2026학년도 ㅊㅅㅇ 모의고사 6월 대비
정답 및 해설

ㅊㅅㅇ 모의고사 1회

[공통]

1	②	**2**	②	**3**	④	**4**	③	**5**	①
6	⑤	**7**	②	**8**	⑤	**9**	①	**10**	③
11	④	**12**	②	**13**	①	**14**	⑤	**15**	②
16	3	**17**	24	**18**	39	**19**	16	**20**	12
21	5	**22**	30						

[해설]

1. **정답** ②

$\sqrt[3]{40}\times 5^{\frac{2}{3}}=40^{\frac{1}{3}}\times 5^{\frac{2}{3}}=(2^3\times 5)^{\frac{1}{3}}\times 5^{\frac{2}{3}}=2\times 5=10$

2. **정답** ②

$f'(x)=9x^2-4x+1$ 이므로 $f'(1)=9-4+1=6$

$$\begin{aligned}\lim_{h\to 0}\frac{f(1+h)-f(1)}{h}&=f'(1)\\&=6\end{aligned}$$

3. **정답** ④

각 θ는 제4사분면의 각이므로

$\cos\theta>0$, $\sin\theta<0$

$\tan\theta=-\frac{1}{2}$ 에서

$\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=-\frac{1}{2}$

$4\sin^2=\cos^2\theta$

$4\sin^2\theta=1-\sin^2\theta$

$\sin^2\theta=\frac{1}{5}$

$\therefore\ \sin\theta=-\frac{\sqrt{5}}{5}(\because\ \sin\theta<0)$

$\sin(\pi+\theta)=-\sin\theta$ 이므로 구하는 값은 $\frac{\sqrt{5}}{5}$

4. **정답** ③

$\lim_{x\to -1+}f(x)=2$, $\lim_{x\to 1-}f(x)=1$ 이므로

$\lim_{x\to -1+}f(x)+\lim_{x\to 1-}f(x)=2+1=3$

5. **정답** ①

함수 $f(x)=2\cos ax$ 의 주기는 $\frac{2\pi}{a}$ 이고, 최댓값은 2 이므로

$\frac{2\pi}{a}=4\qquad\therefore\ a=\frac{\pi}{2}$

따라서 $f(x)=2\cos\frac{\pi}{2}x$ 이므로

$f(2)=2\cos\pi=-2$

6. **정답** ⑤

$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}=\alpha$, $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}=\beta$라 할 때, $f(x)=\alpha x^2+\beta x$ 이다.

$\lim_{x\to 0}\frac{\{f(x)\}^3}{x^3}=\left\{\lim_{x\to 0}\frac{f(x)}{x}\right\}^3=8$ 이므로 $\beta=2$

$\lim_{x\to\infty}\left\{\frac{f(x)}{x^2}+\frac{f(x)}{x^3}\right\}=\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^2}+\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x^3}=\alpha+0=8$

이므로 $\alpha=8$

따라서 $f(x)=8x^2+2x$, $f(1)=10$

7. **정답** ②

$$\begin{aligned}\sum_{k=1}^{n}(a_k+a_{2n+1-k})&=(a_1+a_{2n})+(a_2+a_{2n-1})+\cdots+(a_n+a_{n+1})\\&=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{2n-1}+a_{2n}\end{aligned}$$

따라서

$\sum_{k=1}^{n}(a_k+a_{2n+1-k})=\sum_{k=1}^{2n}a_k=S_{2n}=4n^2+4n$

a_n 이 등차수열이므로 n 대신 $\frac{n}{2}$ 대입해서 그냥 구하자.

$S_n=n^2+2n$

$a_n=2n+1$

따라서 $a_{10}=21$

8. **정답** ⑤

$(3^x+5)^2+9^x-a=2\times 9^x+10\times 3^x+25-a$

이고 $3^x=X$ 라 하면 $X>0$ 이다.

$X>0$ 에서 정의된 함수 $f(X)=2X^2+10X+25-a$ 의 대칭축이 음수이고 $f(X)>0$ 이어야 하므로

$f(0)=25-a\geq 0$

따라서 $a\leq 25$ 이므로 a 의 최댓값은 25

9. 정답 ①

$$f(x)=\begin{cases} x^2-2x+4 & (x<a) \\ tx & (x\ge a)\end{cases}$$

가 연속이 되려면 실수 a가 방정식 $x^2-2x+4=tx$의 근이고 $g(t)=1$이므로 방정식 $x^2-2x+4=tx$은 오직 하나의 근을 가져야 한다. 따라서

$x^2-(2+t)x+4=0$

$D=(2+t)^2-16=t^2+4t-12=0$

이므로 모든 t의 값의 곱은 -12

10. 정답 ③

주어진 조건 $\dfrac{R_1}{2}=\dfrac{R_2}{3}$, $\overline{\mathrm{OC}}=3$ 에서 $\overline{\mathrm{BO}}=2$를 찾는다.

$\angle\mathrm{BAO}=\angle\mathrm{CAO}=\theta$라 할 때, $\angle\mathrm{BOC}=\dfrac{\pi}{2}+\theta$이므로

삼각형 BOC에서 코사인법칙을 쓴다.

$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}+\theta\right)=\dfrac{4+9-16}{2\times2\times3}=-\dfrac{1}{4}$

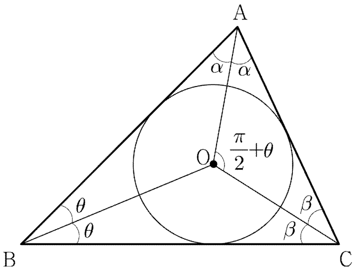
따라서 $\sin\theta=\dfrac{1}{4}$

사인법칙에 따라 $2R_1=\dfrac{2}{\sin\theta}$, $2R_2=\dfrac{3}{\sin\theta}$ 이므로

$R_1\times R_2=\dfrac{3}{2\sin^2\theta}=24$

<공부 Point>

삼각형에서 내접원을 생각할 때, 첫째는 ‘ 각 ’이다.
각각의 꼭짓점을 내심과 연결하면 각이 이등분된다.



$2(\theta+\alpha+\beta)=\pi$ 이므로

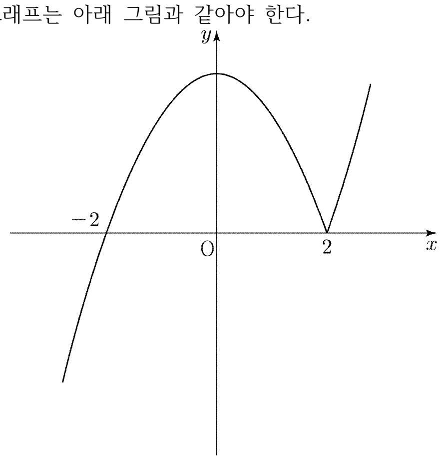
$\theta+\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{2}$ ⇨ $\alpha+\beta=\dfrac{\pi}{2}-\theta$

11. 정답 ④

$|f(x)|=|3x^2+ax+b|$에서

$f(x)=3x^2+ax+b$ 또는 $f(x)=-(3x^2+ax+b)$

일 수 있는데 주어진 조건을 만족시키기 위해서는 함수 $f(x)$의그래프는 아래 그림과 같아야 한다.



따라서 $M=\dfrac{3}{6}\{2-(-2)\}^3=32$

12. 정답 ②

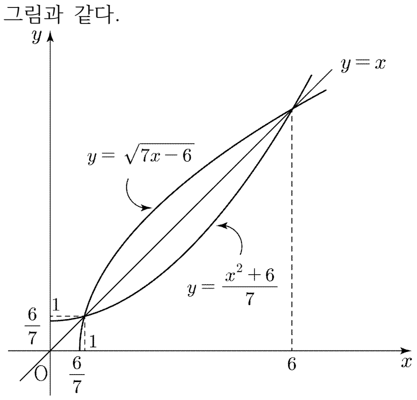
$7k-6$의 여섯제곱근 중 양의 실수인 값은 $\sqrt{7k-6}$의 세제곱근 중 실수인 값과 같다. 이때 두 함수

$y=\dfrac{x^2+6}{7}$ $(x\ge0)$, $y=\sqrt{7x-6}$ $\left(x\ge\dfrac{6}{7}\right)$

은 서로 역함수 관계이고,

$\dfrac{x^2+6}{7}=x \Rightarrow x=1,\ 6$

이므로 두 곡선 $y=\dfrac{x^2+6}{7}$ $(x\ge0)$, $y=\sqrt{7x-6}$ $\left(x\ge\dfrac{6}{7}\right)$의 개형은 그림과 같다.



따라서

$a_1=a_2=\cdots=a_5=1$, $a_n=n-4$ $(n\ge6)$

이므로

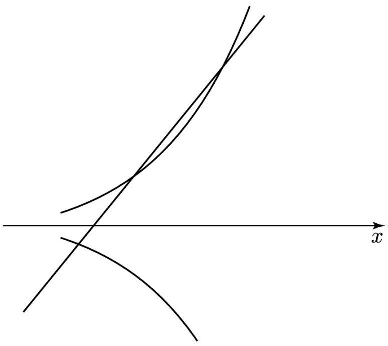
$$\sum_{n=1}^{15}a_n=1\times5+(2+3+\cdots+11)=70$$

이다.

13. 정답 ①

등차수열 $\{a_n\}$은 1차 함수 $f(x)$에서 정의역이 자연수인 함수이고 공비가 양수인 등비수열 $\{b_n\}$은 지수함수 $g(x)$에서 정의역이 자연수인 함수라 생각할 수 있다.
$a_m = b_m$을 만족하는 자연수 m은 방정식 $f(x)=g(x)$의 근이라 생각할 수 있다. 이때, 지수함수의 그래프와 직선이 만나는 교점은 최대 2개 이므로 등비수열의 공비가 양수일 수 없다.

따라서 등비수열은 공비가 음수로 x축 대칭상태인 두 지수함수의 그래프 위를 번갈아 가며 나온다.
그리고 주어진 조건에 의해 $|r|>1$이므로 증가하는 지수함수가 x축 대칭인 상황을 생각한다.



공비가 음수이고, $a_m = b_m$ 만족하는 값은 음수, 양수, 양수이다.
따라서 $a_m = b_m$을 만족하는 m은 순서대로

홀수, 짝수, 짝수 / 짝수, 홀수, 홀수

이다.

$a_1 = b_1,\ a_2 = b_2,\ a_4 = b_4 \quad \cdots$ case1

또는

$a_2 = b_2,\ a_3 = b_3,\ a_5 = b_5 \quad \cdots$ case2

이다.

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
	$p-12$	$p-6$	p	$p+6$	$p+12$

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
case1	$-$	$+$	$-$	$+$	$-$
case2	$+$	$-$	$+$	$-$	$+$

이때, case1 에서 $a_1 = b_1,\ a_2 = b_2$ 라면 등차수열 a_n은 2항 부터 모두 양수이므로 (가) 조건에 모순이다.
따라서 case2 이고

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
	$p-12$	$p-6$	p	$p+6$	$p+12$

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
case2	$+$	$-$	$+$	$-$	$+$

$a_2 = b_2,\ a_3 = b_3,\ a_5 = b_5$
(가) 조건에서 $n(A \cap B)=4$이므로

$a_1 = b_4$ 또는 $a_4 = b_1$

이다.

ⅰ) $a_1 = b_4$

$b_4^2 = b_3 \times b_5 \Rightarrow (p-12)^2 = p(p+12)$

따라서 $p=4$, $r=-2$

	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5
	-8	-2	4	10	16

	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5
case2	1	-2	4	-8	16

ⅱ) $a_4 = b_1$

$b_2^2 = b_1 \times b_3 \Rightarrow (p-6)^2 = (p+6)p$

따라서 $p=2$, $r=-\dfrac{1}{2}$ $\cdots$ 모순

그러므로 $\displaystyle\sum_{k=1}^{5} b_k = 1+(-2)+4+(-8)+16=11$

14. 정답 ⑤

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<t) \\ |f(x)-(2x-2t)| & (x \ge t) \end{cases}$$

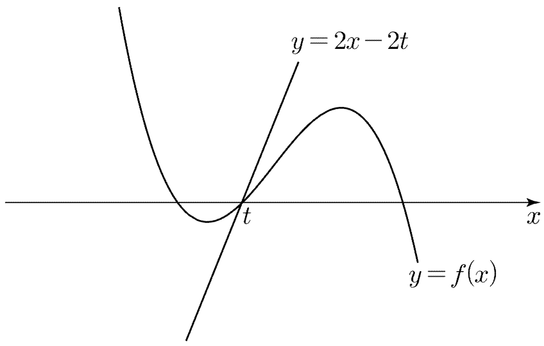
미분가능할 수 있는거 신기하지 않음?

$$g(x)=\begin{cases} f(x) & (x<t) \\ f(x)-(2x-2t) & (x \ge t) \end{cases}$$

이건 t에서 미분 불가능하겠지?

이 둘의 차이는 절댓값의 영향이겠고,
직관적으로 원래 기울기에서 2를 빼고 절댓값 씌워서
같으려면...원래 기울기는 1
즉, $f'(t)=1$

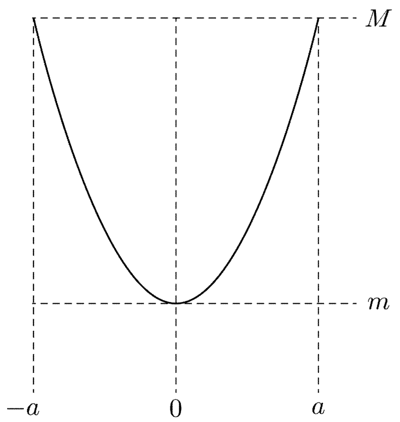
ㄷ. 실수 전체의 집합에서 미분가능하려면 $(t, 0)$이후에 교점을 가지면 안 된다. 따라서 아래 그림과 같다.



그래서 방정식 $f(x)=0$은 서로 다른 세 실근을 갖는다.

15. 정답 ②

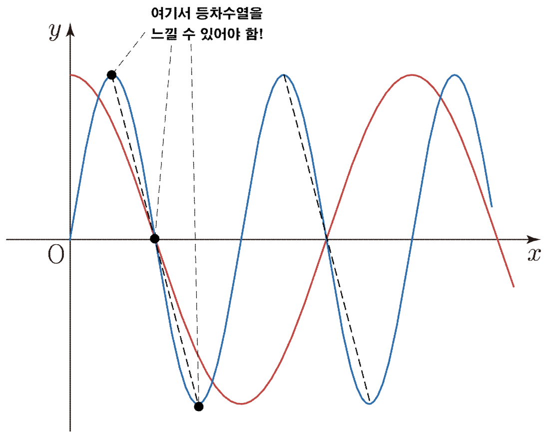
일단, $g(x)=f(a\sin 2bx)$, $h(x)=f(a\cos bx)$에서
$a\sin 2bx = t$, $a\cos bx = s$
로 치환하면 $-a \le t \le a$, $-a \le s \le a$라서 결국
$-a \le x \le a$에서 함수 $y=f(x)$의 최댓값과 최솟값을 구하는 것.



따라서 방정식 $g(x)=M$은 방정식 $a\sin 2bx = \pm a$이고

방정식 $h(x)=m$은 $a\cos bx = 0$이다.

이때, (가) 조건에서 포인트는 실근의 합이 2배! 라는 것
암튼 이걸 만족하려면 아래 그래프와 같아야 한다.
(등차중항 느낌으로 근의 합이 2배 차이나는 구나!)



이후 풀이 생략

$a=2$, $b=4$

16. 정답 3

$$\begin{aligned}\int_{-2}^{2}(3x^3+ax^2-2)\,dx &= \int_{-2}^{2}(ax^2-2)\,dx \\ &= 2\int_{0}^{2}(ax^2-2)\,dx \\ &= 2\times\left[\frac{a}{3}x^3-2x\right]_0^2 \\ &= \frac{16}{3}a-8=8\end{aligned}$$

$\therefore\ a=3$

17. 정답 24

하나씩 나열하면

$a_1=-4$
$a_2=-2$
$a_3=0$
$a_4=2$
$a_5=4$
$a_6=8$
$a_7=16$

따라서 $\sum_{k=1}^{7} a_k = 24$
그래도 대칭적인 부분 있어서 귀여운 문제?

18. 정답 39

함수 $f(x)$는 원점에 대하여 대칭인 삼차함수이므로

$f(x)=x^3+ax$

라 할 수 있다. 따라서 $f'(x)=3x^2+a$이고, $f'(x)$는 y축에 대하여 대칭이다.

$$\begin{aligned}\int_{-1}^{1}(x^2+4x)f'(x)\,dx &= \int_{-1}^{1}(x^2f'(x)+4xf'(x))\,dx \\ &= \int_{-1}^{1}x^2f'(x)\,dx \\ &= \int_{-1}^{1}\{x^2(3x^2+a)\}\,dx \\ &= \int_{-1}^{1}(3x^4+ax^2)\,dx \\ &= 2\int_{0}^{1}(3x^4+ax^2)\,dx \\ &= 2\times\left[\frac{3}{5}x^5+\frac{a}{3}x^3\right]_0^1 \\ &= \frac{6}{5}+\frac{2}{3}a=\frac{58}{15}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{2}{3}a &= \frac{58}{15}-\frac{6}{5} \\ &= \frac{58-18}{15}=\frac{8}{3}\end{aligned}$$

따라서 $a=4$이므로 $f(x)=x^3+4x$이고

$f(3)=27+12=39$

19. 정답 16

두 점 P, Q의 시각 t에서의 위치를 각각 $x_1(t)$, $x_2(t)$이라 하자.
두 점 모두 동시에 원점을 출발하였으므로

$x_1(0)=x_2(0)=0$

한편, 두 점 P, Q의 위치를 구하면

$x_1(t)=t^3-6t^2$,

$x_2(t)=2t^2-at \quad (\because\ x_1(0)=x_2(0)=0)$

출발 후 $t>0$에서 오직 한 번만 만나므로 방정식 $x_1(t)=x_2(t)$을 만족시키는 실근 $t\ (t>0)$의 개수는 1이다.

$t^3-6t^2=2t^2-at$

$t^3-8t^2+at=t(t^2-8t+a)$

시각 $t>0$에서 만나므로 방정식 $t^2-8t+a=0$의 판별식을 D라 하면

$D=64-4a=0$

따라서 $a=16$

20. 정답 12

(가)조건에서 $x\,f(x)\le 0$ 표현..... 너무 멋있음...

$x\,f(x)<0$ 이면 x좌표 $\times$ y좌표 <0

이므로 2, 4사분면인데, 실수 x의 개수가 유한개?!!
따라서

(1) 2, 4사분면에 있으면 안됨!

⇨ 삼차함수 $f(x)$는 1, 3사분면을 지난다. 그래서 원점을 지날 수 밖에 없다.

(2) 그리고 x축과 단 2개의 교점을 갖는다.

를 유추할 수 있다.

(나) 조건에서 $f(x)-x=p(x+6)x^2$임을 바로 눈치채고
삼차함수 비율관계에 따라 $f(-3)=0$임을 알아낸다.

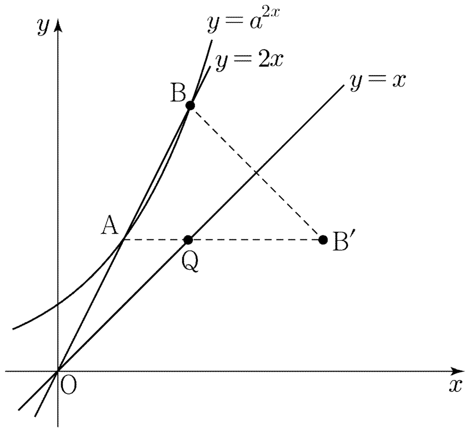
$f(-3)+3=27p=3$

따라서 $p=\frac{1}{9}$

$f(x)=x+\frac{1}{9}(x+6)x^2$이므로 $f(3)=12$

21. 정답 5

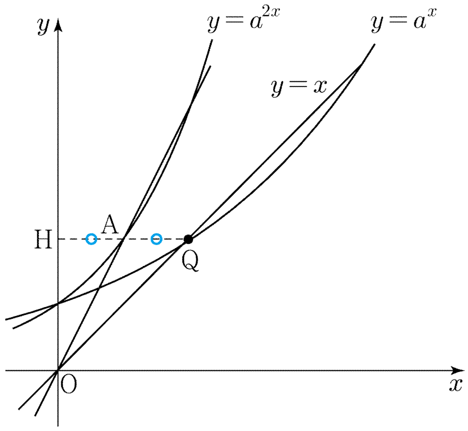
일단, $\overline{AP}+\overline{BP}$의 값을 최소로 하는 점 P를 점 Q 발문에서 $y=x$ 기준으로 대칭시켰겠죠?



이때, $y=x$위 점 Q를 $y=\log_a x$가 지나면 $y=a^x$도 지난다는!
따라서 $a^{2x}=2x$를 만족하는 점 A

$a^x=x$를 만족하는 점 Q는

아래처럼 x좌표가 2배 되는 관계에 있음

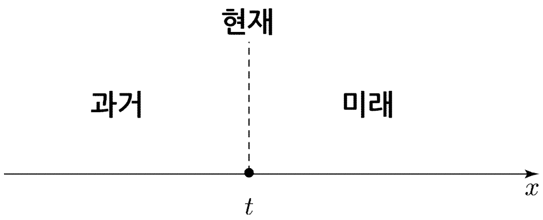


따라서 A$(t, 2t)$라 하면, Q$(2t, 2t)$, B′$(4t, 2t)$, B$(2t, 4t)$
로 구할 수 있다.

$a^{2t}\times 2=a^{4t}$이므로 $a^{2t}=2$
따라서 $t=1$

22. 정답 30

일단, 출제할 때 생각을... 얘기하겠음



(수학...해설이...)

주어진 발문을 번역하면

구간 $(-\infty, t]$ 에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 $g(t)$
⇨ 과거부터 현재까지 중 최솟값을 $g(t)$라 생각

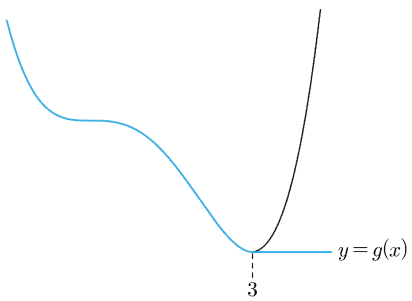
구간 $[t, \infty)$ 에서 함수 $f(x)$의 최솟값을 $h(t)$
⇨ 현재부터 미래까지 중 최솟값을 $h(t)$라 생각

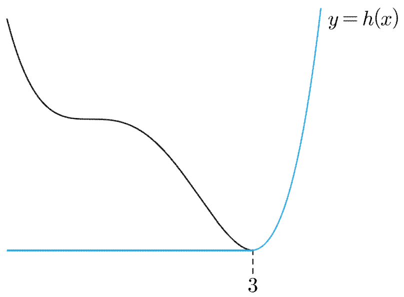
따라서

$g(3) = h(3)$의 번역
⇨ $f(3)$은 '전무후무'한 최솟값이다.

따라서 사차함수 $f(x)$의 최솟값은 $f(3)$

주어진 조건을 만족시키는 상황은 아래 그림과 같다.





$f(x) = x^3(x-4) + 30$
따라서 $f(4) = 30$