

수학 영역

제 2 교시

1

5지선다형

ℓ.

1. $(3^{1-\sqrt{2}})^2 \times 9^{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

2. 함수 $f(x) = x^3 - 2x + 5$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은?

[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

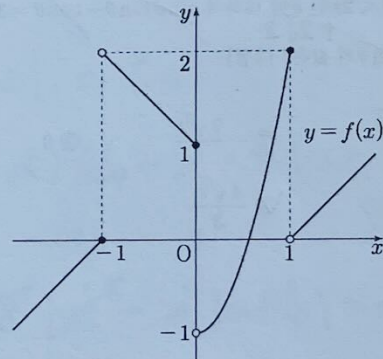
3. 첫째항과 공비가 모두 양수 k 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_k(k^2+1) = 3a_1 \quad 3k^2 \quad k^2 = \frac{1}{2}$$

를 만족시킬 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{9}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

5. 함수 $f(x) = (2x+1)(x^2-2x+5)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은?

[3점]

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

7. 다항함수 $f(x)$ 가

$$x^2 - 2x + 1$$

$$f'(x) = x^2 - kx + k - 1, \quad f(0) = 2$$

를 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 가 극값을 갖지 않을 때, $f(3)$ 의 값은?
(단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① 2 ② 5 ③ 8 ④ 11 ⑤ 14

$$D = k^2 - 4k + 4 \leq 0$$

$$k = 2$$

$$f(x) = \frac{1}{3}(x-1)^3 + \frac{1}{3} + 2$$

6. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin \theta \tan \theta + \cos \theta = 3$ 일 때,
 $\sin \theta - \tan \theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4\sqrt{2}}{3}$ ② $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ③ 0
④ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

8. 부등식 $2^{|x|} + \frac{64}{2^{|x|}} \leq 20$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

$$(2^{|x|})^2 - 20 \cdot 2^{|x|} + 64 \leq 0$$

$$2^2 \leq 2^{|x|} \leq 2^4$$

$$2 \leq |x| \leq 4$$

9. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf(x) = ax^3 + 2x - 3 + \int_0^1 f'(t)dt$$

를 만족시킬 때, $\int_0^2 f(x)dx$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

좌변이 상수값이 0인 다항식이므로

$$-3 + \int_0^1 f' = 0$$

$$\int_0^1 f' = 3$$

$$f(x) = ax^2 + 2 \quad \therefore a = 3$$

$$7 = \int_0^2 3x^2 + 2 = 8 + 4 = 12$$

10. 모든 항이 자연수이고 공차가 같은 두 등차수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k \times b_k} = \frac{n}{8n+4}$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^5 (a_k + b_k)$ 의 값은? [4점]

- ① 100 ② 110 ③ 120 ④ 130 ⑤ 140

$$\begin{aligned} \frac{1}{a_1 b_1} &= \frac{1}{120} & a_1 b_1 &= 12 \\ + \frac{1}{a_2 b_2} &= \frac{2}{280} & a_2 b_2 &= 60 \\ + \frac{1}{a_3 b_3} &= \frac{3}{280} & a_3 b_3 &= 140 \end{aligned}$$

$$(a-d)(b-d) = 12$$

$$ab = 60$$

$$(a+d)(b+d) = 140$$

$$48 + d^2 - d(a+b) = 0$$

$$+ 80 + d^2 + d(a+b) = 0$$

$$-32 + 2d^2 = 0$$

$$d = 4$$

$$a+b = 16$$

11. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

$$x_P = kt^3 - 6t^2 + t$$

이다. 양수 k 에 대하여 시간 $t=k$ 에서 점 P의 속도가 1일 때, 시간 $t=2k$ 에서 점 P의 가속도는? [4점]

- ① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 84

$$v_P = 3kt^2 - 12t + 1$$

$$v_P(k) = 1$$

$$3k^3 - 12k + 1$$

$$\therefore k = 0, 2$$

$$7 = a_P(4) = 36$$

$$(a_P = 12t - 12)$$

$$OA = AB \quad \text{+ X 좌표!}$$

Y 좌표:

$$3 \log_a \frac{1}{2} = -2 \log_a \frac{1}{2} + k$$

$$t = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{4}$$

$$\therefore t = 4$$

$\triangle OCA$ 같 $\triangle ACB$ 중 $\triangle ACB$ 가 밑변 $\times$ 높이가
계산할 수 있을 거 같음

$$2 = \frac{6}{k} \log_a \frac{1}{4} - k$$

$$\therefore k = 2, a = 2\sqrt{2}$$

12. 그림과 같이 세 상수 $a(a > 1), k, t$ 에 대하여

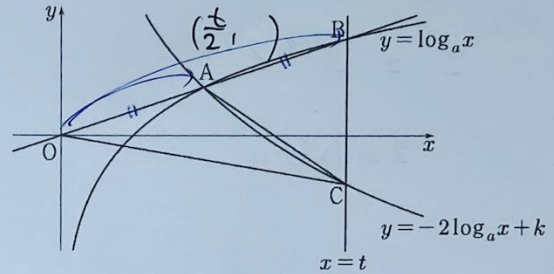
두 곡선 $y = \log_a x, y = -2 \log_a x + k$ 가 만나는 점을 A라 하고,

직선 $x = t$ 가 두 곡선 $y = \log_a x, y = -2 \log_a x + k$ 와 만나는

점을 각각 B, C라 하자. 직선 AB가 원점 O를 지나고

두 삼각형 OCA, ACB의 넓이가 2로 같을 때, $a \times k \times t$ 의 값은?

(단, $k > 0$ 이고, t 는 점 A의 x 좌표보다 크다.) [4점]



- ① $8\sqrt{2}$ ② 16 ③ $16\sqrt{2}$ ④ 24 ⑤ $24\sqrt{2}$

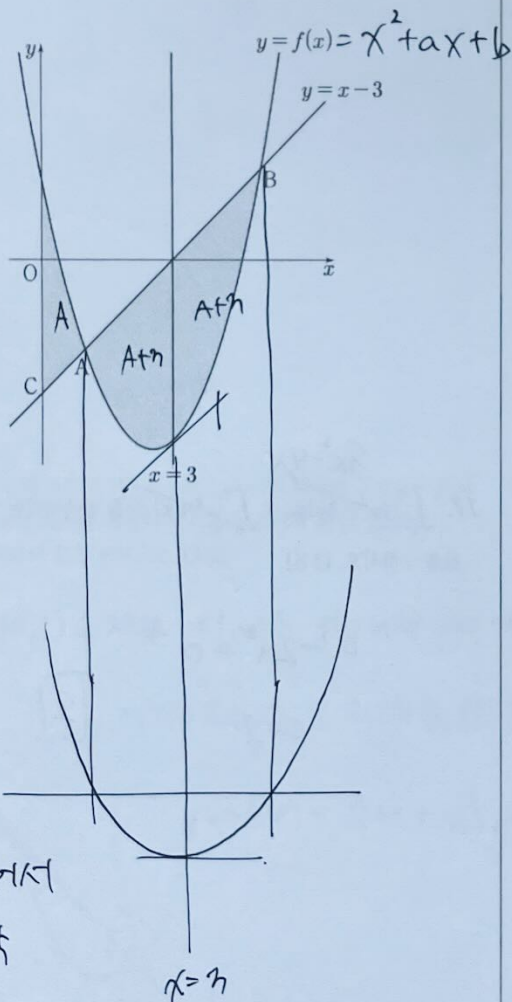
$\triangle OCA = \triangle ACB$ 라는 점에서 $OA = AB$ (그림 한참표)

이러면 두 중 아무거나 넓이 = 2 쓰면 둘 다 23
맞추기

이거 A에 대한
X 좌표도 2배
Y 좌표도 2배
(그림 한참표)

13. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여
곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=x-3$ 이 x 좌표가 양수인
두 점 A, B에서 만난다. 직선 $y=x-3$ 과 y 축이 만나는 점을 C라
하자. 곡선 $y=f(x)$ 와 y 축 및 선분 AC로 둘러싸인 부분의
넓이를 S_1 , 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를
 S_2 라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를
직선 $x=3$ 이 이등분하고, $S_2 - 2S_1 = 6$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은?
(단, 점 A의 x 좌표는 3보다 작고, 점 B의 x 좌표는 3보다 크다.)
[4점]

- ① $\frac{15}{2}$ ② 8 ③ $\frac{17}{2}$ ④ 9 ⑤ $\frac{19}{2}$



$y=x-3$
근의 분리

문자 2개인데
식 2개 세울 수 있어서
노빠고 계산 시작

$$\int_0^3 (x^2 + ax + b - (x - 3)) dx = -3$$

$$f'(x) = 1$$

$$9 + \frac{9}{2}(a-1) + (b+3) \cdot 3 = -3$$

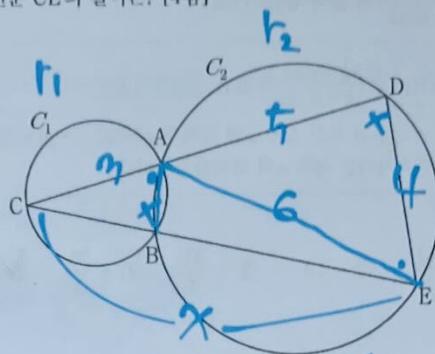
$$6 + a = 1$$

5/20

14. 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 r_1, r_2 인 두 원 C_1, C_2 가
만나는 두 점을 A, B라 하자. 원 C_1 위의 점 C와 원 C_2 위의
두 점 D, E에 대하여 세 점 C, A, D와 세 점 C, B, E가
각각 한 직선 위에 있다.

$$r_1 : r_2 = 1 : 2, \quad \overline{AC} = 3, \quad \overline{AD} = 5, \quad \overline{DE} = 4$$

일 때, 선분 CE의 길이는? [4점]



- ① $3\sqrt{7}$ ② $\sqrt{66}$ ③ $\sqrt{69}$ ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

$$5x^2 + 48 = 8(26 + 15)$$

$$x = 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

$$\therefore a = -5, b = 2$$

$$7 = x^2 + a + b = 0$$

6

$$f(0)=0, f'(0)=1$$

수학 영역

15. 최고차항의 계수가 1이고 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$ 인 사차함수 $f(x)$ 와

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\{g(x)-x\}\{g(x)-f(x)\}=0$$

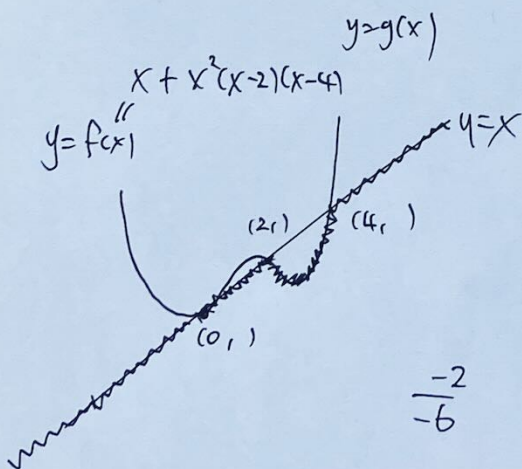
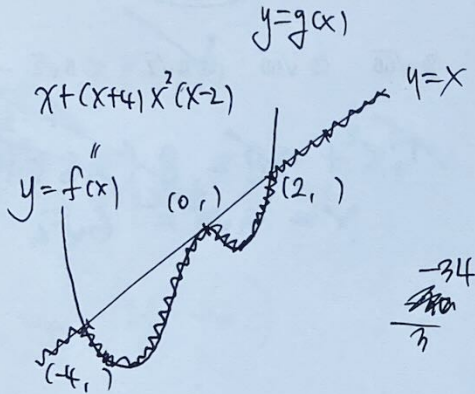
을 만족시킨다. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,

모든 $\frac{g(-2)}{g(3)}$ 의 값의 합은? [4점]

(가) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)-g(2)}{x-2}$ 의 값은 존재하지 않는다.

(나) $x \geq a$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(-x) = -g(x)$ 를 만족시키는 실수 a 의 최솟값은 4이다.

- ① $-\frac{41}{3}$ ② -13 ③ $-\frac{37}{3}$ ④ $-\frac{35}{3}$ ⑤ -11



단답형

16. 방정식

$$\log_{\sqrt{3}}(x-3) = \log_3(5x-1)$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

$$x^2 - 11x + 10 = 0$$

10

17. $\int_0^a (4x^2 - 3x) dx = \int_0^a (x^2 + x) dx$ 를 만족시키는 양수 a 의 값을 구하시오. [3점]

$$a^3 - 2a^2 = 0$$

$$a=2$$

2

~~$tk = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}$~~

18. 두 수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 (a_k + 3) = 30, \quad \sum_{k=1}^5 (2a_k + b_k) = 53$$

일 때, $\sum_{k=1}^5 b_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

23

20. 양수 t 에 대하여 닫힌구간 $\left[0, \frac{2}{t}\right]$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \sqrt{3} \sin(t\pi x), \quad g(x) = -3 \cos(t\pi x)$$

가 있다. $0 < k < \frac{2}{t}$ 인 상수 k 에 대하여 $f(k) = g(k) = 3k$ 일 때,

$60(t+k)$ 의 값을 구하시오. [4점] 문자 t, k 2개, 식 2개 $\rightarrow$ 빼고 계산 시작

$$\frac{\sqrt{3} \sin(tk\pi)}{3} = \frac{-3 \cos(tk\pi)}{3} = tk$$

$$\tan(tk\pi) = -\sqrt{3}$$

$$tk = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$$

$$k = \frac{1}{2}, \quad t = \frac{4}{3}$$

$$30 \quad 80$$

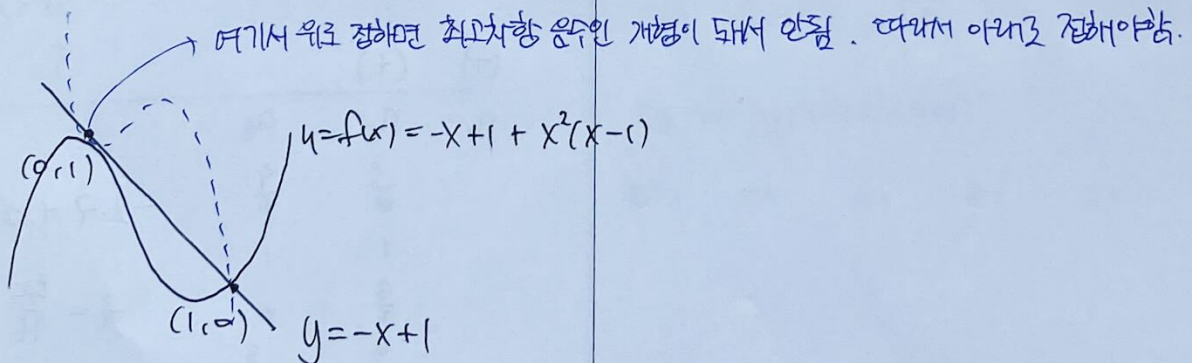
$$60 \left(\frac{1}{2} + \frac{4}{3} \right)$$

110

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$

위의 점 $(0, 1)$ 에서의 접선이 곡선 $y = f(x)$ 와 점 $(1, 0)$ 에서 만난다. $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

점선은 $(0, 1)$ 도 지날 $(1, 0)$ 도 지나니까 $y = -x + 1$ 임. 그럼 대략 그릴 수 있음



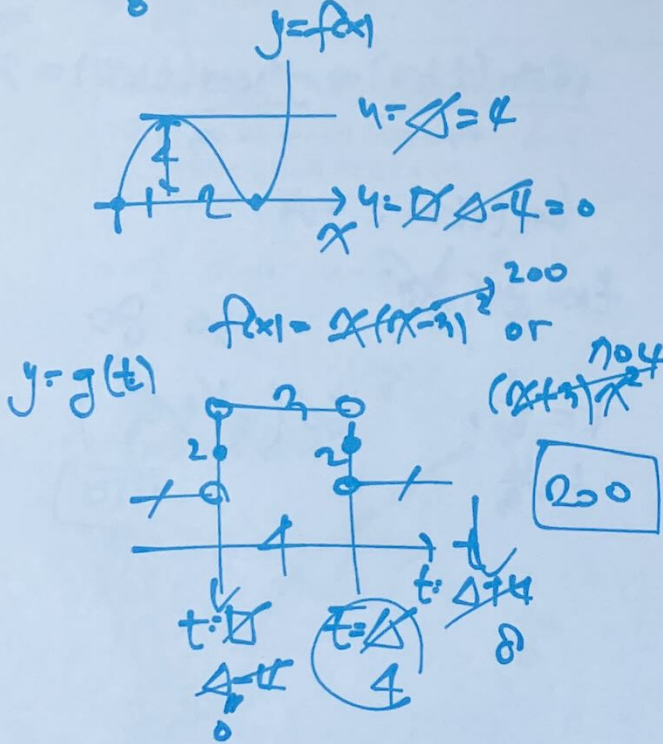
$$f(3) = -2 + 9 \cdot 2 = 16$$

16

21. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=t$ 가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 양수 a 와 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(t)+g(t-4)$ 는 $t=0$ 과 $t=a$ 에서만 불연속이다.

$f(x)$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]



22. 모든 항이 실수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 \times a_2 > 0$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n^2 & (a_n \leq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_3 = a_5$ 가 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합이 $\frac{9}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

Handwritten solution for problem 22:

Consider the sequence a_3, a_4, a_5 .

Case 1: $a_1 > 0$. Then $a_2 = -2a_1 + 3$. For $a_3 = a_5$, we have $a_3 = a_4^2$. Solving $a_3 = a_4^2$ gives $a_1 = 1$ or $a_1 = \frac{9}{4}$.

Case 2: $a_1 \leq 0$. Then $a_2 = a_1^2$. For $a_3 = a_5$, we have $a_3 = a_4^2$. Solving $a_3 = a_4^2$ gives $a_1 = 0$ or $a_1 = -\frac{3}{2}$.

The sum of all a_1 values is $1 + \frac{9}{4} + 0 + (-\frac{3}{2}) = \frac{9}{4}$.

Handwritten solution for problem 22 (continued):

Consider the sequence a_3, a_4, a_5 .

Case 1: $a_1 > 0$. Then $a_2 = -2a_1 + 3$. For $a_3 = a_5$, we have $a_3 = a_4^2$. Solving $a_3 = a_4^2$ gives $a_1 = 1$ or $a_1 = \frac{9}{4}$.

Case 2: $a_1 \leq 0$. Then $a_2 = a_1^2$. For $a_3 = a_5$, we have $a_3 = a_4^2$. Solving $a_3 = a_4^2$ gives $a_1 = 0$ or $a_1 = -\frac{3}{2}$.

The sum of all a_1 values is $1 + \frac{9}{4} + 0 + (-\frac{3}{2}) = \frac{9}{4}$.

Handwritten solution for problem 22 (continued):

Consider the sequence a_3, a_4, a_5 .

Case 1: $a_1 > 0$. Then $a_2 = -2a_1 + 3$. For $a_3 = a_5$, we have $a_3 = a_4^2$. Solving $a_3 = a_4^2$ gives $a_1 = 1$ or $a_1 = \frac{9}{4}$.

Case 2: $a_1 \leq 0$. Then $a_2 = a_1^2$. For $a_3 = a_5$, we have $a_3 = a_4^2$. Solving $a_3 = a_4^2$ gives $a_1 = 0$ or $a_1 = -\frac{3}{2}$.

The sum of all a_1 values is $1 + \frac{9}{4} + 0 + (-\frac{3}{2}) = \frac{9}{4}$.

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역(미적분)

제 2 교시

1

5지 선 다 형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 1}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\ln 2$ ☒ ② $2\ln 2$ ③ $3\ln 2$ ④ $4\ln 2$ ⑤ $5\ln 2$

24. 매개변수 $t(t > 0)$ 으로 나타내어진 곡선

$$x = e^{2t-2}, \quad y = \frac{\ln t}{t}$$

에서 $t = 1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ☒ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{1 - \ln t}{t^2} dt}{e^{2t-2} \cdot 2 dt}$$

2

수학 영역(미적분)

25. 두 양수 a, b 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{an^2 + bn} - bn) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(bn-1)^2}{(b+6)n^2 + 1}$$

일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

① 6

② 12

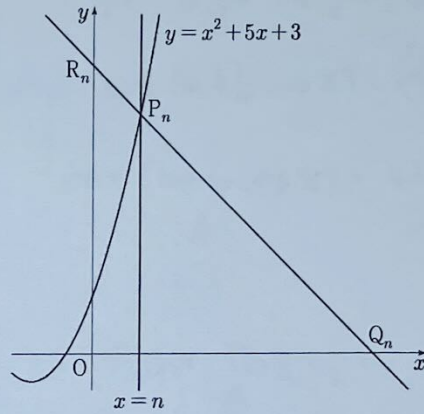
③ 18

④ 24

⑤ 30

26. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = x^2 + 5x + 3$ 과 직선 $x = n$ 이만나는 점을 P_n 이라 하고, 점 P_n 을 지나고 기울기가 -1 인 직선이 x 축과 만나는 점을 Q_n , y 축과 만나는 점을 R_n 이라 하자.
$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{P_n Q_n - P_n R_n}$$
 의 값은? [3점]
① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$

④ 1

⑤ $\frac{5}{4}$ 

수학 영역(미적분)

0 < a, b < 7π

3

27. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 역함수 $g(x)$ 를 갖고, 모든 실수 x 에 대하여

$$e^{2f(x)} - e^{f(2x)} - 2e^{3x} = 0$$

을 만족시킨다. $g'(f(0))$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

$$x=0: e^{2f(0)} - e^{f(2 \cdot 0)} - 2 = 0$$

$$e^{2f(0)} = 2$$

$$f(0) = \ln 2$$

$$\ln 2 = \frac{1}{f'(0)} \quad \therefore f'(0) = \frac{1}{\ln 2}$$

$$x=0: 2f'(0) = \frac{4}{2f'(0)} = 6$$

28. 7π 보다 작은 두 양수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \sin(a + b \cos x)$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

(가) 방정식 $f'(x) = b$ 의 해가 존재한다.

$$(나) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \sin\left(f(a)\left(\pi + \frac{x}{4}\right)\right) = \frac{b}{a}$$

- ① 5π ② $\frac{25}{4}\pi$ ③ $\frac{15}{2}\pi$ ④ $\frac{35}{4}\pi$ ⑤ 10π

$$f'(x) = \cos(a + b \cos x) \cdot (-b \sin x) = b$$

$$\cos(a + b \cos x) \cdot \sin x = -1$$

$$\begin{matrix} 1 & -1 & : a = \frac{3\pi}{4} \\ -1 & 1 & : a = \frac{5\pi}{4} \end{matrix}$$

$$\therefore a = \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \dots, 6\pi \text{ 정도}$$

$$f(a) = \sin(a + b \cos a) = \frac{b}{a} = -1, 0, 1$$

$$a + b \cos a = \frac{3\pi}{4}$$

$$\begin{cases} a = \frac{3\pi}{4} : a + b = \frac{3\pi}{4} \\ a = \frac{5\pi}{4} : a - b = \frac{3\pi}{4} \end{cases}$$

$$\therefore b = \frac{3\pi}{2}$$

a	b
$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$
$\frac{5\pi}{4}$	π
6π	$\frac{3\pi}{2}$

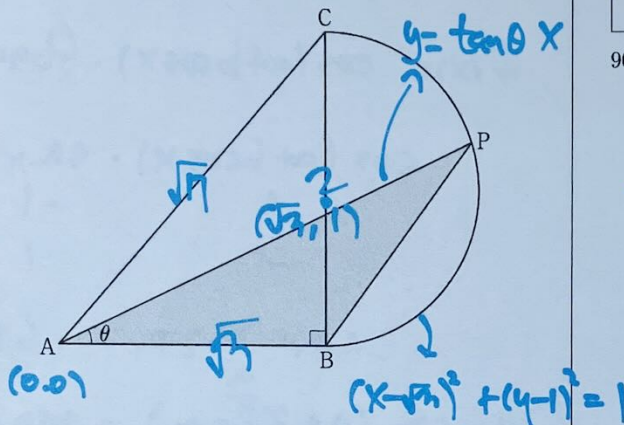
단답형

29. 그림과 같이 $\overline{AB} = \sqrt{3}$, $\overline{BC} = 2$ 이고 $\angle CBA = \frac{\pi}{2}$ 인

직각삼각형 ABC와 선분 BC를 지름으로 하는 반원이 있다.

호 BC 위의 점 P에 대하여 $\angle BAP = \theta$ 일 때, 삼각형 ABP의

넓이를 $f(\theta)$ 라 하자. $20f'(\frac{\pi}{6})$ 의 값을 구하시오. (단, 점 P는 점 B가 아니다.) [4점]



$$\sec^2 \theta x - 2\sqrt{3} + \tan \theta x + y = 0$$

$$f(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2} \tan \theta \frac{\sqrt{3} + \tan \theta + \sqrt{t^2 + 2\sqrt{3}t + 3} - 3\sec^2}{\sec^2 \theta}$$

$$f'(\theta) = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\sqrt{3} \sec^2 \theta + \sqrt{3^2 + 2\sqrt{3} \sec^2 \theta + 3} - 2\sec^2 \theta \right)$$

$$7 = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{2\sqrt{3}}{\pi} \times 20$$

45

30. 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 항이 양수인 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 을 모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} (-1)^n & (a_n < 1) \\ a_n & (a_n \geq 1) \end{cases}$$

이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} (3b_{3n-2} - 7b_{3n-1} + 2b_{3n})$ 은 수렴한다.

$$(나) b_5^2 = b_6^2 - \frac{9}{4}$$

$90a_3$ 의 값을 구하시오. [4점]

$$a_{n-2}(n-7r+2r^2) = 0$$

$$\begin{matrix} -1 & 2 \\ -3 & 1 \end{matrix}$$

$$r = 3$$

$$\textcircled{1} a_3 \geq 1 : a_5^2 = 3a_3 - \frac{9}{4}$$

$$a_5 = \frac{3}{2}$$

$$\therefore 90 \cdot \frac{1}{6} = 15$$

$$\textcircled{2} a_5 < 1$$

$$a_6 = \frac{13}{4} (\times)$$

15

※ 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

○ 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.