

수학 영역

홀수형

성명		수험 번호																		
----	--	-------	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

- 문제지의 해당란에 성명과 수험 번호를 정확히 쓰시오.
- 답안지의 필적 확인란에 다음의 문구를 정자로 기재하십시오.

희망이라고 내게 다시 말해주는

- 답안지의 해당란에 성명과 수험 번호를 쓰고, 또 수험 번호, 문형(홀수/짝수), 답을 정확히 표시하십시오.
- 단답형 답의 숫자에 '0'이 포함되면 그 '0'도 답란에 반드시 표시하십시오.
- 문항에 따라 배점이 다르니, 각 물음의 끝에 표시된 배점을 참고하십시오.
배점은 2점, 3점 또는 4점입니다.
- 계산은 문제지의 여백을 활용하십시오.

※ 공통과목 및 자신이 선택한 과목의 문제지를 확인하고, 답을 정확히 표시하십시오.

- **공통과목** 1~8쪽
- **선택과목**
 - 확률과 통계 9~12쪽
 - 미적분 13~16쪽
 - 기하 17~20쪽

※ 시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.

오르비 김0한

제 2 교시

수학 영역

홀수형

5지선다형

1. $(\sqrt[3]{8\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 16 ⑤ 32

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^2+1}+2x}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

3. 첫째항과 공비가 모두 양수인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$(a_5)^2 = 4a_2a_4$$

를 만족시킬 때, $\frac{a_7}{a_6} + \frac{a_{11}}{a_8}$ 의 값은? [3점]

- ① $\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $3\sqrt{2}$ ④ $4\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{2}$

$$r^2 = 4$$

$$\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$$

4. 두 상수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 2x + 3 & (x \leq 1) \\ ax + b & (x > 1) \end{cases}$$

가 실수 전체의 집합에서 미분가능할 때, ab 의 값은? [3점]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

$$a+b=6$$

$$a=4$$

5. 함수 $f(x) = (x-1)(x^2+3x+3)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은? [3점]

- ① 20 ② 23 ③ 26 ④ 29 ⑤ 32

$$13+7 \\ (x-1)(2x+3)$$

6. $\cos\theta < 0$ 인 각 θ 에 대하여 $\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\theta\right) = \frac{1}{3}$ 일 때,
 $\sin\theta\cos\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ② $-\frac{2\sqrt{2}}{9}$ ③ 0 ④ $\frac{2\sqrt{2}}{9}$ ⑤ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$$\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\sin\theta = \frac{1}{3}$$

7. 상수 a 에 대하여 함수 $f(x) = x^2 + ax + 1$ 이 $\int_{-1}^1 xf(x)dx = 2$ 를 만족시킬 때, $f(3)$ 의 값은? [3점]

- ① 19 ② 22 ③ 25 ④ 28 ⑤ 31

$$x^2 + ax + 1 \\ \frac{a}{3}x^2 - 2$$

$$x^3 + ax^2 + x \quad a=3 \\ \left[\frac{1}{4}x^4 + \frac{a}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 \right]_{-1}^1$$

8. 두 실수 $a = (\log_2 3 + \log_3 5)^2$, $b = (\log_2 3)^2 + (\log_3 5)^2$ 에 대하여 2^{a-b} 의 값은? [3점]

- ① 16 ② 19 ③ 22 ④ 25 ⑤ 28

219,5



9. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시간 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가 상수 a 에 대하여

$$x = t^3 + at^2 - 4t$$

이다. 시간 $t=4$ 에서의 점 P의 속도와 가속도가 같을 때, 시간 $t=4$ 에서의 점 P의 위치는? [4점]

- ① 16 ② 20 ③ 24 ④ 28 ⑤ 32

$-\frac{16}{3}$

$$\begin{aligned} 3t^2 + 2at - 4 \\ 6t + 2a \\ 8a + 14 = 2a + 24 \\ a = -\frac{10}{3} \end{aligned}$$

10. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$ 과 양의 상수 b 가 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n (a_k)^2 = 3n^3 - \frac{3}{2}n^2 - bn$$

을 만족시킨다. a_{86} 의 값은? [4점]

- ① 10 ② 16 ③ 22 ④ 28 ⑤ 34

$$\begin{aligned} 9n^2 - 9n + 3 - 3n + \frac{3}{2} - b \\ 9n^2 - 12n + \frac{9}{2} - b \\ (3n-2)^2 \end{aligned}$$

11. 최고차항의 계수가 -1 이고 원점을 지나는 삼차함수 $f(x)$ 에서 x 의 값이 0 에서 2 까지 변할 때의 평균변화율과 $f'(a)$ 의 값이

$\frac{1}{2}$ 로 같게 되도록 하는 모든 실수 a 의 곱이 1 일 때,

$f(4)$ 의 값은? [4점]

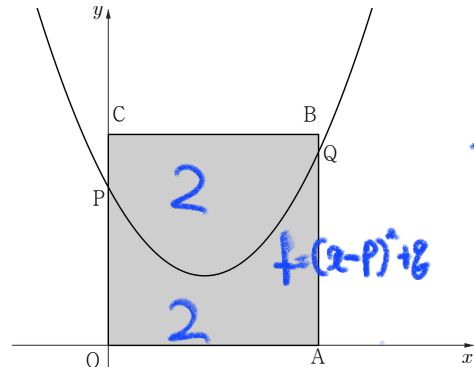
- ① -14 ② -16 ③ -18 ④ -20 ⑤ -22

$$\begin{aligned}
 f(2) - f(0) &= 1 & f(2) &= 1 & f(0) &= 0 \\
 f(x) &= -x(x-2)(x-k) + \frac{1}{2}x \\
 f(a) &= -a(2a-2-k) + \frac{1}{2}(a-2)(a-k) \\
 &= -2a^2 + (k+2)a - \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{2}(k+2)a - 1 \\
 &= -\frac{5}{2}a^2 + (k+2)a - 1 \\
 &= -3a^2 - 2k \\
 k &= \frac{3}{2} \\
 f(4) &= -8 \times \frac{5}{2} + 2
 \end{aligned}$$

12. 그림과 같이 좌표평면 위의 네 점 $O(0,0)$, $A(2,0)$, $B(2,2)$,

$C(0,2)$ 에 대하여 최고차항의 계수가 1 인 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 선분 OC , AB 와 만나는 점을 각각 P , Q 라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 가 사각형 $OABC$ 의 넓이를 이등분하고, $\overline{OP} \leq \overline{AQ}$ 일 때, $f'(3)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은? (단, 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 OA 는 만나지 않는다.) [4점]

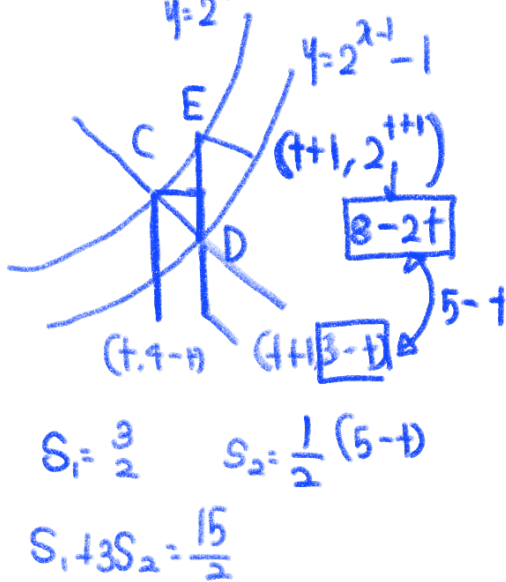
- ① $\frac{19}{3}$ ② 7 ③ $\frac{23}{3}$ ④ $\frac{25}{3}$ ⑤ 9



$$\begin{aligned}
 \int_0^2 f(x) dx &= 2 \\
 f(x) &= (x-1)^2 + \frac{2}{3} \\
 f(3) &= 4 \\
 f'(3) &= \frac{13}{3} \\
 f(2) &= 2 \\
 \frac{(2-p)^3}{3} - \frac{(-p)^3}{3} + 2p &= 2 \\
 p^3 + 6p^2 - 12p + 8 &= 2 - 2p \\
 (p^3 - 2p + \frac{4}{3}) + 1 &= 4p + 4 \quad 2p = \frac{5}{3}
 \end{aligned}$$

13. A(0,1), B(0,4)에 대하여 직선 $y=-x+4$ 가 두 곡선 $y=2^x$, $y=2^{x-1}-1$ 과 만나는 점을 각각 C, D라 하자. 점 D를 지나고 x축과 수직인 직선이 곡선 $y=2^x$ 과 만나는 점을 E라 하자. 삼각형 ABC의 넓이를 S_1 , 삼각형 CDE의 넓이를 S_2 라 할 때, S_1+3S_2 의 값은? [4점]

- ① 7 ② $\frac{15}{2}$ ③ 8 ④ $\frac{17}{2}$ ⑤ 9



14. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=-1$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 상수 k 에 대하여 함수

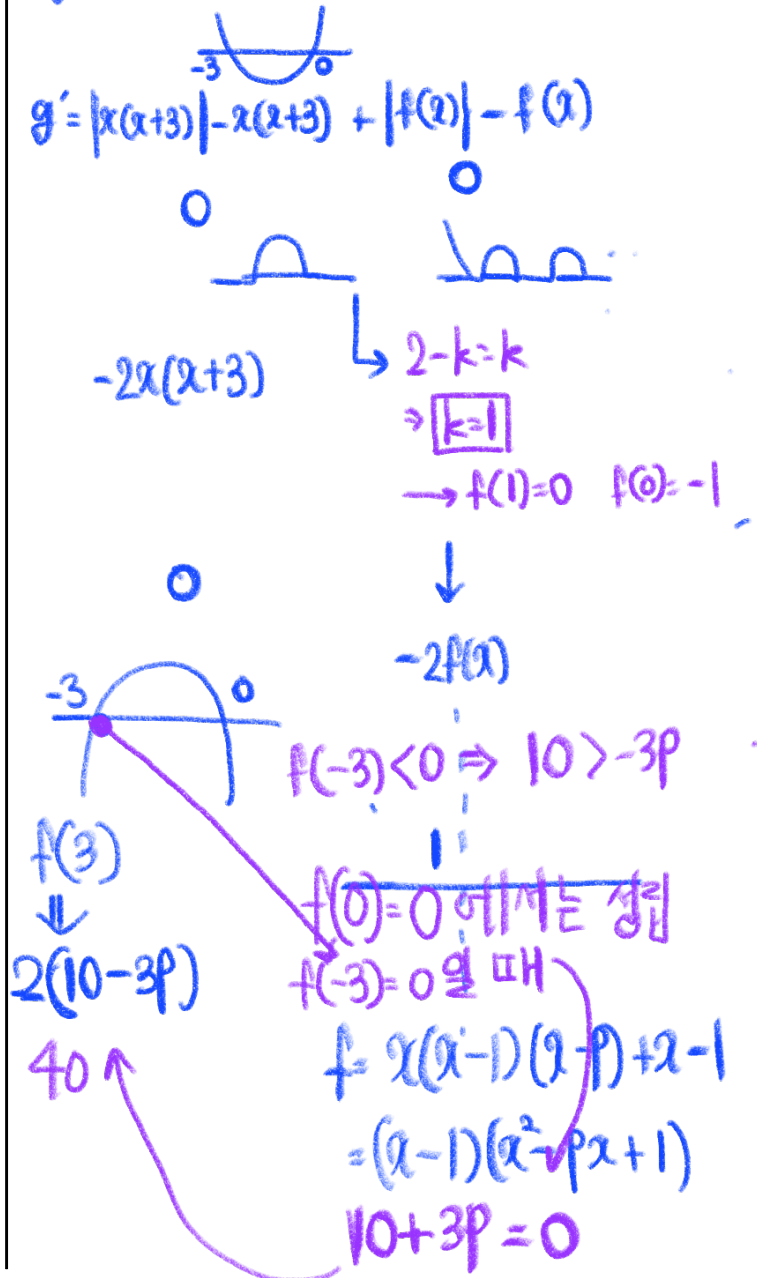
$$g(x) = \int_{-1}^x \{|t(t+3)| - t(t+3)\} dt + \int_2^x \{|f(t)| - f(t)\} dt$$

가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(x)$ 는 구간 $(-\infty, k)$ 에서 증가하고, 구간 $[k, \infty)$ 에서 $g(x)=0$ 이다.

$f(k+2)$ 의 최댓값은? [4점]

- ① 40 ② 42 ③ 44 ④ 46 ⑤ 48



18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{n=1}^{10} (a_n + n) = 80, \sum_{n=1}^{10} (a_n + b_n + 1) = 70$$

일 때, $\sum_{n=1}^{10} b_n$ 의 값을 구하시오. [3점]

35

19. $x > 0$ 에서 부등식 $2x^3 - 7x^2 + 4x + k \geq 0$ 을 만족시키는 실수 k 의 최솟값을 구하시오. [3점]

$$2x^3 - 14x^2 + 4x + 16 - 28 + 8 + k = 0$$

4

2

20. 함수 $f(x) = \sin \frac{\pi}{9}x$ 라 할 때, $0 < x < 9$, $9 < x < 18$ 에서

부등식

$$\frac{f(x)}{f\left(\frac{9}{2}-x\right)} > \frac{f\left(\frac{9}{2}-2x\right)}{f(2x)}$$

을 만족시키는 모든 자연수 x 의 값의 합을 구하시오. [4점]

$$\frac{\sin \frac{\pi}{9}x}{\cos \frac{\pi}{9}x} > \frac{\cos \frac{2\pi}{9}x}{\sin \frac{2\pi}{9}x}$$

$$\tan \frac{\pi}{9}x > \frac{1}{\tan \frac{2\pi}{9}x}$$

$0 < x \leq 4$ $x=2, 3, 4$

$5 \leq x < 9$ $x=8$

$\frac{\pi}{9}, \frac{5\pi}{9}$

$\tan \frac{\pi}{9}, \tan \frac{5\pi}{9}, \tan \frac{8\pi}{9}, \frac{1}{\tan \frac{\pi}{9}}$

$\therefore 17 + 17 + 36$

70

21. 첫째항이 1 인 수열 $\{a_n\}$ 과 2 이상의 자연수 k 가 모든 자연수 n 에 대하여

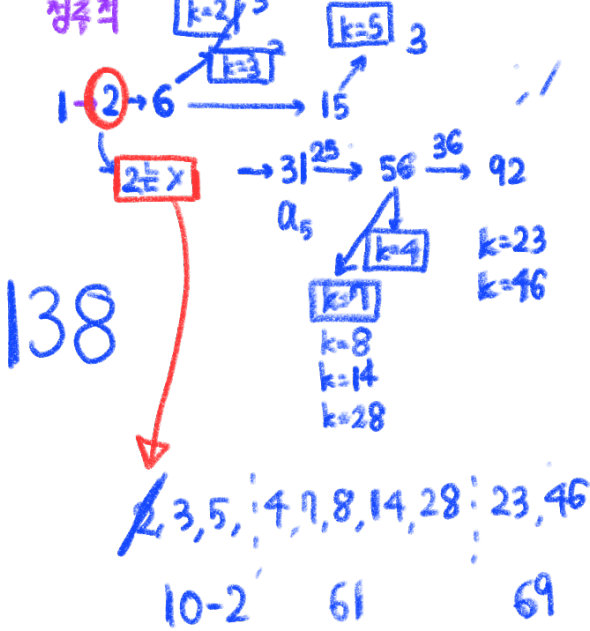
$$a_{n+1} = \begin{cases} \frac{a_n}{k} & (a_n \text{ 이 } k \text{ 의 배수인 경우}) \\ a_n + n^2 & (a_n \text{ 이 } k \text{ 의 배수가 아닌 경우}) \end{cases}$$

a_n 이 처음으로 k 가 되는 경우

이다. $a_n > a_{n+1}$ 을 만족시키는 자연수 n 의 최솟값을 m 이라

하자. $a_{m+1} > 1$ 을 만족시키는 7 이하의 자연수 m 이 존재하도록

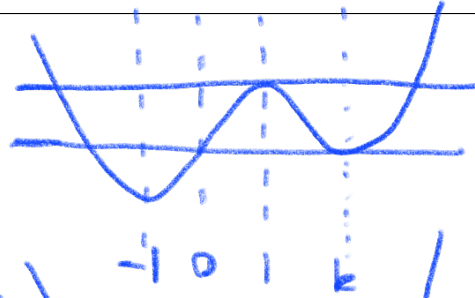
하는 2 이상의 모든 자연수 k 의 값의 합을 구하시오. [4점]



22. 최고차항의 계수가 $\frac{1}{2}$ 이고 서로 다른 세 근값을 갖는

사차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 방정식 $f(x) = f(t)$ 의 서로 다른 모든 실근의 곱을 $g(t)$ 라 하자. 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때, $\{f'(0)\}^2$ 의 값을 구하시오. [4점]

함수 $g(t)$ 는 $t = -1$ 에서만 불연속이다.



$$f' = 2(x^2 - 1)(x - k) \quad f'(0) = -2k$$

$$= 2x^3 - 2kx^2 - 2x + 2k$$

$$\frac{1}{2}x^4 - \frac{2}{3}kx^3 - 2^2x + 2k$$

$$x = k \Rightarrow -\frac{k^4}{6} + k^2 = \boxed{k^2 = 6}$$

$$f'(0)^2 = 4k^2$$

24

* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(확률과 통계)

홀수형

5지선다형

23. [2점]

- ① 60 ② 64 ③ 68 ④ 72 ⑤ 76

24. [3점]

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

25. [3점]

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{2}{3}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{4}{5}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

26. [3점]

- ① 3.47 ② 3.84 ③ 4.21 ④ 4.58 ⑤ 4.95

27. [3점]

- ① $\frac{3}{64}$ ② $\frac{5}{96}$ ③ $\frac{11}{192}$ ④ $\frac{1}{16}$ ⑤ $\frac{13}{192}$

28. [4점]

- ① $\frac{2}{5}$ ② $\frac{5}{11}$ ③ $\frac{28}{55}$ ④ $\frac{31}{55}$ ⑤ $\frac{34}{55}$

29. [4점]

(가)
(나)

30. [4점]

제 2 교시

수학 영역(미적분)

홀수형

5지선다형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x \sin 2x}{3x^2}$ 의 값은? [2점]

- ① 1 ☒ ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

24. $\int_2^4 \frac{x+2}{x^2} dx$ 의 값은? [3점]

- ① $2\ln 2 + \frac{1}{4}$ ② $2\ln 2 + \frac{1}{2}$ ③ $\ln 2 + \frac{1}{4}$
☒ ④ $\ln 2 + \frac{1}{2}$ ⑤ $\ln 2 + 1$

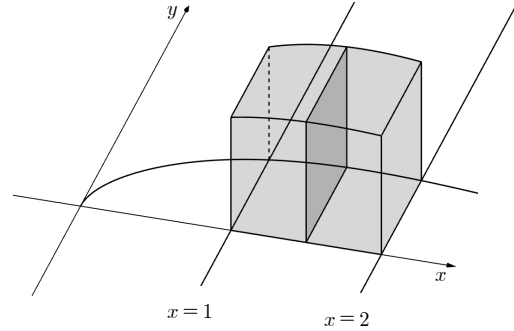
25. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{n+1} = 2, \lim_{n \rightarrow \infty} (a_n - 2b_n) = 1$$

일 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(a_n)^2 + 2(b_n)^2}{a_n b_n}$ 의 값은? [3점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

26. 그림과 같이 곡선 $y = \sqrt{x^2 + x} e^{-\frac{x}{2}}$ 와 x 축 및 두 직선 $x=1$, $x=2$ 로 둘러싸인 부분을 밑변으로 하는 입체도형이 있다 이 입체도형을 x 축에 수직인 평면으로 자른 단면이 모두 정사각형 일 때, 이 입체도형의 부피는? [3점]



① $\frac{7e-13}{e^2}$

② $\frac{7e-12}{e^2}$

③ $\frac{7e-11}{e^2}$

④ $\frac{7e-10}{e^2}$

⑤ $\frac{7e-9}{e^2}$

$$\begin{aligned} & (x^2+x)e^{-x/2} \\ & (-x^2-3x-3)e^{-x/2} \\ & \frac{7}{e} - \frac{13}{e^2} \end{aligned}$$

?

27. 실수 전체의 집합에서 증가하고 미분가능한 함수 $f(x)$ 에 대하여 함수 $f(x^3+x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 하자. $f(2)=3$, $f'(2)=2$ 일 때, $g'(3)$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{2}{13}$ ③ $\frac{1}{5}$ ④ $\frac{2}{7}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

$$(3x^2+1)f(x^3+x)$$

$$h(g(x))=x$$

$$g'(x) \times h'(g(x)) = 1 \quad \boxed{h'(x) = (3x^2+1)f'(x^3+x)}$$

$$g(3) \times h'(3) = 1 \quad \boxed{h'(3) = 4f'(2)}$$

$$\downarrow$$

$$4f'(2)$$

*

$$\int \sec x$$

$$= \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1+\sin x}{1-\sin x} \right| + C$$

28. $0 < t < \frac{\pi}{4}$ 인 실수 t 에 대하여 구간 $\left[0, \frac{\pi}{2}\right)$ 에서 정의된 두 함수

$$y = \sin 2t \sec x, \quad y = \tan x$$

의 그래프와 y 축으로 둘러싸인 부분의 넓이를 $g(t)$ 라 하자.

$2g\left(\frac{\pi}{12}\right) + \sqrt{3}g'\left(\frac{\pi}{12}\right)$ 의 값은? [4점]

- ① $\ln \frac{9}{2}$ ② $\ln \frac{21}{4}$ ③ $\ln 6$ ④ $\ln \frac{27}{4}$ ⑤ $\ln \frac{15}{2}$

$$\int_0^{2t} (\sin 2t \sec x - \tan x) dx$$

$$\xrightarrow{0} \ln 3 \sqrt{3} + 2 - 2$$

$$2(\cos 2t) \int_0^{2t} \sec x dx + 2 \sin 2t + \sec 2t - 2 \tan 2t$$

$$\sqrt{3} \left(2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{2} \ln 3 + 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{3} \right)$$

$$\sin 2t + \int_0^{2t} \sec x dx - \int_0^{2t} \tan x dx$$

$$\downarrow$$

$$\frac{\cos x}{1 - \sin^2 x}$$

$$\frac{1}{2} \left(\frac{1}{1 - \sin^2 x} + \frac{1}{1 + \sin^2 x} \right) \cos x$$

$$\sin 2t + \left[\frac{1}{2} \ln |1 + \sin x| - \frac{1}{2} \ln |1 - \sin x| \right]_0^{2t} + \left[\ln |\cos x| \right]_0^{2t}$$

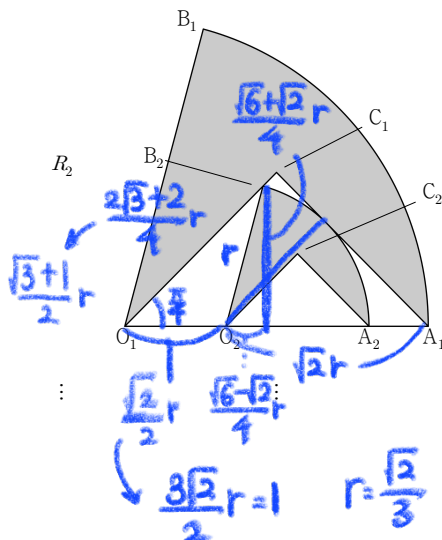
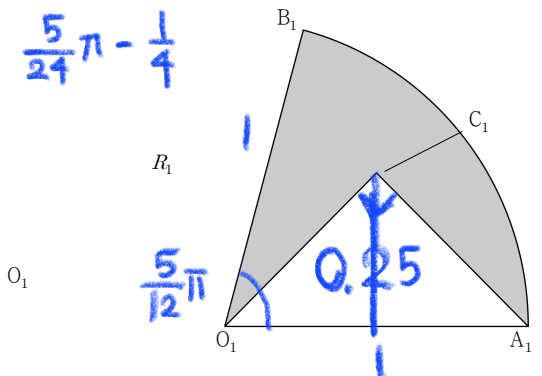
$$\sin 2t + \left(\frac{1}{2} \ln \left| \frac{1 + \sin 2t}{1 - \sin 2t} \right| \right) + \ln |\cos 2t|$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \ln 3 + \ln \frac{\sqrt{3}}{2} \leftarrow \textcircled{B}$$

$$\ln \sqrt{3} + \ln \frac{3}{4}$$

단답형

29. 그림과 같이 중심이 O_1 , 반지름의 길이가 1이고 중심각의 크기가 $\frac{5\pi}{12}$ 인 부채꼴 $O_1A_1B_1$ 이 있다. 부채꼴 내부의 점 C_1 을 $\overline{O_1C_1} = \overline{A_1C_1}$, $\angle O_1C_1A_1 = \frac{\pi}{2}$ 가 되도록 잡는다. 삼각형 $O_1C_1A_1$ 을 그린 후, $\triangle$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_1 이라 하자. 그림 R_1 에서 선분 O_1A_1 위의 점 중 점 O_1 와 가까운 점 O_2 , 점 A_1 와 가까운 점 A_2 , 선분 O_1C_1 위의 점 B_2 를 $\overline{O_2A_2} = \overline{O_2B_2}$ 이고, 중심이 O_2 , 반지름의 길이가 $\overline{O_2A_2}$, 중심각의 크기가 $\frac{5\pi}{12}$ 인 부채꼴 $O_2A_2B_2$ 의 호 A_2B_2 와 선분 A_1C_1 이 접하도록 잡고, 부채꼴 $O_2A_2B_2$ 를 그린다. 그림 R_1 을 얻은 것과 같은 방법으로 점 C_2 를 잡고, 삼각형 $O_2C_2A_2$ 를 그린 후, $\triangle$ 모양의 도형에 색칠하여 얻은 그림을 R_2 라 하자. 이와 같은 과정을 계속하여 n 번째 얻은 그림 R_n 에 색칠되어 있는 부분의 넓이를 S_n 이라 할 때, $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$ 의 값은 $\frac{q}{p}(5\pi - 12)$ 이다. $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]



59

$$\frac{\frac{1}{24}(5\pi - 6)}{1 - \frac{2}{9}} = \frac{3}{8} \times \frac{1}{9}(5\pi - 6)$$

16 20

30. 세 상수 $a, b(b > 0), c$ 에 대하여 (실수 전체의 집합에서 연속인) 함수

$$f(x) = \begin{cases} (x-a)e^x & (x \leq 1) \\ \frac{b \ln x}{x} + c & (x > 1) \end{cases}$$

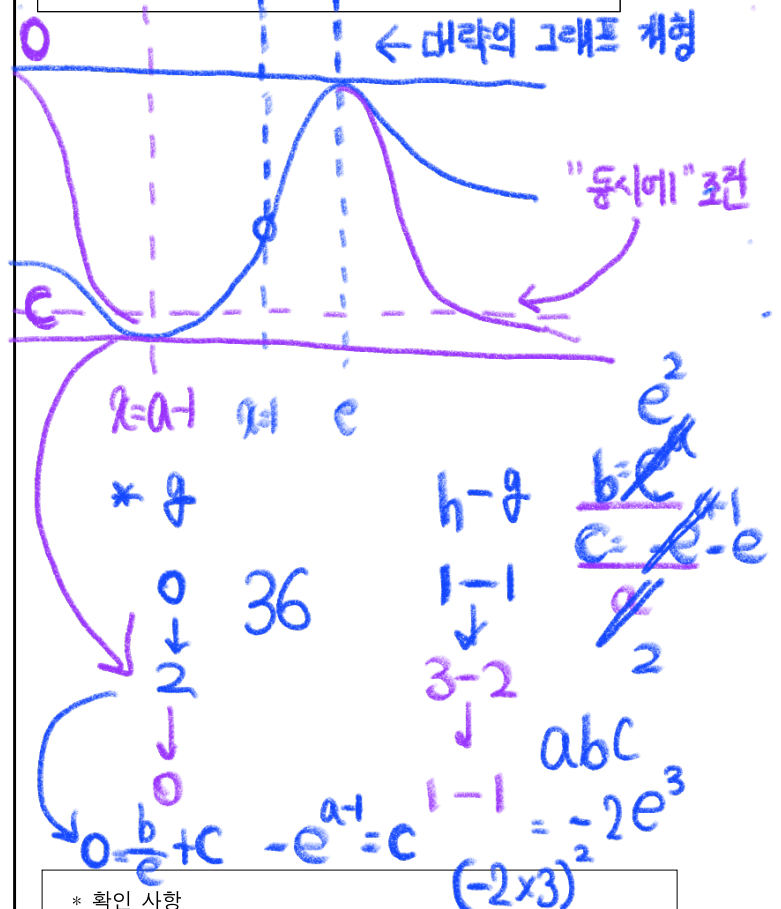
가 있다. 함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 함수 $y = |f(x) - t|$ 가 극대가 되는 x 의 개수를 $g(t)$, 극소가 되는 x 의 개수를 $h(t)$ 라 하자. 함수 $f(x), g(t), h(t)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,

$abc = p \times e^q$ 이다. $(pq)^2$ 의 값을 구하시오. (단, $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$,

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ 이고, p 와 q 는 유리수이다.) [4점]

(가) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \geq 0$

(나) 함수 $g(t)$ 와 $h(t) - g(t)$ 는 모두 $t = \alpha, t = \beta$ 에서 불연속이다. (단, α 와 β 는 상수이고, $\alpha < \beta$ 이다.)



* 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

제 2 교시

수학 영역(기하)

홀수형

5지선다형

23. [2점]

- ① 5 ② 4 ③ 3 ④ 2 ⑤ 1

24. [3점]

- ① $6\sqrt{2}$ ② $8\sqrt{2}$ ③ $10\sqrt{2}$ ④ $12\sqrt{2}$ ⑤ $14\sqrt{2}$

25. [3점]

- ① 6π ② 4π ③ 2π ④ π ⑤ $\frac{\pi}{2}$

26. [3점]

- ① $\frac{17}{2}$ ② 9 ③ $\frac{19}{2}$ ④ 10 ⑤ $\frac{21}{2}$

27. [3점]

① $3\sqrt{3}$

② $\frac{10\sqrt{3}}{3}$

③ $\frac{11\sqrt{3}}{3}$

④ $4\sqrt{3}$

⑤ $\frac{13\sqrt{3}}{3}$

28. [4점]

① $\frac{12}{5}$

② $\frac{5}{2}$

③ $\frac{13}{5}$

④ $\frac{27}{10}$

⑤ $\frac{14}{5}$

단답형

29. [4점]

30. [4점]

* 확인 사항
○ 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
하십시오.

※시험이 시작되기 전까지 표지를 넘기지 마시오.