

수학 영역

by 이대은T 1

제 2 교시

5지 선 다 형

1. $(3^{1-\sqrt{2}})^2 \times 9^{\sqrt{2}}$ 의 값은? [2점]

- ① $\frac{1}{9}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ 1 ④ 3 ⑤ 9

2. 함수 $f(x) = x^3 - 2x + 5$ 에 대하여 $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$ 의 값은?

[2점]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

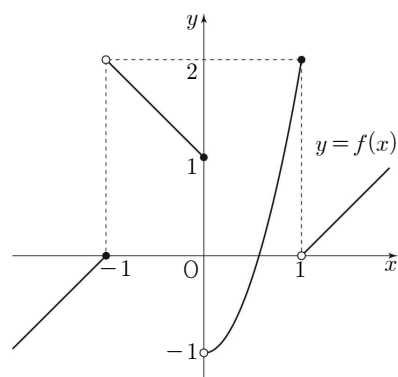
3. 첫째항과 공비가 모두 양수 k 인 등비수열 $\{a_n\}$ 이

$$a_2(k^2 + 1) = 3a_4$$

를 만족시킬 때, a_3 의 값은? [3점]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{8}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{9}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ④ $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ⑤ $\frac{\sqrt{3}}{2}$

4. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프가 그림과 같다.



$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ 의 값은? [3점]

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

5. 함수 $f(x) = (2x+1)(x^2-2x+5)$ 에 대하여 $f'(2)$ 의 값은?

[3점]

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

6. $\frac{3}{2}\pi < \theta < 2\pi$ 인 θ 에 대하여 $\sin\theta \tan\theta + \cos\theta = 3$ 일 때,
 $\sin\theta - \tan\theta$ 의 값은? [3점]

- ① $-\frac{4\sqrt{2}}{3}$ ② $-\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ③ 0
 ④ $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ⑤ $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

7. 다항함수 $f(x)$ 가

$$f'(x) = x^2 - kx + k - 1, \quad f(0) = 2$$

를 만족시킨다. 함수 $f(x)$ 가 극값을 갖지 않을 때, $f(3)$ 의 값은?
 (단, k 는 상수이다.) [3점]

- ① 2 ② 5 ③ 8 ④ 11 ⑤ 14

8. 부등식 $2^{|x|} + \frac{64}{2^{|x|}} \leq 20$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [3점]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

9. 다항함수 $f(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$xf(x) = ax^3 + 2x - 3 + \int_0^1 f'(t)dt$$

를 만족시킬 때, $\int_0^2 f(x)dx$ 의 값은? (단, a 는 상수이다.) [4점]

- ① 3 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 15

9번

Note1. 함수가 정적분을 포함하는 경우 $f(x) = g(x) + \int_a^b f(t)dt$

$$\Rightarrow \textcircled{1} \int_a^b f(t)dt = \alpha \text{로 치환하기}$$

$$\textcircled{2} \alpha = \int_a^b \{g(t) + \alpha\}dt \text{ 이용하여 } \alpha \text{ 구하기}$$

10. 모든 항이 자연수이고 공차가 같은 두 등차수열 $\{a_n\}, \{b_n\}$ 이 모든 자연수 n 에 대하여

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k \times b_k} = \frac{n}{8n+4}$$

을 만족시킬 때, $\sum_{k=1}^5 (a_k + b_k)$ 의 값은? [4점]

- ① 100 ② 110 ③ 120 ④ 130 ⑤ 140

10번

Note1. 문제에 합 S_n 이나 $\sum_{k=1}^n a_k$ 이 주어진 경우

$$\Rightarrow S_n - S_{n-1} = a_n \quad (n \geq 2), \quad S_1 = a_1 \text{ 이용하기}$$

$$\sum_{k=1}^n a_k - \sum_{k=1}^{n-1} a_k = a_n \quad (n \geq 2), \quad \sum_{k=1}^1 a_k = a_1 \text{ 이용하기}$$

Note2. 등차수열의 a_n 이나 S_n 이 주어지거나 구하는 경우

$$\Rightarrow a_n = dn + k, \quad S_n = \frac{d}{2}n^2 + kn \text{으로 다항함수의 성질을 이용할 수 있다.}$$

11. 수직선 위를 움직이는 점 P의 시각 $t(t \geq 0)$ 에서의 위치 x 가

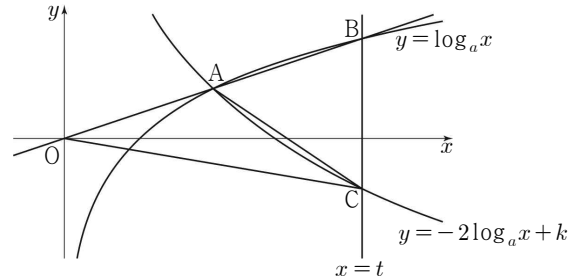
$$x = kt^3 - 6t^2 + t$$

이다. 양수 k 에 대하여 시각 $t = k$ 에서 점 P의 속도가 1일 때, 시각 $t = 2k$ 에서 점 P의 가속도는? [4점]

- ① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 84

12. 그림과 같이 세 상수 $a(a > 1)$, k , t 에 대하여

두 곡선 $y = \log_a x$, $y = -2\log_a x + k$ 가 만나는 점을 A라 하고, 직선 $x = t$ 가 두 곡선 $y = \log_a x$, $y = -2\log_a x + k$ 와 만나는 점을 각각 B, C라 하자. 직선 AB가 원점 O를 지나고 두 삼각형 OCA, ACB의 넓이가 2로 같을 때, $a \times k \times t$ 의 값은? (단, $k > 0$ 이고, t 는 점 A의 x 좌표보다 크다.) [4점]



- ① $8\sqrt{2}$ ② 16 ③ $16\sqrt{2}$ ④ 24 ⑤ $24\sqrt{2}$

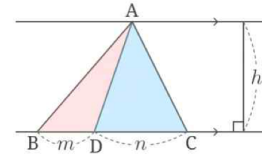
12번

Note1. 높이가 같은 두 삼각형의 넓이비

⇒ 밑변의 길이비와 넓이비가 동일하다. (다음에서

'(길이비)² = 넓이비'와 혼동하면 안 된다.)

$$\triangle ABD : \triangle ADC = m : n$$



Note2. 좌표의 비율 주어짐

⇒ ① 좌표들은 동일한 미지수로 표현

② 주어진 곡선 위의 점임을 이용

Note3. 두 곡선 $f(x)$, $g(x)$ 교점의 x 좌표

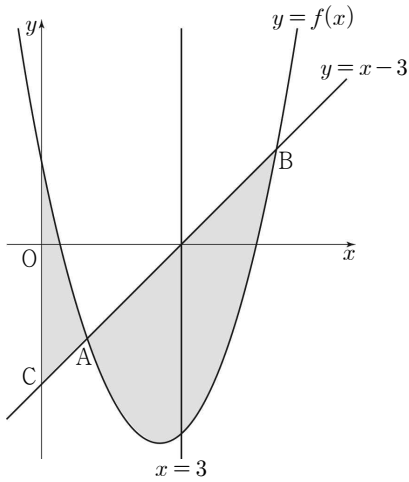
⇒ $f(x) = g(x)$ 실근 이용하기

Note4. 미지수가 3개 이상일 때 연립

⇒ 형태가 비슷한 식의 풀 이용하여 계산량 최대한 줄이기

13. 최고차항의 계수가 1인 이차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=x-3$ 이 x 좌표가 양수인 두 점 A, B에서 만난다. 직선 $y=x-3$ 과 y 축이 만나는 점을 C라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 와 y 축 및 선분 AC로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_1 , 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를 S_2 라 하자. 곡선 $y=f(x)$ 와 선분 AB로 둘러싸인 부분의 넓이를 직선 $x=3$ 이 이등분하고, $S_2-2S_1=6$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은? (단, 점 A의 x 좌표는 3보다 작고, 점 B의 x 좌표는 3보다 크다.) [4점]

- ① $\frac{15}{2}$ ② 8 ③ $\frac{17}{2}$ ④ 9 ⑤ $\frac{19}{2}$



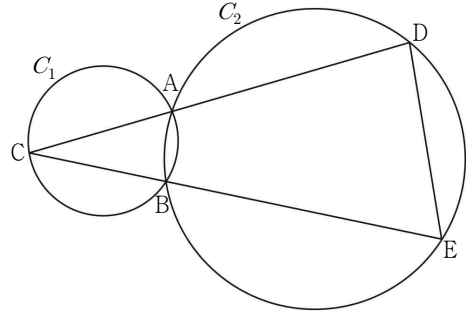
13번

- Note1.** 기하적 조건 (길이, 넓이, 평행 등)이 주어진 경우
⇒ 그래프를 그려서 최대한 기하적 관점에서 해석을 진행한다.
- Note2.** 이차함수와 삼차함수
⇒ 각각 선대칭성과 점대칭성을 이용하여 기하적 해석을 시도하는 것이 좋다.
- Note3.** 동일한 곡선으로 둘러싸인 두 영역이 한점을 공유할 때 넓이차를 구하는 경우
⇒ 겹치는 영역을 소거하는 방향으로 하나의 정적분으로 영역의 넓이차 구하기
- Note4.** 미지수 구하기
⇒ 미지수의 개수만큼 관계식 개수 맞추기

14. 그림과 같이 반지름의 길이가 각각 r_1, r_2 인 두 원 C_1, C_2 가 만나는 두 점을 A, B라 하자. 원 C_1 위의 점 C와 원 C_2 위의 두 점 D, E에 대하여 세 점 C, A, D와 세 점 C, B, E가 각각 한 직선 위에 있다.

$$r_1 : r_2 = 1 : 2, \quad \overline{AC} = 3, \quad \overline{AD} = 5, \quad \overline{DE} = 4$$

일 때, 선분 CE의 길이는? [4점]



- ① $3\sqrt{7}$ ② $\sqrt{66}$ ③ $\sqrt{69}$ ④ $6\sqrt{2}$ ⑤ $5\sqrt{3}$

14번

- Note1.** 사인법칙을 주로 사용하는 경우
⇒ ① 각 2개, 변 1개가 주어진 경우
② 외접원의 반지름
③ 길이비 또는 sin비가 주어진 경우
- Note2.** 코사인법칙을 주로 사용하는 경우
⇒ ① 각 1개 변 2개 주어진 경우
② 변 3개가 주어진 경우
③ 세 변의 길이비가 주어진 경우
- Note3.** 원에 내접하는 내접사각형이 주어진 경우
⇒ 마주보는 두 각의 합이 π 임을 이용하기

15. 최고차항의 계수가 1이고 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$ 인 사차함수 $f(x)$ 와

실수 전체의 집합에서 연속인 함수 $g(x)$ 가 모든 실수 x 에 대하여

$$\{g(x)-x\}\{g(x)-f(x)\}=0$$

을 만족시킨다. 함수 $g(x)$ 가 다음 조건을 만족시킬 때,

모든 $\frac{g(-2)}{g(3)}$ 의 값의 합은? [4점]

(가) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{g(x)-g(2)}{x-2}$ 의 값은 존재하지 않는다.

(나) $x \geq a$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $g(-x) = -g(x)$ 를 만족시키는 실수 a 의 최솟값은 4이다.

- ① $-\frac{41}{3}$ ② -13 ③ $-\frac{37}{3}$ ④ $-\frac{35}{3}$ ⑤ -11

15번

Note1. n 차 함수 구하기

⇒ 관계식 $(n+1)$ 개 구하기

Note2. 다항함수 $f(x)$ 에 대하여 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{ax^n} = b$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{ax^n} = b$ 의

극한

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{ax^n} = b \Rightarrow f(x) = abx^n + \dots$$

(최고차항의 차수와 계수를 알 수 있다.)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{ax^n} = b \Rightarrow f(x) = \dots + abx^n$$

(최저차항의 차수와 계수를 알 수 있다.)

Note3. 우함수나 기함수가 주어진 경우

⇒ 대칭성을 이용하여 기하적 해석을 시도한다.

Note4. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)-f(a)}{x-a}$, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ 의 좌극한이나

우극한

⇒ 미분계수의 형태로 접선의 기울기의 좌극한이나

우극한 관점에서 해석하고, 보통 미분 불가능한 점에 대한 해석으로 이어지는 경우가 많다.

Note5. 두 곡선의 교점의 x 좌표가 주어진 경우

⇒ 차함수의 인수정리 이용하기

단답형

16. 방정식

$$\log_{\sqrt{3}}(x-3) = \log_3(5x-1)$$

을 만족시키는 실수 x 의 값을 구하시오. [3점]

17. $\int_0^a (4x^2 - 3x)dx = \int_0^a (x^2 + x)dx$ 를 만족시키는 양수 a 의 값을 구하시오. [3점]

18. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$ 에 대하여

$$\sum_{k=1}^5 (a_k + 3) = 30, \quad \sum_{k=1}^5 (2a_k + b_k) = 53$$

일 때, $\sum_{k=1}^5 b_k$ 의 값을 구하시오. [3점]

19. 최고차항의 계수가 1인 삼차함수 $f(x)$ 에 대하여 곡선 $y = f(x)$ 위의 점 $(0, 1)$ 에서의 접선이 곡선 $y = f(x)$ 와 점 $(1, 0)$ 에서 만난다. $f(3)$ 의 값을 구하시오. [3점]

20. 양수 t 에 대하여 닫힌구간 $\left[0, \frac{2}{t}\right]$ 에서 정의된 두 함수

$$f(x) = \sqrt{3} \sin(t\pi x), \quad g(x) = -3 \cos(t\pi x)$$

가 있다. $0 < k < \frac{2}{t}$ 인 상수 k 에 대하여 $f(k) = g(k) = 3k$ 일 때, $60(t+k)$ 의 값을 구하시오. [4점]

20번

Note1. 방정식 $a \sin x = b \cos x$ 이 주어진 경우

$$\Rightarrow \tan x = \frac{b}{a} \text{으로 변형하여 풀기}$$

Note2. 삼각함수의 미지수 구하기

$\Rightarrow$ 미지수의 역할 이용하기

$$y = a \sin bx + c \text{에서 } M = |a| + c, \quad m = -|a| + c,$$

$$\text{주기} = \frac{2\pi}{|b|}$$

Note3. 조건을 만족시키는 경우가 두 가지 이상인 경우

$\Rightarrow$ 귀류법 (부등식, 자연수 조건)을 이용하여 모순인 경우 제외시키기

21. 최고차항의 계수가 1이고 $f(0)=0$ 인 삼차함수 $f(x)$ 와 실수 t 에 대하여 곡선 $y=f(x)$ 와 직선 $y=t$ 가 만나는 점의 개수를 $g(t)$ 라 하자. 양수 a 와 함수 $g(t)$ 가 다음 조건을 만족시킨다.

함수 $g(t)+g(t-4)$ 는 $t=0$ 과 $t=a$ 에서만 불연속이다.

$f(a)$ 의 최솟값을 구하시오. [4점]

21번

Note1. n 차 함수 구하기

⇒ 관계식 $(n+1)$ 개 구하기

Note2. 곡선과 직선의 위치관계

⇒ 직선이 접선이나 점근선일 때 답이 되는 경우가 많다.

Note3. 함수값 $f(a)$ 의 최대 최소 구하기

case1. $f(x)$ 가 여러개 나오는 경우 ⇒ 직접 $f(a)$ 구해서 비교하기

case2. $f(x)$ 가 미지수 1개 포함

⇒ ① 미지수 1개로 통일하기 ② 미지수의 범위 구하기

Note4. 삼차함수 $y=ax^3+bx^2+cx+d$ 의 극대 극소 x 좌표가 α, β 일 때 극댓값과 극솟값의 차

⇒ (극댓값)-(극솟값) = $\frac{|a|(\beta-\alpha)^3}{2}$

22. 모든 항이 실수인 수열 $\{a_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) $a_1 \times a_2 > 0$

(나) 모든 자연수 n 에 대하여

$$a_{n+1} = \begin{cases} a_n^2 & (a_n \leq 0) \\ -2a_n + 3 & (a_n > 0) \end{cases}$$

이다.

$a_3 = a_5$ 가 되도록 하는 모든 a_1 의 값의 합이 $\frac{q}{p}$ 일 때, $p+q$ 의 값을 구하시오. (단, p 와 q 는 서로소인 자연수이다.) [4점]

22번

Note1. 점화식이 있을 때 노가다하는 경우

⇒ ① 중간항이 주어진 경우

② a_n 이 기준인 경우

③ a_m 구하기에서 m 이 작은 경우

Note2. 중간항이 주어졌을 때 첫째항 구하기

case1. 정방향 ⇒ 첫째항에 대한 조건이 점화식이 나눠진 조건과 일치할 때

case2. 역방향 ⇒ 첫째항에 대한 조건이 점화식이 나눠진 조건과 일치하지 않을 때

Note3. 수형도를 그릴 때

⇒ 다음 항으로 넘어갈 때 바로바로 조건을 만족시키지 않는 모순인 항을 판단한다.

Note4. 조건을 만족시키는 경우가 두 가지 이상인 경우

⇒ 귀류법 (부등식, 자연수 조건)을 이용하여 모순인 경우 제외시키기

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인하시오.
- 이어서, 「선택과목(확률과 통계)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한 과목인지 확인하시오.

수학 영역(미적분)

제 2 교시

1

5지 선 다 형

23. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^x - 1}{x}$ 의 값은? [2점]

- ① $\ln 2$ ② $2 \ln 2$ ③ $3 \ln 2$ ④ $4 \ln 2$ ⑤ $5 \ln 2$

24. 매개변수 $t(t > 0)$ 으로 나타내어진 곡선

$$x = e^{2t-2}, \quad y = \frac{\ln t}{t}$$

에서 $t=1$ 일 때, $\frac{dy}{dx}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

25. 두 양수 a, b 에 대하여

$$\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{an^2 + bn} - bn) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(bn-1)^2}{(b+6)n^2+1}$$

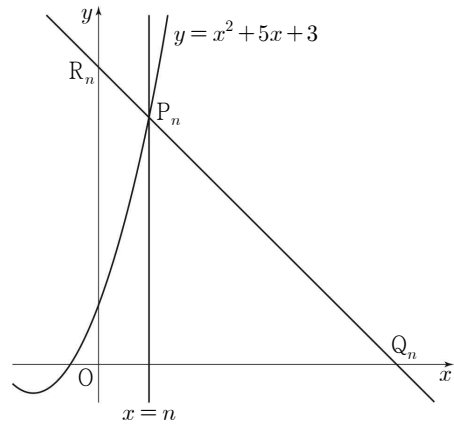
일 때, $a+b$ 의 값은? [3점]

- ① 6 ② 12 ③ 18 ④ 24 ⑤ 30

26. 자연수 n 에 대하여 곡선 $y = x^2 + 5x + 3$ 과 직선 $x = n$ 이 만나는 점을 P_n 이라 하고, 점 P_n 을 지나고 기울기가 -1 인 직선이 x 축과 만나는 점을 Q_n , y 축과 만나는 점을 R_n 이라 하자.

$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3\sqrt{2}}{P_n Q_n - P_n R_n}$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $\frac{5}{4}$



27. 실수 전체의 집합에서 미분가능한 함수 $f(x)$ 가 역함수 $g(x)$ 를 갖고, 모든 실수 x 에 대하여

$$e^{2f(x)} - e^{f(2x)} - 2e^{3x} = 0$$

을 만족시킨다. $g'(f(0))$ 의 값은? [3점]

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{5}{6}$

27번

Note1. 역함수 미분법 $f^{-1}(x) = g(x)$ 일 때 $g'(a)$ 구하기

⇒ ① $f(x) = a$ 실근 x_1 구하기

② $g'(a) = \frac{1}{f'(x_1)}$ 이용하기

Note2. 역함수와 관련된 복잡한 문제

⇒ 항등함수 $f(g(x)) = x$ 관계를 이용하여 해석하고, 항등함수를 미분하면 역함수 미분법도 적용 가능하다.

28. 7π 보다 작은 두 양수 a, b 에 대하여 함수

$$f(x) = \sin(a + b \cos x)$$

가 다음 조건을 만족시킬 때, $a+b$ 의 값은? [4점]

(가) 방정식 $f'(x) = b$ 의 해가 존재한다.

(나) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \sin\left(f(a)\left(\pi + \frac{x}{4}\right)\right) = \frac{b}{a}$

- ① 5π ② $\frac{25}{4}\pi$ ③ $\frac{15}{2}\pi$ ④ $\frac{35}{4}\pi$ ⑤ 10π

28번

Note1. 미지수 구하기

⇒ 미지수 개수만큼 관계식 구해서 연립하기

Note2. 분수식의 극한값이 주어진 경우

⇒ 식 2개 구하기 ($\frac{0}{0}$, 로피탈의 정리)

Note3. 조건을 만족시키는 경우가 두 가지 이상인 경우

⇒ 귀류법 (부등식, 자연수 조건)을 이용하여 모순인 경우 제외시키기

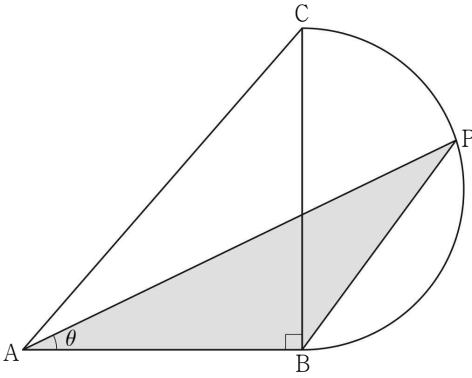
Note4. 자연수(정수) 조건

⇒ 귀류법 (케이스 중 모순찾기), 부등식에서 수 특정

단답형

29. 그림과 같이 $\overline{AB} = \sqrt{3}$, $\overline{BC} = 2$ 이고 $\angle CBA = \frac{\pi}{2}$ 인

직각삼각형 ABC와 선분 BC를 지름으로 하는 반원이 있다.
호 BC 위의 점 P에 대하여 $\angle BAP = \theta$ 일 때, 삼각형 ABP의
넓이를 $f(\theta)$ 라 하자. $20f'\left(\frac{\pi}{6}\right)$ 의 값을 구하시오. (단, 점 P는
점 B가 아니다.) [4점]



29번

Note1. 원 위의 점이 주어진 경우

⇒ 중심과 보조선 연결하여 원의 성질 이용하기

Note2. 미적분에서 각의 연산이 나오는 경우

⇒ 삼각함수의 덧셈정리 이용하기

Note3. 코사인법칙을 사용하는 경우

① 각이 1개, 선분의 길이가 2개 주어진 경우

② 세 변의 길이가 주어진 경우

③ 세 변의 길이비가 주어진 경우

Note4. 변수가 통일되지 않는 이변수함수의 미분계수 구하는 경우

⇒ 음함수 미분법 이용하기

① 구한 항등식 이용하여 구해야 하는 변수값에 대응되는
또다른 변수값 파악하기

② 항등식을 음함수 미분법 이용하여 $\frac{dy}{dx}$ 구하기

30. 수열 $\{a_n\}$ 은 모든 항이 양수인 등비수열이고, 수열 $\{b_n\}$ 을
모든 자연수 n 에 대하여

$$b_n = \begin{cases} (-1)^n & (a_n < 1) \\ a_n & (a_n \geq 1) \end{cases}$$

이라 할 때, 수열 $\{b_n\}$ 이 다음 조건을 만족시킨다.

(가) 급수 $\sum_{n=1}^{\infty} (3b_{3n-2} - 7b_{3n-1} + 2b_{3n})$ 은 수렴한다.

(나) $b_5^2 = b_4 b_6 - \frac{9}{4}$

$90a_3$ 의 값을 구하시오. [4점]

30번

Note1. 등차수열, 등비수열의 일반항 구하기

⇒ 관계식 2개 구하기

Note2. 수열에 $(-1)^n$ 이 주어진 경우

⇒ n 이 홀수인 경우와 짝수인 경우로 케이스 나누기

Note3. $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$, $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ 이 수렴하는 경우

⇒ $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ 임을 이용하기

Note4. 등차수열, 등비수열의 세 개 이상의 항이 주어진 경우

⇒ 중항 이용하여 관계식 설정하기

Note5. 조건을 만족시키는 경우가 두 가지 이상인 경우

⇒ 귀류법 (부등식, 자연수 조건)을 이용하여 모순인 경우
제외시키기

※ 확인 사항

- 답안지의 해당란에 필요한 내용을 정확히 기입(표기)했는지 확인
하시오.
- 이어서, 「선택과목(기하)」 문제가 제시되오니, 자신이 선택한
과목인지 확인하시오.