

수학 영역

홀수형

성명		수험 번호						—				
----	--	-------	--	--	--	--	--	---	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

이 안에 멋지고 놀라운 걸 심어줬는데

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형 (홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 ‘0’이 포함되면 그 ‘0’도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오. 배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통 과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- 공통과목 1~8 쪽
- 선택과목
 - 확률과 통계 9~12 쪽
 - 미적분 13~16 쪽
 - 기하 17~20 쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $\cos\frac{\pi}{3} + \sin\frac{5}{6}\pi$ 의 값은? [2점]

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

2. $\int_2^1 (x^3 - 3x^2)dx$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{17}{4}$ ② $\frac{13}{4}$ ③ $\frac{9}{4}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{1}{4}$

3. $a_1 = 3$ 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이 $\frac{a_6}{a_4} = 4$ 을 만족시킨다. 모든

$\sum_{n=1}^8 a_n$ 의 값의 합은? [3점]

- ① 510 ② 408 ③ 306 ④ 204 ⑤ 102

4. 다항함수 $f(x)$ 위의 점 $(1, 4)$ 에서의 접선의 기울기가 2일 때,

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x^3) - 4}{x^2 - 1}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

5. 함수 $f(x) = 2^x(2^x - 2)$ 에 대하여 함수 $f(x) + f(-x)$ 의 최솟값은? [3점]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

6. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 위의 점 $(-3, f(-3))$ 에서의 접선 l 의 기울기는 3이고 점 $(-3, f(-3))$ 을 지나고 l 과 수직인 직선이 점 O 를 지난다. 직선 l 과 x 축, y 축이 만나는 점을 각각 A , B 라 할 때, 삼각형 OAB 의 넓이는? (단, 점 O 는 원점이다.) [3점]

- ① $\frac{25}{6}$ ② $\frac{25}{3}$ ③ $\frac{25}{2}$ ④ $\frac{50}{3}$ ⑤ $\frac{125}{6}$

7. $\angle ABC = \frac{\pi}{2}$ 인 삼각형 ABC 에 대해 삼각형 ABC 외부의 점

D 가 $\angle ADB = \angle ACB$, $\angle BAD > \frac{\pi}{2}$, $\overline{CD} < \overline{CA}$ 를 만족한다.

$\angle ADC = \theta$ 라고 할 때, $\sin^2\theta + \cos^2 2\theta$ 의 값은? [3점]

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ 1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

8. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 속도 $v(t)$ 가

$$v(t) = 3t^2 - 4t - 4$$

이다. 점 P가 $t = 1$ 에서 $t = k(k > 1)$ 까지 움직인 거리가 131일 때, 상수 k 의 값은? [3점]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

9. 초항이 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 에 대하여 $a_m = 0$ 인 자연수 m 이 존재하고 $a_n + \left| \sum_{k=1}^n a_k \right| \geq 0$ 을 만족하지 않는 유일한 자연수 n 의 값이 9일 때, $2m$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 6 ③ 10 ④ 14 ⑤ 18

10. 최고차항의 계수가 1인 다항함수 $f(x)$ 가

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)f'(x)}{f(x)} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{xf'(x)}{f(x)} = 3$$

을 만족할 때, $f(3)$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

11. $a_2 = 1$ 인 수열 $\{a_n\}$ 의 첫째항부터 제 n 항까지의 합을 S_n 이라 하자. 다음은 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = nS_n$$

이 성립할 때, $\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{(k-1)!}$ 을 구하는 과정이다.

$n = 1$ 일 때, $a_2 = S_1 = a_1 = 1$ 이다.

$$a_{n+1} = nS_n$$

의 양변에 S_n 을 더하면

$$S_{n+1} = (n+1)S_n$$

이다. 따라서

$$S_n = \boxed{(가)} \quad (n \geq 1)$$

$S_n = \boxed{(가)}$ 이므로 $n \geq 2$ 에서

$$a_n = S_n - S_{n-1} = \boxed{(나)}$$

이다. 따라서

$$a_n = \begin{cases} \boxed{(나)} & (n \geq 2) \\ 1 & (n = 1) \end{cases}$$

이다. 따라서

$$\sum_{k=1}^n \frac{a_k}{(k-1)!} = \frac{a_1}{0!} + \sum_{k=2}^n \frac{a_k}{(k-1)!} = \boxed{(다)}$$

이다.

위의 (가), (나), (다)에 알맞은 식을 각각 $f(n)$, $g(n)$,

$h(n)$ 이라 할 때, $\frac{f(4)}{g(5) \times h(6)}$ 의 값은? [4점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{1}{16}$ ③ $\frac{1}{32}$ ④ $\frac{1}{64}$ ⑤ $\frac{1}{128}$

12. 최고차항의 계수가 양수인 삼차함수 $f(x)$ 와

$g(x) = |x-2| - |x+2| + x$ 에 대하여 함수

$$h(x) = \begin{cases} g(x) & (x < -3, x \geq 3) \\ f(x) & (-3 \leq x < 3) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $f(6)$ 의 값은? [4점]

- ① 2 ② 6 ③ 10 ④ 14 ⑤ 18

15. 모든 항의 계수가 같은 정수인 다항함수 $f_1(x)$ 과 자연수 n 에 대하여 함수

$$f_n(x) = \begin{cases} \{f_{(n-1)}(x)\}' & (n > 1) \\ f(x) & (n = 1) \end{cases}$$

라 하자. 함수 $f_n(x)$ 와 수열

$$a_n = f_n(0)$$

이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_{10} = 0$

(나) $a_3 \neq 0$

(다) $\sum_{n=1}^{10} a_n = 462$

$a_m \neq 0$ 을 만족시키는 모든 자연수 m 의 값의 합은? [4점]

① 23

② 22

③ 21

④ 20

⑤ 19

단답형

16. $\left(\frac{5^{\sqrt{5}}}{5}\right)^{\sqrt{5}+1}$ 의 값을 구하시오. [3점]

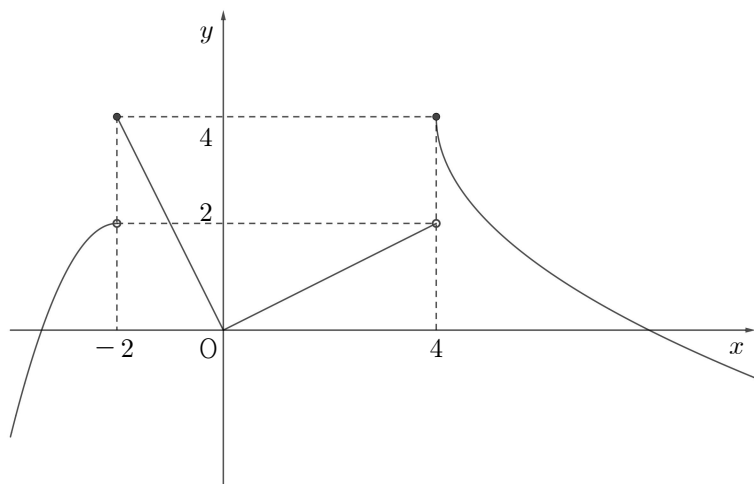
17. 함수

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 2 & (x < -1, x \geq 2) \\ ax + b & (-1 \leq x < 2) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이다. $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.

[3점]

18. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow 4^-} f(x) + f(-2)$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 수열 $\{a_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$(a_n - 3n + 4) \times (a_n - 2^{n-1}) = 0$$

을 만족시킬 때, $\sum_{n=1}^5 a_n$ 의 최댓값을 구하시오. [3점]

20. $a_n = 4 - 2^{3-n}$ 인 수열 $\{a_n\}$ 과 모든 자연수 n 에 대하여 $x \geq 0$ 에서 정의된 함수

$$f(x) = 2^{2-n} \sin 2^{n-1} \pi x \quad (a_n \leq x < a_{n+1})$$

가 있다. 양수 t 에 대하여 방정식 $f(x) = t$ 의 서로 다른 실근의 개수가 128개가 되도록 하는 t 의 범위가 $a < t < b$ 일 때,

$\log_2 \frac{1}{ab}$ 의 값을 구하시오. [4점]

21. 원 O 에 내접하는 사각형 $ABCD$ 가 있다. 선분 AC 와 BD 의 교점을 P 라 할 때, 사각형 $ABCD$ 와 점 P 는 다음 조건을 만족한다.

- (가) $\overline{AP} = 4$, $\overline{CP} = 6$
 (나) $\overline{BC} = \sqrt{21} \times \overline{AB}$
 (다) $\frac{10}{\cos(\angle CBD)} = \overline{AD}$

삼각형 CDP 의 넓이를 S 라 할 때, S^2 의 값을 구하시오. [4점]

22. 최고차항의 계수가 2이고 최솟값이 -54 인 사차함수 $f(x)$ 와 y 축과 평행하지 않은 직선 $g(x)$ 에 대하여 함수

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \geq g(x)) \\ 0 & (f(x) < g(x)) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 연속이고 $x = -1$ 에서만

미분가능하지 않다. 모든 $\int_{-1}^0 f(x)dx$ 의 값의 합은 $\frac{q}{p}$ 일 때,

$p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p, q 는 서로소인 자연수이다.)

[4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

홀수형

5지선다형

23. 양수 k 에 대하여 다항식 $(x+k)^4$ 의 전개식에서 상수항이 81일 때, x^2 의 계수는? [2점]

① 18 ② 27 ③ 36 ④ 45 ⑤ 54

24. 흰 바둑돌 3개, 검은 바둑돌 4개가 들어 있는 주머니에서 3개의 바둑돌을 동시에 꺼낼 때, 흰 바둑돌이 2개 이하로 나올 경우의 수는? [3점]

① 22 ② 26 ③ 30 ④ 34 ⑤ 38

25. 확률변수 X 가 평균이 m 이고 표준편차가 σ 인 정규분포를 따르고

$$P(X \leq 8) = 0.3, \quad P(X \geq 76) = 0.2$$

일 때, $m + \sigma$ 의 값은?
 (단, Z 가 표준정규분포를 따르는 확률변수일 때,
 $P(|Z| \leq 0.52) = 0.4$, $P(|Z| \leq 0.84) = 0.6$ 로 계산한다.) [3점]

① 80 ② 84 ③ 88 ④ 92 ⑤ 96

26. 서로 다른 두 주사위 A, B를 동시에 던져 나온 수를 각각 a , b 라 할 때, 부등식 $a^2 < 4(b+1)$ 이 성립할 확률은? [3점]

- ① $\frac{5}{9}$ ② $\frac{7}{12}$ ③ $\frac{11}{18}$ ④ $\frac{23}{36}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

단답형

29. 6이상의 자연수 p 에 대하여 p 개의 공이 들어있는 주머니가 있다. p 개의 공에는 각각 1부터 p 까지의 서로 다른 자연수가 하나씩 적혀있다. 이 주머니에서 임의로 1개의 공을 꺼내어 숫자를 확인한 후 다시 넣는 시행을 6번 반복하여 제 k 번째에 꺼낸 공에 적힌 숫자를 a_k 라 하자. 5이하의 모든 자연수 k 에서 $a_k \geq a_{k+1}$ 이 만족할 때, $a_1 \neq a_4$ 일 확률은 $\frac{33}{34}$ 이다. p 의 값을 구하시오. [4점]

30. 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 함수 $f : X \rightarrow X$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

- (가) 함수 f 의 치역의 원소 개수는 3이다.
(나) $f(n) \leq f(n+1)$ (n 은 5이하의 자연수)

집합 $Y = \{f(f(x)) \mid x \text{는 } 6 \text{이하의 자연수}\}$ 에 대하여

$n(Y) = 3$ 을 만족시킬 확률이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오.

(단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2}{n(n+2)}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{6}$
- ② $\frac{1}{3}$
- ③ $\frac{1}{2}$
- ④ $\frac{2}{3}$
- ⑤ $\frac{5}{6}$

24. $\int_0^{\pi} x^2 \sin x \, dx$ 의 값은? [3점]

- ① $\pi^2 + 4$
- ② $\pi^2 + 1$
- ③ $\pi^2 - 1$
- ④ $\pi^2 - 4$
- ⑤ $\pi^2 - 9$

25. 좌표평면 위를 움직이는 점 P의 시각 t ($t > 0$)에서의 위치 (x, y) 가

$$x = 6t^2 + 3, \quad y = 3\ln t - 2$$

이다. 점 P의 속력은 $t = k$ 에서 최소이고 최솟값은 m 이다. km^2 은? [3점]

- ① 9 ② 18 ③ 27 ④ 36 ⑤ 45

26. 실수 전체의 집합에서 증가하는 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $g(t)$ 를 함수 $f(x)$ 의 역함수 $f^{-1}(x)$ 위의 점 $(t, f^{-1}(t))$ 에서의 접선의 x 절편이라고 하자.

$$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - 10}{x - 3} = 2 \text{ 일 때, } g(10) \text{의 값은? [3점]}$$

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

27. 최고차항의 계수가 1 이고 $(3, 2)$ 를 지나는 삼차함수 $f(x)$ 와
함수 $g(x) = 2|x-1|$ 에 대하여 합성함수 $h(x) = (g \circ f)(x)$ 가
실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, $h(4)$ 의 값은? [3점]
- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

28. $t > \frac{1}{e}$ 인 실수 t 에 대하여 좌표평면 위에 곡선 $y = e^{tx}$ 와

곡선 $y = \ln x^{\frac{1}{t}}$ 이 있다. 곡선 $y = e^{tx}$ 위의 점 P, 곡선 $y = \ln x^{\frac{1}{t}}$
위의 점 Q에 대하여 선분 PQ의 길이의 최솟값을 $f(t)$ 라 하자.
 $\left| \frac{f'(e)}{f''(e)} \right|$ 의 값은? [4점]
- ① $\frac{2}{3}e$ ② e ③ $\frac{4}{3}e$ ④ $\frac{5}{3}e$ ⑤ $2e$

단답형

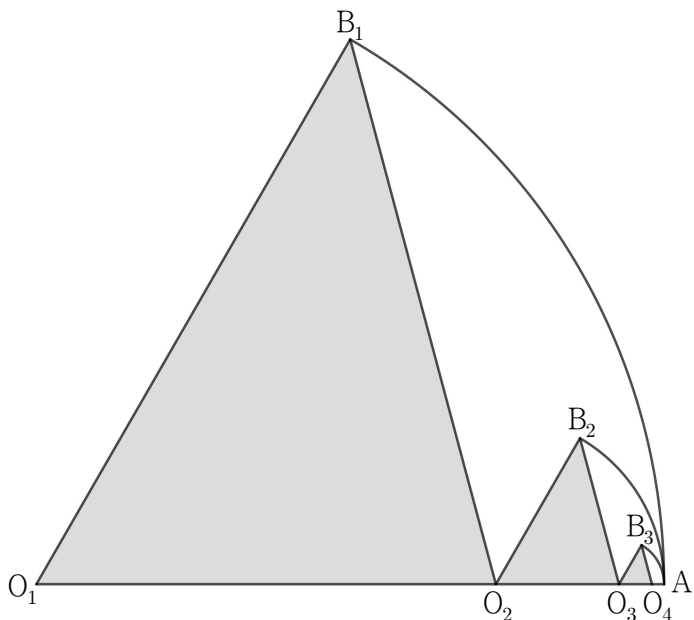
29. 그림과 같이 중심이 O_1 , 반지름의 길이가 4이고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 인 부채꼴 O_1AB_1 이 있다. 선분 O_1A 위에 점 O_2 를 $\angle O_1B_1O_2 = \frac{\pi}{4}$ 가 되도록 잡고 삼각형 $O_1B_1O_2$ 를 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자.

그림 R_1 에서 그림과 같이 중심이 O_2 고 중심각의 크기가 $\frac{\pi}{3}$ 인 부채꼴 O_2AB_2 를 그린다. 선분 O_2A 위에 점 O_3 를

$\angle O_2B_2O_3 = \frac{\pi}{4}$ 가 되도록 잡고 삼각형 $O_2B_2O_3$ 를 색칠하여 얻은 그림을 R_2 이라 하자.

이와 같은 과정을 계속하여 n 번째에 얻은 그림 R_n 에 색칠 되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n = a\sqrt{3} + b$ 이다.

$a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오. [4점]



30. $x > 0$ 에서 정의된 미분 가능한 함수 $f(x)$ 가 $f'(x) < 0$, $f(8) = 8$ 을 만족시킨다. $y = t$ 와 $y = f(x)$ 가 만나는 점의 좌표가 $(g(t), t)$ 일 때, 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 함수 $f(x)$ 는 음이 아닌 정수 k 에 대해 구간 $(4k, 4k+4]$ 에서 $f(x) = \frac{a_k x + b_k}{x^{m_k}}$ (단, m_k 는 0 혹은 1 이다.)

(나) 구간 $[4, 12]$ 에서 함수 $f(x)$ 와 $g(x)$ 는 $f(x) = g(x)$ 를 만족시킨다.

$\int_6^{12} f(x) dx$ 가 최대일 때, $\int_2^4 f(x) dx$ 와 $\int_{16}^{32} f(x) dx$ 가 최소인

함수 $f(x)$ 에 대하여 $\int_0^{24} g(x) dx$ 의 값이 $a + b \ln 2$ 일 때,

$|a - b|$ 의 값을 구하시오. [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

5지선다형

23. 좌표공간 위의 점 $A(3, a, b)$ 를 xy 평면에 내린 수선의 발 $H(3, 2, 0)$ 에 대하여 $\overline{AH} = 2$ 이다. $a+b$ 의 값의 최솟값은? [2점]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

23. 점 $F(3, 0)$ 을 지나는 기울기가 양수인 직선이 포물선 $y^2 = 12x$ 과 만나는 두 점을 A, B 라 하자. $\frac{\overline{AF}}{\overline{BF}} = 3$ 일 때, $\overline{AB}$ 의 값은? [3점]

① 2 ② 4 ③ 8 ④ 12 ⑤ 16

24. 삼각형 ABC와 선분 BC의 중점 M에 대하여 $|\overrightarrow{AB}| = 4$,
 $|\overrightarrow{AC}| = 6$, $|\overrightarrow{AM}| = \sqrt{19}$ 일 때, $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BM}|^2$ 의 값은? [3점]

- ① 64 ② 67 ③ 70 ④ 73 ⑤ 76

25. 타원 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 점 P에서의 접선이 x 축과 이루는

각의 크기와 y 축과 이루는 각의 크기가 같다. 점 P에서의
 접선이 x 축과 만나는 점을 A, y 축과 만나는 점을 B라 할 때,

삼각형 OAB의 넓이는 $\frac{25}{2}$ 이다. $a^2 + b^2$ 의 값은?

(단, 점 O는 원점이다.) [3점]

- ① 16 ② 19 ③ 22 ④ 25 ⑤ 28

26. 평면 α 위에 한 변의 길이가 8인 정삼각형 ABC가 있다. 평면 α 밖의 한 점 P에서 평면 α 에 내린 수선의 발 H는 삼각형 ABC 안에 있다. 점 P에서 선분 AB, BC, CA 위에 내린 수선의 발을 각각 H_1 , H_2 , H_3 가 $\overline{PH_1} = \overline{PH_3} = 4$, $\overline{PH_2} = 5$ 를 만족시킬 때, $\overline{PH}^2$ 의 값은? [3점]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

27. 제1사분면 위의 점 P가 두 점 $F(5, 0)$, $F'(-5, 0)$ 를

초점으로 가지는 쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위에 있다.

(가) $|\overrightarrow{PF} + \overrightarrow{PF'}| = 10$
(나) $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OF} = 7$

쌍곡선 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ 위의 점 P에서의 접선의 방정식이 y 축과

만나는 점을 A라 할 때, $\overline{OA}^2$ 의 값은?

(단, 점 O는 원점이다.) [4점]

- ① 25 ② 29 ③ 33 ④ 37 ⑤ 41

단답형

28. 평면 α 위에 있는 $\overline{AB} = 11$, $\overline{BC} = 10$, $\cos(\angle ABC) = \frac{4}{5}$ 인

삼각형 ABC와 평면 α 와의 거리가 2인 점 P에 대하여 점 P에서 평면 α 에 내린 수선의 발은 선분 AB 위에 있다. 직선 AB와 직선 CP가 서로 수직일 때, 평면 α 와 평면 PBC가 이루는 각의 크기를 θ 라 하자. $60\tan\theta$ 의 값을 구하시오. [4점]

29. 좌표평면 위의 두 점 $A(-2, 3)$, $B(2\sqrt{2}, 4)$ 에 대하여 점 P가 다음 조건을 만족시킨다.

$$(가) \ 2 \leq |\overrightarrow{AP}|^2 \leq 3$$

$$(나) \ \overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} \geq \overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OP}$$

$\overrightarrow{AQ} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AP}$ 를 만족시키는 점 Q에 대하여 선분 OQ 위의 점 X가 그리는 도형의 넓이는 S 이다. $S = a + b\sqrt{3} + c\pi$ 일 때, $|abc|$ 의 값을 구하시오. (단, a, b, c 는 유리수이다.) [4점]

* 확인 사항

○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.

체스잘하고싶다 모의고사

출제자 : 체스잘하고싶다

본 모의평가에 대한 저작권은 체스잘하고싶다에게 있으며, 저작권자의 허락 없이 전부 또는 일부를 영리적 목적으로 사용하거나 무단복제/2차적 저작물 작성 등으로 이용하는 일체의 행위는 정보통신망 이용촉진 및 정보보호, 저작권 관련 법률에 따라 금지되어 있으며 처벌받을 수 있습니다.

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.