는 것이다.
현재 수능 수학은 약속과 용어만 읽으면 공부 시간을 1/10로 줄일 수 있음을 알아야 한다.

또한 (나) 조건은 (가) 조건의 선택형 점화식과 연결된다.
구간이 정해지지 않은 선택형 점화식은 선택 기준이 있어야 한다. 그 선택기준이 바로 (나)인 것이다.

이렇게 조건과 조건의 유기적인 연결성을 읽어야 이어지는 산수, 나열을 잘 할 수 있는 것이다.
산수가 약해서, 계산이 복잡해서 수능을 못 보는 것이 아니다.
무엇을 할지 모른 채로 그래프를 그리고, 무엇을 하는지도 모른 채로 계산하기 때문에
수능이 어렵게 느껴지는 것이다.

다시 돌아와서 이 문제의 목적은 항을 구하는 것이다. 항은 식에서 구한다.
그 식은 항과 항을 만나게 하여 생성하는 것이다. 이때 문제의 변별력은

'시작 항과 도착 항의 거리감'

으로 구분된다. 이 문제는 거리가 매우 가깝다. a_4와 a_6을 만나게 하여 하나의 항으로 표현하면 등식 1개, 문자 1개의 상황이므로 항을 구할 수 있다.
이때 (가) 조건의 점화식은 구간이 존재하지 않아 케이스가 생기므로 케이스를 꼼꼼히 확인한 후
(나) 조건을 선택기준으로 선택하면 된다.

미적, 기하, 확통도 한글 읽고 그에 맞는 4공법을 적용하면 어렵지 않게 해결할 수 있을 것이다.

미적분을 예로 들면,

28번 - 기울기 변할 때 상황 관찰 + 미적 그래프 추론 –> 변곡점이 답
29번 - 그래프 + 일반개수 –> 극값을 경계로 부등식 생성,
이때 당연히 계산되지 않는 방정식이 나올 수 있음을 준비(미적의 기본)
30번 – a_4가 b_n의 경향성 변화지점이므로 앞으로 갈 때, 뒤로 갈 때 공비 부호 고려해서 산수
(4공법 코어테마에서 등비수열 케이스 분류 기준 - 구간 경계, 초항부호, 공비부호 배움)

로 풀면 됩니다.

문제 수식이 아니라 한글을 읽으시고,
그 한글에 대응하는 문제 해결 방향을 모두 글로 적고
그 교집합으로 풀이방향을 잡는다.

이 당연한 생각을 적용하면 수학은 한결 쉬워질 것입니다.

스타터, 필유공, 4공법을 공부했다면
복습하면서 한글 읽기 연습을 하세요. 그 한글 읽기 연습이 새로운 문제 1000개 푸는 것보다
여러분의 점수를 향상시켜 줄 것입니다.

자세한 것은 6모 대비 특강 참고하시구요. 파이팅입니다.